အခန်း ၁၂ စာရင်းအင်းသင်္ချာ

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို စက်ဝိုင်းကားချပ်များ၊ မျဉ်းဂရပ်များဖြင့်ဖော်ပြခြင်းအကြောင်းတို့ကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယား၊ ဟစ္စတိုဂရမ်နှင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတို့ဖြင့် ဖော်ပြခြင်းအကြောင်းကို လေ့လာကြရမည်။ ထို့ပြင် ဗဟိုပြုတိုင်းတာချက်များဖြစ်ကြသည့် သမတ်ကိန်း၊ ကြိမ်များကိန်း၊ အလယ်ကိန်းနှင့် လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းတို့အကြောင်းကိုလည်း လေ့လာကြရမည်ဖြစ်သည်။

ဤသင်ခန်းစာကိုသင်ကြားပြီးပါက ထပ်ကြိမ်ပြဇယား၊ ဟစ္စတိုဂရမ်နှင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတို့ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနိုင်မည်ဖြစ်သည့်အပြင် ဗဟိုပြုတိုင်းတာချက်များအကြောင်းကိုလည်း ကောင်းစွာနားလည်သဘောပေါက်နိုင်မည်ဖြစ်သည်။

၁၂.၁ ထပ်ကြိမ်ပြဇယား(Frequency Table)

စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များအား ထပ်ကြိမ်ပြဇယားအသုံးပြု၍ ဖော်ပြခြင်းကို အောက်ပါဥပမာများတွင် လေ့လာနိုင်ပါသည်။

ဥပမာ ၁။ ကျောင်းသားကျောင်းသူ 20 ဦးပါဝင်ယှဉ်ပြိုင်သော စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခု၌ရရှိသည့် အမှတ်များကို အောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြထားသည်။

7 6 4 6 8 4 5 5 6 5
7 5 7 5 4 6 7 6 8 5

ရမှတ်တို့ကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့်ဖော်ပြရန် ဦးစွာ ရမှတ်၊ တာလီနှင့် ထပ်ကြိမ်ခေါင်းစဉ်ဖြင့် တိုင်သုံးတိုင်ပါသောဇယားတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။

ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
4	|||	3
5	~~||||~~ |	6
6	~~||||~~	5
7	||||	4
8	||	2
စုစုပေါင်း		20

ရမှတ်တစ်ခု တစ်ကြိမ်ပါဝင်လာတိုင်း တာလီတစ်ခုဖြင့်မှတ်သားပါ။ တာလီငါးခုပြည့်သောအခါ ~~||||~~ ဟုဖော်ပြမည်။

တစ်ခါတစ်ရံတွင် အချက်အလက်များကို တန်းတူညီတူထားနိုင်သောအုပ်စုများအလိုက် စုစည်း၍ တန်းတူကြားပိုင်းများအဖြစ်သတ်မှတ်ပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။ ဤကဲ့သို့ဖော်ပြခြင်းကို အောက်ပါဥပမာတွင် လေ့လာနိုင်သည်။

ဥပမာ ၂။ အောက်ပါအချက်အလက်များသည် စာမေးပွဲတစ်ခုတွင် ကျောင်းသား 40 ဦးတို့ ရရှိသော ရမှတ်များဖြစ်ကြသည်။

42	73	34	68	85	52	48	54	60	54
58	48	70	72	53	63	53	45	25	85
60	45	50	75	75	38	62	68	65	68
28	57	82	30	65	49	57	28	32	78

ရမှတ်တို့ကို **တန်းတူညီတူထားနိုင်သောအုပ်စုများအလိုက်စုစည်း၍** တန်းတူကြားပိုင်းများအဖြစ်သတ်မှတ်ပြီး ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့်ဖော်ပြရန် ရှေးဦးစွာ ရမှတ်၊ တာလီနှင့် ထပ်ကြိမ်ခေါင်းစဉ်ဖြင့် တိုင်သုံးတိုင်ပါသောဇယားတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။

ရမှတ်အနည်းဆုံးဖြစ်သော 25 မှ အများဆုံးဖြစ်သော 85 အထိပါဝင်အောင် အုပ်စုများဖွဲ့ပါ။ ဥပမာ 21 မှ 30 အထိပါဝင်သောအုပ်စုတစ်ခု၊ 31 မှ 40 အထိပါဝင်သော အခြားအုပ်စုတစ်ခု စသည်ဖြင့် 81 မှ 90 အထိပါဝင်သောအုပ်စုတိုင်အောင် ဆက်တိုက်ဖွဲ့စည်းသွားသည်ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ 21 မှ 30 အထိပါဝင်သောအုပ်စုကို သင်္ကေတအားဖြင့် 21-30 ဟု ရေးသားပြီး **တန်းတူကြားပိုင်း** (class interval) ဟုခေါ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် တန်းတူကြားပိုင်း 21-30 တွင် 20.5 မှစပြီး 30.5 အထိ အကျုံးဝင်သည်ဟုသတ်မှတ်ကြပြီး ၎င်းတို့နှစ်ခု၏ခြားနားချက် 30.5 – 20.5 = 10 ကို **တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်** (class width) ဟုသတ်မှတ်သည်။ ထို့အတူ ကြားပိုင်း 31- 40 ၏ အကျယ်သည်လည်း 10 ပင်ဖြစ်သည်။

ရမှတ်တစ်ခုသည် တစ်ကြိမ်ပါဝင်လာတိုင်း သက်ဆိုင်ရာတန်းတူကြားပိုင်းတွင် တာလီတစ်ခုဖြင့် မှတ်သားပါ။ ဥပမာ 42 အတွက် 41-50 ကြားပိုင်းတွင် တာလီတစ်ခုဖြည့်ရမည်ဖြစ်ပြီး 58 အတွက် 51-60 ကြားပိုင်းတွင် တာလီတစ်ခုဖြည့်ရမည်။ ဤနည်းအတိုင်း ကိန်းအားလုံးအတွက် တာလီများဖြည့်ပါ။

ရမှတ်	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
21-30	||||	4
31-40	|||	3
41-50	~~||||~~ ||	7
51-60	~~||||~~ ~~||||~~	10
61-70	~~||||~~ |||	8
71-80	~~||||~~	5
81-90	|||	3
	စုစုပေါင်း	40

သင်္ချာ-၁

ပုံစံတွက် ၁။ အသေးစားလက်မှုလုပ်ငန်း 40 ၏ ဝန်ထမ်းအရေအတွက်ကို စာရင်းကောက်ယူရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရသည်။ တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်အဖြစ် 4 ကိုသုံး၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။

18	20	33	40	23	34	16	16	22	19
34	34	36	36	17	19	16	28	16	27
24	31	37	42	16	18	39	19	21	21
42	22	25	27	43	25	38	17	20	18

အသေးစားလက်မှုလုပ်ငန်း 40 ၏ ဝန်ထမ်းအရေအတွက်ကို ဖော်ပြသောထပ်ကြိမ်ပြဇယား

အလုပ်သမားဦးရေ	တာလီ	ထပ်ကြိမ်
16-19	~~||||~~ ~~||||~~ |||	13
20-23	~~||||~~ ||	7
24-27	~~||||~~	5
28-31	||	2
32-35	||||	4
36-39	~~||||~~	5
40-43	||||	4
စုစုပေါင်း		40

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၂.၁

၁။ ကျောင်းနှင့်ဝန်းကျင်စိမ်းလန်းစိုပြည်ရေးရက်သတ္တပတ်အတွင်း စာသင်ကျောင်းတစ်ကျောင်းရှိ တန်းခွဲအလိုက်စိုက်ပျိုးသောသစ်ပင်အရေအတွက်ကို စာရင်းကောက်ယူရာ အောက်ပါအတိုင်းရရှိသည်။ ၎င်းတို့ကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြပါ။

36	34	32	35	32	33	34	32	33	34
35	34	34	32	36	34	31	35	32	34

၂။ သင်္ချာစွမ်းရည်ပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် နောက်ဆုံးအဆင့်၌ယှဉ်ပြိုင်သူများရရှိသည့် အမှတ်များကို ဖော်ပြထားသည်။ ၎င်းတို့ကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြပါ။

70	69	68	70	72	69	71
69	69	73	73	73	69	72
69	70	71	69	74	70	74

၃။ သင်တို့၏အတန်းမှ မွေးလတူကျောင်းသားဦးရေကို လအလိုက်ဖော်ပြသောထပ်ကြိမ်ပြဇယား တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

၄။ ကျန်းမာရေးဆိုင်ရာသုတေသနပြုလုပ်ရန်အတွက် အသက် 55 နှစ်နှင့်အထက် လူဦးရေ 30 တို့၏အသက်များကို စစ်တမ်းကောက်ယူရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရသည်။ ယင်းအချက်အလက်များကိုအသုံးပြု၍ 55 မှစပြီး တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်ကို 10 ယူလျက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

85	92	73	57	99	91	96	74	90	89	91	64	65	79	82
75	70	83	69	56	64	73	73	82	59	82	60	84	95	99

၅။ မြို့ပေါင်း 40 ၏ ညအပူချိန် (စင်တီဂရိတ်) များကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။ သင့်လျော်သည့်တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်ကို အသုံးပြု၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

15	23	23	14	22	20	20	13	23	8
15	18	16	21	16	14	16	15	10	23
12	16	22	13	24	18	15	24	15	16
13	18	37	20	13	19	25	20	16	27

၁၂.၂ ဟစ္စတိုဂရမ်(Histogram)

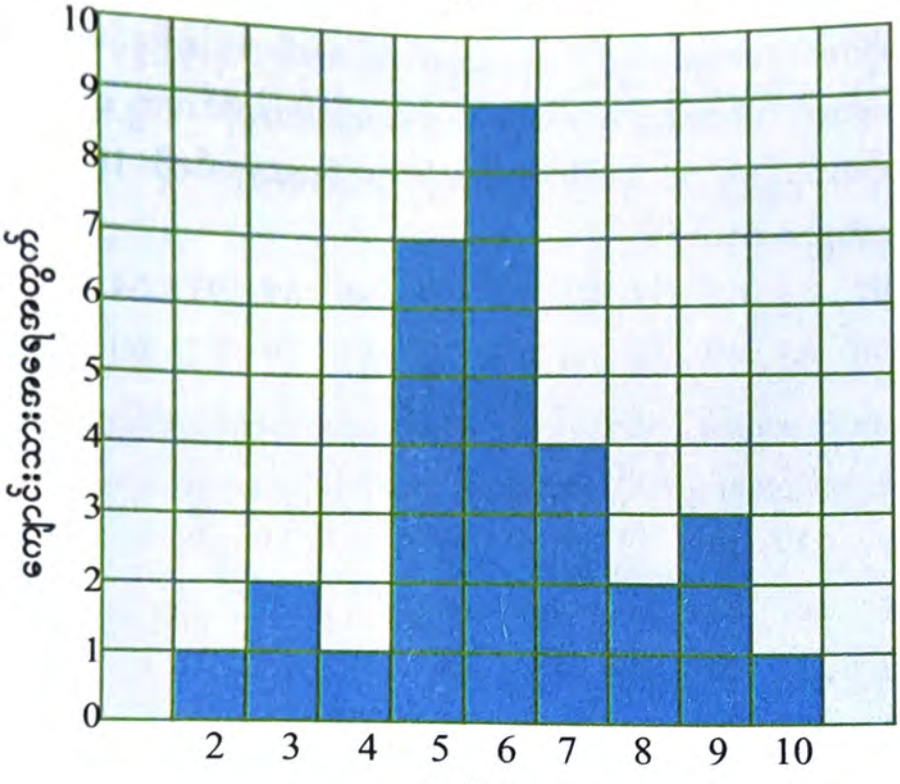
စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို ဟစ္စတိုဂရမ်များအသုံးပြု၍လည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။ ဟစ္စတိုဂရမ်ဆွဲသားရာတွင် အလျားလိုက်ဝင်ရိုး၌ ရမှတ် သို့မဟုတ် ကြားပိုင်းများကိုထား၍ ဒေါင်လိုက်ဝင်ရိုးတွင် ထပ်ကြိမ်ကိုထားရမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ကျောင်းသားကျောင်းသူ 30 ဦး ပါဝင်ယှဉ်ပြိုင်သော စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် ရရှိသည့်အမှတ်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယားဖြင့် အောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြထားသည်။ ထိုဖြန့်ချက်အတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

ရမှတ်	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ကျောင်းသားအရေအတွက် (ထပ်ကြိမ်)	1	2	1	7	9	4	2	3	1

သချာ-၁

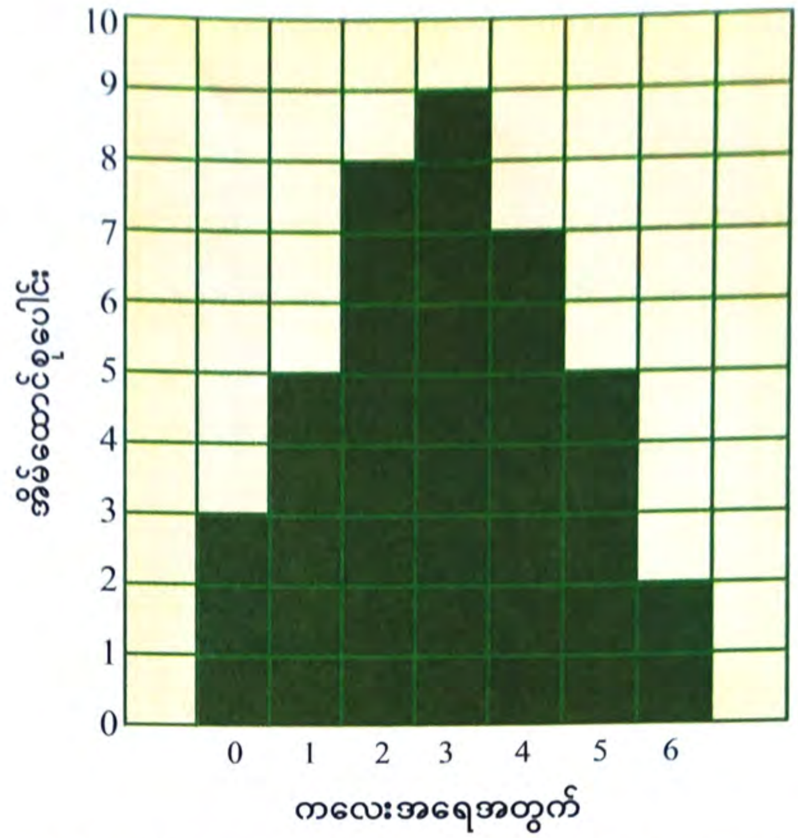
ကျောင်းသား ၃၀ ၏ ရမှတ်များကို ဖော်ပြသောဟစ္စတိုဂရမ်



ပုံစံတွက် ၂။ အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားသည် အိမ်ထောင်စု 40 တွင်ပါဝင်သော ကလေးများ၏ အရေအတွက်ကို ဖော်ပြသောဇယားဖြစ်သည်။ ထိုဖြန့်ချက်အတွက် ဟစ္စတိုဂရမ် တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

ကလေးအရေအတွက်	0	1	2	3	4	5	6
အိမ်ထောင်စုပေါင်း (ထပ်ကြိမ်)	**3**	**5**	**8**	**9**	**7**	**5**	**2**

အိမ်ထောင်စု ၄၀ ရှိကလေးအရေအတွက်ကို ဖော်ပြသောဟစ္စတိုဂရမ်

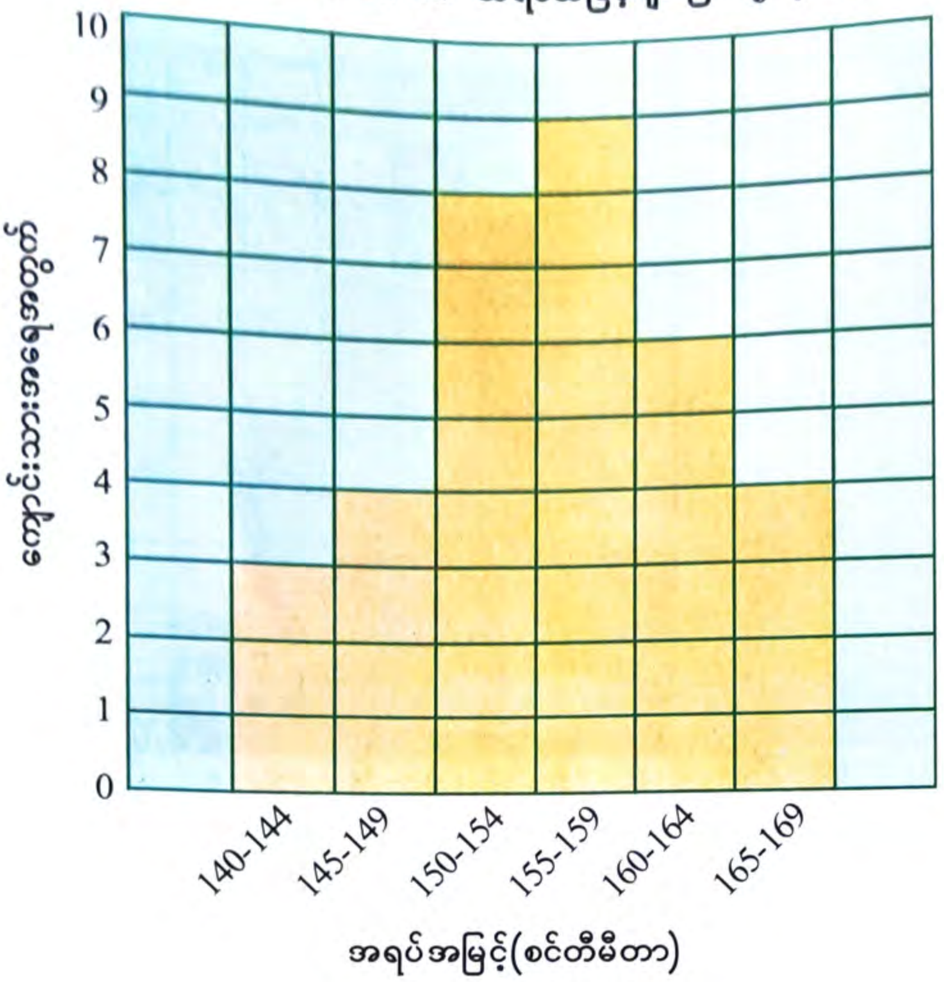


ပုံစံတွက် ၃။ အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားသည် ကျောင်းသား 34 ယောက်၏အရပ်တို့ကို အနီးဆုံးစင်တီမီတာအထိတိုင်းယူပြီး တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ် 5 စင်တီမီတာအရ အုပ်စုဖွဲ့၍ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။ ထိုဖြန့်ချက်အတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

အရပ်အမြင့် (စင်တီမီတာ)	140-144	145-149	150-154	155-159	160-164	165-169
ကျောင်းသား အရေအတွက် (ထပ်ကြိမ်)	3	4	8	9	6	4

သချာၤ-၁

ကျောင်းသား 34 ယောက်၏ အရပ်အမြင့်များပြဟစ္စတိုဂရမ်



လေ့ကျင့်ခန်း ၁၂.၂

၁။ ကျေးရွာတစ်ခုရှိအိမ်ထောင်စုများက ပရဟိတလုပ်ငန်းများအတွက် တစ်နှစ်အတွင်း အလှူငွေထည့်ဝင်ခဲ့ကြသောအကြိမ်အရေအတွက်ကို စစ်တမ်းကောက်ယူကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရသည်။ ထိုအချက်အလက်များဖြင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

အလှူငွေထည့်ဝင်ခဲ့သောအကြိမ်	0	1	2	3	4	5	6
အိမ်ထောင်စုအရေအတွက်(ထပ်ကြိမ်)	3	5	14	6	11	10	7

၂။ အောက်ပါဇယားတွင် ကျောင်းတစ်ကျောင်းရှိ အတန်းတွင်းစစ်ဆေးသော သင်္ချာဘာသာစာမေးပွဲ၌ ကျောင်းသားများရရှိသည့် အမှတ်များနှင့်သက်ဆိုင်သော အချက်အလက်များကို ပေးထားသည်။ ထိုအချက်အလက်များဖြင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။

ရမှတ်	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80
ထပ်ကြိမ်	15	24	28	18	9

၃။ အာမခံလုပ်ငန်းတစ်ခုတွင် အသက်အာမခံထားရှိသော လူပေါင်း 30 ၏ အသက်နှစ်များကို အောက်တွင်ဖော်ပြထားသည်။ 5 ကို တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်အဖြစ်ယူ၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခု တည်ဆောက်ပါ။ ထို့နောက် ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့်ဖော်ပြပါ။

54	56	45	57	75	35	57	57	67	70
29	34	67	59	44	59	69	39	48	45
28	60	59	38	39	61	66	64	62	74

၁၂.၃ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ (Frequency Polygon)

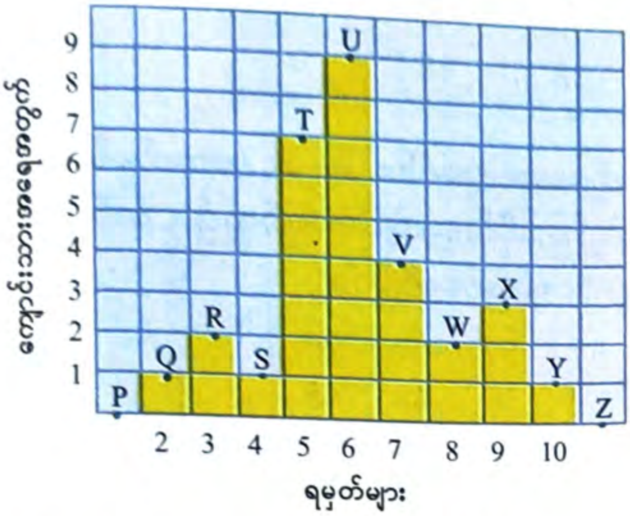
ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဆိုသည်မှာစာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကိုဖော်ပြသောပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုအား အခြေခံ၍ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုကို တည်ဆောက်နိုင်သည်။

ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုတည်ဆောက်ရန်အတွက် ရှေးဦးစွာ ဟစ္စတိုဂရမ်တွင်ပါဝင်သောထောင့်မှန်စတုဂံများမှ အပေါ်ဘက်အနားများ၏အလယ်မှတ်များကို မှတ်သားရမည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် အနိမ့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်းအောက်ငယ်သော တန်းတူကြားပိုင်း၏အလယ်မှတ်နှင့် အမြင့်ဆုံးတန်းတူကြားပိုင်းထက်ကြီးသော တန်းတူကြားပိုင်း၏အလယ်မှတ်များအတွက် ထပ်ကြိမ်ကို သုညဟု သတ်မှတ်သည်။ ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်သုညဟုသတ်မှတ်ထားသောအမှတ်များနှင့် စတုဂံများမှအပေါ်ဘက်အနားများ၏အလယ်မှတ်များကို ဆက်သွယ်ခြင်းဖြင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခု ရရှိလာမည်။

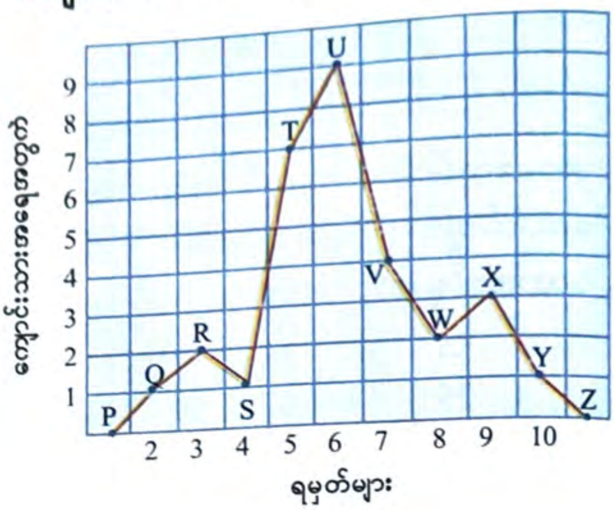
ဥပမာအားဖြင့် ၁၂.၂ ရှိ ပုံစံတွက် ၁ မှ ကျောင်းသားကျောင်းသူ 30 ဦး ပါဝင်ယှဉ်ပြိုင်သော စာစီစာကုံးပြိုင်ပွဲတစ်ခု၌ ရရှိသည့်အမှတ်များကိုဖော်ပြသော ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခု တည်ဆောက်မည်။

သချ်ာ-၁

ကျောင်းသား 30 ၏ ရမှတ်များပြဟစ္စတိုဂရမ်



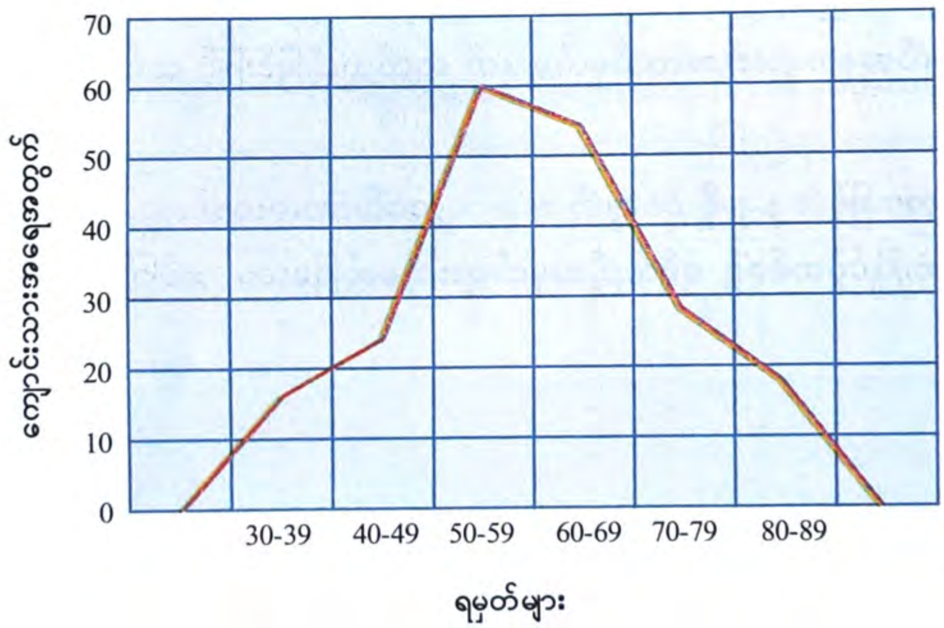
ကျောင်းသား 30 ၏ ရမှတ်များပြထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ



ပုံစံတွက် ၁။ အောက်ပါထပ်ကြိမ်ပြဇယားသည် ကျောင်းသား 200 တို့၏ စာမေးပွဲတစ်ခုတွင်ရရှိခဲ့ကြသောသိပ္ပံဘာသာရပ်ရမှတ်များကို ဖော်ပြထားခြင်းဖြစ်သည်။ ဖြန့်ချက်အတွက် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုဆွဲသားပါ။

ရမှတ်များ	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
ကျောင်းသားအရေအတွက်	16	24	60	54	28	18

ကျောင်းသား 200 ၏ ရမှတ်များကိုဖော်ပြသောထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ



လေ့ကျင့်ခန်း ၁၂.၃

၁။ အန်စာတုံးတစ်ခုကို အကြိမ် 100 မြှောက်ပြီး ရလာသောအမှတ်များ၏အကြိမ်အရေအတွက်ကို မှတ်သားထားရာအောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။ ဤသို့ရရှိသည့်အချက်အလက်များကို ဟစ္စတိုဂရမ်ဖြင့်လည်းကောင်း ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့်လည်းကောင်း ဖော်ပြပါ။

ရရှိသည့်အမှတ်	1	2	3	4	5	6
အကြိမ်အရေအတွက်	16	17	17	18	15	17

၂။ ပုဂ္ဂလိကဘဏ်တစ်ခုတွင် ငွေစုထားသောလူဦးရေ 100 အား ၎င်းတို့စုဆောင်းထားသောငွေကြေးပမာဏနှင့်ပတ်သက်၍ စစ်တမ်းကောက်ယူကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရသည်။ ထိုအချက်အလက်များဖြင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုတည်ဆောက်ပါ။ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့်လည်းဖော်ပြပါ။

စုငွေ(ကျပ်သိန်းပေါင်း)	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70
လူဦးရေ	5	25	12	22	17	10	9

၃။ စပါးစိုက်ပျိုးသောလယ်သမား 100 ၏ တစ်ဧကစပါးအထွက်နှုန်းကို လေ့လာကြည့်ရာ အောက်ပါအတိုင်းတွေ့ရသည်။

စပါးထွက်နှုန်း (တင်းပေါင်း)	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
လယ်သမားဦးရေ	10	18	20	25	10	9	8

(က) ပေးထားသောထပ်ကြိမ်ပြဇယားအတွက် ဟစ္စတိုဂရမ်နှင့် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံများတည်ဆောက်ပါ။

(ခ) ပေးထားသောထပ်ကြိမ်ပြဇယားကို တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ် 20 ထား၍ ထပ်ကြိမ်ပြဇယားအသစ်တည်ဆောက်ပါ။ ထို့နောက် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၄။ သင်တို့အတန်းရှိ ကျောင်းသားကျောင်းသူများ၏အရပ်အမြင့်(စင်တီမီတာ)များကို တိုင်းပါ။ သင့်လျော်သည့်တန်းတူကြားပိုင်းအကျယ်ကိုအသုံးပြု၍ အရပ်အမြင့်အတွက် ထပ်ကြိမ်ပြဇယားတစ်ခုနှင့် ဟစ္စတိုဂရမ်တစ်ခုတို့ကိုတည်ဆောက်ပါ။ ဖြန့်ချက်အတွက် ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတစ်ခုကိုလည်းဆွဲပါ။

၁၂.၄ ဗဟိုပြုတိုင်းတာချက်များ (Measures of central tendency)

ဤသင်ခန်းစာတွင် ဗဟိုပြုတိုင်းတာချက်များနှင့်စပ်လျဉ်း၍ သမတ်ကိန်း (mean)၊ ကြိမ်များကိန်း (mode)၊ အလယ်ကိန်း (median) နှင့် လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများ (quartiles) တို့ကို လေ့လာကြမည်။

သမတ်ကိန်း = ပျမ်းမျှခြင်း = $\dfrac{\text{ကိန်းအားလုံးပေါင်းလဒ်}}{\text{ကိန်းလုံးအရေအတွက်}}$

ပုံစံတွက် ၁။ အောက်ပါတို့၏ သမတ်ကိန်းကိုရှာပါ။

(က) 3 , 6, 5, 5, 4, 3, 6, 7, 8, 4, 5, 6, 8, 9, 9, 7, 5, 6, 6, 8

(ခ) 142, 135, 130, 136, 142, 134, 135, 140

(က) ကိန်းအားလုံးပေါင်းလဒ် $= 3+6+5+5+4+3+6+7+8+4+$
$5+6+8+9+9+7+5+6+6+8 = 120$

ကိန်းလုံးအရေအတွက် $= 20$

သမတ်ကိန်း $= \dfrac{120}{20} = 6$

(ခ) ကိန်းအားလုံးပေါင်းလဒ် $= 142+135+130+136+142+134+135+140$
$= 1094$

ကိန်းလုံးအရေအတွက် $= 8$

သမတ်ကိန်း $= \dfrac{1094}{8} = 136.75$

ပုံစံတွက် ၂။ အတန်းတစ်တန်းရှိ ကျောင်းသား 25 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 13.68 နှစ်ဖြစ်သည်။ ပျမ်းမျှအသက် 13.2 နှစ်ရှိသော ကျောင်းသားသစ် 15 ယောက် ဝင်လာသော် အတန်းရှိကျောင်းသားတို့၏ပျမ်းမျှအသက်သည် မည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

ကျောင်းသား 25 ယောက်၏အသက်ပေါင်း $= 13.68 \times 25 = 342$ နှစ်

ကျောင်းသားသစ် 15 ယောက်၏အသက်ပေါင်း $= 13.2 \times 15 = 198$ နှစ်

ကျောင်းသားစုစုပေါင်း $= 25 + 15 = 40$ ယောက်

ကျောင်းသား 40 ယောက်၏အသက်ပေါင်း $= 342 + 198 = 540$ နှစ်

ကျောင်းသား 40 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက် $= \dfrac{540}{40} = 13.5$ နှစ်

ပုံစံတွက် ၃။ ခဲတံ 4 ချောင်း၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 130 ကျပ်ဖြစ်သည်။ နောက်ထပ်ခဲတံတစ်ချောင်းထပ်တိုးသော် ခဲတံအားလုံး၏ပျမ်းမျှတန်ဖိုးသည် 132 ကျပ်ဖြစ်သည်။ နောက်တိုးသည့်ခဲတံ၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

ခဲတံ 4 ချောင်း၏စုစုပေါင်းတန်ဖိုး $= 130 \times 4 = 520$ ကျပ်

ခဲတံတစ်ချောင်းတိုးသော်

ခဲတံ 5 ချောင်း၏စုစုပေါင်းတန်ဖိုး $= 132 \times 5 = 660$ ကျပ်

နောက်တိုးခဲတံတစ်ချောင်း၏တန်ဖိုး $= 660 - 520 = 140$ ကျပ်

ပုံစံတွက် ၄။ သေတ္တာငါးလုံးရှိသည့်အနက် 15 kg လေးသောသေတ္တာတစ်လုံးအားဖယ်ထုတ်ပြီး အခြားသေတ္တာတစ်လုံးကို အစားသွင်းလျှင် ထိုသေတ္တာငါးလုံးတို့၏ပျမ်းမျှအလေးချိန်သည် 30 g တိုး၍သွားသည်။ အစားသွင်းသောသေတ္တာ၏အလေးချိန်ကိုရှာပါ။

သေတ္တာ 5 လုံး၏ စုစုပေါင်းတိုးသွားသောအလေးချိန် $= 30 \times 5 = 150$ g

အစားသွင်းသော သေတ္တာ၏အလေးချိန် = ဖယ်ထုတ်လိုက်သော သေတ္တာ၏အလေးချိန် + တိုးသွားသော အလေးချိန်

= 15 kg + 150 g

= 15 kg + 0.15 kg

= 15.15 kg

ပုံစံတွက် ၅။ လူခြောက်ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 20 နှစ် ဖြစ်၏။ ပထမနှင့် ဒုတိယလူနှစ်ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 15 နှစ် ဖြစ်၏။ တတိယနှင့် စတုတ္ထလူနှစ်ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 18 နှစ် ဖြစ်၏။ ဆဋ္ဌမလူသည်ပဉ္စမလူထက် 4 နှစ်ကြီးသော် ဆဋ္ဌမလူ၏အသက်ကို ရှာပါ။

လူခြောက်ယောက်ပေါင်း၏အသက် $= 20 \times 6 = 120$ နှစ်

ပထမလူနှင့် ဒုတိယလူနှစ်ယောက်ပေါင်းအသက် $= 15 \times 2 = 30$ နှစ်

တတိယနှင့် စတုတ္ထလူနှစ်ယောက်ပေါင်းအသက် $= 18 \times 2 = 36$ နှစ်

ပဉ္စမနှင့် ဆဋ္ဌမလူနှစ်ယောက်ပေါင်းအသက် $= 120 - (30 + 36) = 54$ နှစ်

ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = x နှစ် ဟုထားပါ။

ပဉ္စမလူ၏အသက် $= (x - 4)$ နှစ်

$\therefore \quad x + (x-4) = 54$

$2x = 58$

$x = 29$

$\therefore$ ဆဋ္ဌမလူ၏အသက် = 29 နှစ်

ကိန်းအစုတစ်ခုတွင် အကြိမ်အများဆုံးပါဝင်နေသောကိန်းကို **ကြိမ်များကိန်း** ဟုသတ်မှတ်သည်။ ဥပမာ အောက်ပါကိန်းအစုကို လေ့လာကြည့်ပါ။

5, 2, 18, 5, 5, 12, 8, 6, 9, 5

ဤတွင် 5 သည် လေးကြိမ်ပါဝင်ပြီး ကျန်ကိန်းများသည် တစ်ကြိမ်စီသာပါဝင်နေကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် ဖော်ပြပါကိန်းတန်း၏ ကြိမ်များကိန်းသည် 5 ဖြစ်သည်။ တစ်ဖန် 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5 တို့တွင် ကြိမ်များကိန်းသည် 3 နှင့် 4 တို့ဖြစ်ကြသည်။ 21, 21, 23, 23, 24, 24, 34, 34, 45, 45 ဟူသောကိန်းအစုတွင် ကြိမ်များကိန်းမရှိပါ။

တန်းတူကြားပိုင်းများဖြင့် ဖော်ပြထားသောဖြန့်ချက်အတွက် **ကြိမ်များကြားပိုင်း**ဆိုသည်မှာ ထပ်ကြိမ်အများဆုံးပါဝင်သောတန်းတူကြားပိုင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

ငယ်စဉ်ကြီးလိုက် သို့မဟုတ် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စီစဉ်ထားသောကိန်းများတွင် အလယ်၌ရှိသောကိန်းလုံးကို **အလယ်ကိန်း** ဟုသတ်မှတ်သည်။ ကိန်းလုံးအရေအတွက်သည် မကိန်းဖြစ်ပါက ကိန်းစဉ်၏အလယ်ရှိကိန်းလုံးသည် အလယ်ကိန်းဖြစ်သည်။ အကယ်၍ ကိန်းလုံးအရေအတွက်သည် စုံကိန်းဖြစ်လျှင် အလယ်ရှိကိန်းနှစ်လုံး၏ပျမ်းမျှတန်ဖိုးကို အလယ်ကိန်း ဟုသတ်မှတ်ပါသည်။

ဥပမာ ၁။ 2, 1, 2, 5, 7, 2, 3, 1, 4, 4, 8 တို့၏ အလယ်ကိန်းကို ရှာမည်ဆိုပါစို့။
ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီသော် 1, 1, 2, 2, 2, **3** , 4, 4, 5, 7, 8 ဖြစ်သည်။
ကိန်းစဉ်၏ အလယ်ရှိကိန်းလုံးမှာ 3 ဖြစ်သည်။
$\therefore$ **အလယ်ကိန်း** $= 3$

ဥပမာ ၂။ 7, 7, 6, 8, 9, 10, 10, 14, 11, 8 တို့၏ အလယ်ကိန်းကို ရှာမည်ဆိုပါစို့။
ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီသော် 6, 7, 7, 8, **8, 9** , 10, 10, 11, 14 ဖြစ်သည်။
ကိန်းစဉ်၏ အလယ်ရှိကိန်းနှစ်လုံးမှာ 8, 9 ဖြစ်သည်။

$\therefore$ အလယ်ကိန်း $= \dfrac{8+9}{2} = 8.5$

၁၂.၄.၁ လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများ (Quartiles)

ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီထားသောကိန်းများ၏ အလယ်ရှိကိန်းကို အလယ်ကိန်းဟုသတ်မှတ်ကြောင်းသိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ အလယ်ကိန်းသည် ကိန်းတန်းကို အလယ်မှနေ၍ညီတူညီမျှနှစ်ပိုင်းပိုင်းသည်။ အလယ်ကိန်း၏ဝဲဘက်ရှိ အလယ်ကိန်းအောက်ငယ်သောကိန်းများတွင်လည်း အလယ်ကိန်းရှိနေပါသည်။ ယင်းကို **အောက်အလယ်ကိန်း** (lower median) ဟုခေါ်သည်။ တစ်ဖန်

အလယ်ကိန်း၏ယာဘက်ရှိအလယ်ကိန်းထက်ကြီးသောကိန်းများတွင်လည်း အလယ်ကိန်းရှိသည်။ ထိုအလယ်ကိန်းကို **အထက်အလယ်ကိန်း** (upper median) ဟု ခေါ်သည်။

အောက်အလယ်ကိန်း၊ အလယ်ကိန်းနှင့် အထက်အလယ်ကိန်းတို့သည် ကိန်းတန်းကို ညီတူညီမျှလေးပိုင်းပိုင်းထားသည်။ ထိုကိန်းတို့ကို **လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများ** ဟုခေါ်သည်။ အောက်အလယ်ကိန်းကို **အောက်လေးစိတ်ပိုင်းကိန်း** (lower quartile) ဟုခေါ်ပြီး Q_1 ဟုသတ်မှတ်သည်။ အထက်အလယ်ကိန်းကို အထက်လေးစိတ်ပိုင်းကိန်း (upper quartile) ဟုခေါ်ပြီး Q_3 ဟုသတ်မှတ်သည်။ ဤတွင် အလယ်ကိန်းသည် Q_2 ဖြစ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် ကိန်းလုံးရေ မဂဏန်းရှိသော အောက်ပါကိန်းများကို လေ့လာကြည့်ပါ။

15, 16, **17**, 18, 19, **20**, 22, 24, **26**, 28, 30

Q_1 Q_2 Q_3

25, 26, 28, 30, 32, 33, **34**, 35, 36, 39, 40, 41, 42

$Q_1 = 29$ Q_2 $Q_3 = 39.5$

ကိန်းလုံးရေ စုံဂဏန်းရှိသော အောက်ပါကိန်းများကို လေ့လာကြည့်ပါ။

210, 210, 211, 212, 214, 214, 215, 216

$Q_1 = 210.5$ $Q_2 = 213$ $Q_3 = 214.5$

2, 3, 3, **4**, 5, 5, 6, 6, 8, 9, **9**, 11, 11, 13

Q_1 $Q_2 = 6$ Q_3

ပုံစံတွက် ၁။ 10, 8, 30, 25, 21, 18, 22, 13, 16, 11, 26 **တို့၏ လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများကို ရှာပါ။**

ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီသော်

8, 10, 11, 13, 16, 18, 21, 22, 25, 26, 30

$Q_1 = 11$ $Q_2 = 18$ $Q_3 = 25$

ပုံစံတွက် ၂။ 210, 230, 250, 240, 230 တို့၏ လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများကို ရှာပါ။

ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီသော်

210, 230, 230, 240, 250

$Q_1 = \dfrac{210+230}{2} = 220 \qquad Q_2 = 230 \qquad Q_3 = \dfrac{240+250}{2} = 245$

ပုံစံတွက် ၃။ 28, 24, 23, 25, 28, 27, 26, 28, 10, 29, 30, 21, 19, 31 တို့၏ လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများကို ရှာပါ။

ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီသော်

19, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 28, 28, 29, 30, 31

$Q_1 = 23 \qquad Q_2 = \dfrac{26+27}{2} = 26.5 \qquad Q_3 = 28$

ပုံစံတွက် ၄။ 20, 18, 23, 25, 21, 18, 22, 23, 26, 21, 26, 19 တို့၏ လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများကို ရှာပါ။

ကိန်းများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စီသော်

18, 18, 19, 20, 21, 21, 22, 23, 23, 25, 26, 26

$Q_1 = \dfrac{19+20}{2} = 19.5 \qquad Q_2 = \dfrac{21+22}{2} = 21.5 \qquad Q_3 = \dfrac{23+25}{2} = 24$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၂.၄

၁။ ပင်လယ်ကမ်းခြေမြို့တစ်မြို့၌ သီတင်းတစ်ပတ်အတွက် နေ့စဉ်နေသာသည့်အချိန်နာရီများမှာ 7.3, 4.8, 1.7, 6.4, 5.9, 7.6, 6.9 တို့ဖြစ်ကြသည်။ ထိုသီတင်းတစ်ပတ်အတွက် ပျမ်းမျှနေသာချိန်ကိုရှာပါ။

၂။ 16, w, 17, 9, x, 2, y နှင့် z တို့၏သမတ်ကိန်းမှာ 11 ဖြစ်လျှင် w, x, y နှင့် z တို့၏ သမတ်ကိန်းကို ရှာပါ။

၃။ အတန်းတစ်ခုရှိ ယောကျ်ားလေး 20 ယောက်နှင့် မိန်းကလေး 14 ယောက်တို့၏ ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်မှာ 161 cm ဖြစ်သည်။ မိန်းကလေး 14 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်မှာ 151 cm ဖြစ်သော် ယောကျ်ားလေး 20 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအရပ်အမြင့်ကို ရှာပါ။

၄။ အတန်းတစ်တန်းရှိကျောင်းသား 10 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 12 နှစ် ၊ နောက် 12 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 15 နှစ်နှင့် ကျန် 18 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 14 နှစ်ဖြစ်သော် ကျောင်းသားအားလုံး၏ပျမ်းမျှအသက်ကို ရှာပါ။

၅။ ကလေး 10 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 13 နှစ်ဖြစ်၏။ ပထမဆုံး 5 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 12 နှစ်ဖြစ်၍နောက်ဆုံး 6 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 14 နှစ်ဖြစ်၏။ ပဉ္စမမြောက်ကလေး၏ အသက်ကိုရှာပါ။

၆။ အခန်းတစ်ခန်းရှိ ကျောင်းသား 40 တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 16.95 နှစ်နှင့် လူသစ်တစ်ယောက်တိုးလာသည့်အတွက် အားလုံး၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 16 နှစ်သို့ကျဆင်းသွား၏။ ကျောင်းသားသစ်၏အသက်ကို ရှာပါ။

၇။ အသက် 10 နှစ်ရှိသော ကလေးတစ်ယောက်၏နေရာတွင် အခြားကလေးတစ်ယောက်အစားဝင်ပါက ကလေး 10 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 6 လလျော့လိမ့်မည်။ အစားဝင်လာသောကလေး၏အသက်ကိုရှာပါ။

၈။ 200 ကျပ်တန်သော ဘောပင်တစ်ချောင်းအစား အခြားဘောပင်တစ်ချောင်းကို ဝယ်လျှင် ဘောပင် 5 ချောင်း၏ ပျမ်းမျှဝယ်ဈေးသည် 10 ကျပ်တိုးလိမ့်မည်။ အစားဝယ်သောဘောပင်တစ်ချောင်း၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

၉။ အောက်ပါတို့၏သမတ်ကိန်း၊ ကြိမ်များကိန်းနှင့် လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

(က) 20, 22, 18, 21, 22, 16, 14, 19, 17

(ခ) 3.8, 7.8, 5.7, 2.0, 3.4, 7.2, 3.8, 4.9, 7.8

(ဂ) 158, 159, 160, 164, 160, 158, 160, 159

၁၀။ အောက်ပါအချက်အလက်များ၏ လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများကို ရှာပါ။

(က) ဘောလုံးအသင်းတစ်သင်း၏ ပွဲစဉ် 15 ခုတွင် ရရှိခဲ့သောဂိုးအရေအတွက်များမှာ 1, 0, 2, 1, 0, 4, 1, 2, 1, 3, 0, 5, 1, 2, 2 ဖြစ်သည်။

(ခ) အားကစားသင်တန်းတစ်ခုသို့ သင်တန်းကာလအတွင်း ရက်အလိုက် လာရောက်ကြသောသင်တန်းသားအရေအတွက်မှာ 28, 25, 24, 27, 26, 27, 25, 28, 28, 23, 28, 28, 26, 25, 28, 25, 29, 24, 27 ဖြစ်သည်။

(ဂ) ကျောင်းသားကျောင်းသူ 20 ဦးတို့၏ အရပ်အမြင့်စင်တီမီတာများမှာ 150, 154, 149, 155, 148, 160, 155, 158, 158, 160, 159, 160, 154, 152, 153, 162, 156, 153, 161, 157 ဖြစ်သည်။

(ဃ) အဆိုပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် ပြိုင်ပွဲဝင်အဆိုရှင် 10 ဦးတို့ ရရှိကြသောမဲအရေအတွက်များမှာ 2148, 2362, 1564, 1866, 1748, 2031, 2565, 1200, 1553, 2245 ဖြစ်သည်။

၅။ ကလေး 10 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 13 နှစ်ဖြစ်၏။ ပထမဆုံး 5 ယောက်၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 12 နှစ်ဖြစ်၍နောက်ဆုံး 6 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 14 နှစ်ဖြစ်၏။ ပဥ္စမမြောက်ကလေး၏ အသက်ကိုရှာပါ။

၆။ အခန်းတစ်ခန်းရှိ ကျောင်းသား 40 တို့၏ ပျမ်းမျှအသက်သည် 16.95 နှစ်နှင့် လူသစ်တစ်ယောက်တိုးလာသည့်အတွက် အားလုံး၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 16 နှစ်သို့ကျဆင်းသွား၏။ ကျောင်းသားသစ်၏အသက်ကို ရှာပါ။

၇။ အသက် 10 နှစ်ရှိသော ကလေးတစ်ယောက်၏နေရာတွင် အခြားကလေးတစ်ယောက်အစားဝင်ပါက ကလေး 10 ယောက်၏ပျမ်းမျှအသက်သည် 6 လလျော့လိမ့်မည်။ အစားဝင်လာသောကလေး၏အသက်ကိုရှာပါ။

၈။ 200 ကျပ်တန်သော ဘောပင်တစ်ချောင်းအစား အခြားဘောပင်တစ်ချောင်းကို ဝယ်လျှင် ဘောပင် 5 ချောင်း၏ ပျမ်းမျှဝယ်စျေးသည် 10 ကျပ်တိုးလိမ့်မည်။ အစားဝယ်သော ဘောပင်တစ်ချောင်း၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

၉။ အောက်ပါတို့၏သမတ်ကိန်း၊ ကြိမ်များကိန်းနှင့် လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းတို့ကို ရှာပါ။

(က) 20, 22, 18, 21, 22, 16, 14, 19, 17

(ခ) 3.8, 7.8, 5.7, 2.0, 3.4, 7.2, 3.8, 4.9, 7.8

(ဂ) 158, 159, 160, 164, 160, 158, 160, 159

၁၀။ အောက်ပါအချက်အလက်များ၏ လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းများကို ရှာပါ။

(က) ဘောလုံးအသင်းတစ်သင်း၏ ပွဲစဉ် 15 ခုတွင် ရရှိခဲ့သောဂိုးအရေအတွက်များမှာ 1, 0, 2, 1, 0, 4, 1, 2, 1, 3, 0, 5, 1, 2, 2 ဖြစ်သည်။

(ခ) အားကစားသင်တန်းတစ်ခုသို့ သင်တန်းကာလအတွင်း ရက်အလိုက် လာရောက်ကြသောသင်တန်းသားအရေအတွက်မှာ 28, 25, 24, 27, 26, 27, 25, 28, 28, 23, 28, 28, 26, 25, 28, 25, 29, 24, 27 ဖြစ်သည်။

(ဂ) ကျောင်းသားကျောင်းသူ 20 ဦးတို့၏ အရပ်အမြင့်စင်တီမီတာများမှာ 150, 154, 149, 155, 148, 160, 155, 158, 158, 160, 159, 160, 154, 152, 153, 162, 156, 153, 161, 157 ဖြစ်သည်။

(ဃ) အဆိုပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် ပြိုင်ပွဲဝင်အဆိုရှင် 10 ဦးတို့ ရရှိကြသောမဲအရေအတွက်များမှာ 2148, 2362, 1564, 1866, 1748, 2031, 2565, 1200, 1553, 2245 ဖြစ်သည်။

အခန်း ၁၃ အချိုးတူနှင့်ရာခိုင်နှုန်း

ယခင် လေ့လာခဲ့ပြီးသော အချိုး၊ အချိုးတူ နှင့် ရာခိုင်နှုန်းတို့ကို ဆက်လက် လေ့လာမည်။ တိုက်ရိုက်အချိုးတူနှင့် ပြောင်းပြန်အချိုးတူတို့ကို ဂရပ်များဆွဲပြီး လေ့လာမည်။ ဤသင်ခန်းစာကို လေ့လာပြီးပါက တိုက်ရိုက်အချိုးတူနှင့် ပြောင်းပြန်အချိုးတူတို့၏ ဂရပ်များကို အသုံးပြု၍လည်းကောင်း၊ အချိုးတူနှင့် ရာခိုင်နှုန်းတို့ကို အသုံးပြု၍လည်းကောင်း လူမှုရေးသင်္ချာနယ်ပယ်ရှိ အကြောင်းအရာများကို တွက်ချက်နိုင်မည်။

၁၃.၁ အချိုးတူ (Proportion)

ယူနစ်တူပမာဏနှစ်ခု၏ အချိုးဆိုသည်မှာ ပမာဏတစ်ခုကို အခြားပမာဏတစ်ခု၏ အပိုင်းကိန်းဖြင့်ဖော်ပြထားချက် တစ်ခုဖြစ်သည်။ ယူနစ်တူကိန်းနှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်ခြင်းဖြစ်သဖြင့် အချိုးတွင် ယူနစ်မရှိပါ။ အချိုးနှစ်ခုတူညီခြင်းကို အချိုးတူဟုခေါ်သည်။

$a : b$ နှင့် $c : d$ တို့သည် အချိုးတူများဖြစ်လျှင် $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ သို့မဟုတ် $a : b = c : d$ ဟုဖော်ပြသည်။ အကယ်၍ $x : y = a : b$ နှင့် $y : z = b : c$ ဖြစ်လျှင် ယင်းတို့ကို $x : y : z = a : b : c$ ဟုရေးနိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $5 : 10 = 27 : t$ တွင် t ၏တန်ဖိုးကိုရှာပါ။

$$\frac{5}{10} = \frac{27}{t}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{27}{t}$$
$$\therefore \quad t = 54$$

ပုံစံတွက် ၂။ $4\frac{1}{2}$ နှင့် မည်သည့်ကိန်းတို့၏ အချိုးသည် 7 ပိဿာ 50 ကျပ်သား နှင့် 12 ပိဿာ တို့၏ အချိုးနှင့်တူညီသနည်း။

ရှာလိုသောကိန်း $= y$ ထားပါ။ 7 ပိဿာ 50 ကျပ်သား $= 7\frac{1}{2}$ ပိဿာ

$$4\frac{1}{2} : y = 7\frac{1}{2} : 12$$
$$\frac{9}{2} : y = \frac{15}{2} : 12$$

$$\frac{\frac{9}{2}}{y} = \frac{\frac{15}{2}}{12}$$

$$\frac{9}{2y} = \frac{15}{24}$$

$$10\,y = 72$$

$$\therefore \quad y = 7.2$$

ပုံစံတွက် ၃။ 3,7, 9, 21 တို့ကို အသုံးပြု၍ အချိုးတူနှစ်ခုရေးပါ။

$$7:21 = \frac{7}{21} = \frac{1}{3},\ 3:9 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, \quad \therefore 7:21 = 3:9$$

$$9:21 = \frac{9}{21} = \frac{3}{7},\ 3:7 = \frac{3}{7}, \quad \therefore 9:21 = 3:7$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၃.၁

၁။ အောက်ပါတို့သည် အချိုးတူများဖြစ်ကြပါသလား။
(က) 5 : 3 နှင့် 10 : 13 (ခ) 0.3 : 0.2 နှင့် 12 : 8 (ဂ) 3:2 နှင့် $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

၂။ ပေးထားသောကိန်းများကိုအသုံးပြု၍ အချိုးတူနှစ်ခုရေးပါ။
(က) 1, 5, 25, 125 (ခ) 8, 12, 16, 24

၃။ အောက်ပါတို့တွင် s ၏တန်ဖိုးကိုရှာပါ။
(က) $12 : 7\frac{1}{2} = s : 6\frac{1}{4}$ (ခ) $s : (s + 12) = 2 : 3$ (ဂ) $s : (28 - s) = 3 : 4$

၄။ (က) $10\,x = 14\,y$ ဖြစ်လျှင် $x : y$ ကိုရှာပါ။
(ခ) $1\frac{1}{2}x = \frac{7}{3}y$ ဖြစ်လျှင် $x : y$ ကိုရှာပါ။

၅။ $3\frac{1}{11} : 6\frac{4}{11}$ နှင့် 3 ပိဿာ 40 ကျပ်သား : 7 ပိဿာ တို့ ညီကြောင်းပြပါ။

၆။ စတုရန်း A နှင့် စတုရန်း B တို့၏အနားများသည် 10 cm နှင့် 15 cm အသီးသီးရှိကြသည်။ ထိုစတုရန်းနှစ်ခု၏ (က) အနားများအချိုး (ခ) ပတ်လည်အနားများအချိုး (ဂ) ဧရိယာများ၏အချိုး တို့ကိုရှာပါ။

၁၃.၂ တိုက်ရိုက်အချိုးတူ (Direct Proportion)

ပမာဏတစ်ခုတိုးလာသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုသည် တူညီသောနှုန်းအတိုင်း တိုးလာလျှင် သို့မဟုတ် ပမာဏတစ်ခုသည် လျော့သွားသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုသည် တူညီသောနှုန်းအတိုင်း လျော့သွားလျှင် ထိုပမာဏနှစ်ခုတို့ တိုက်ရိုက်အချိုးတူသည်ဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ။ မုန့်ဆိုင်တစ်ဆိုင်တွင် ပေါင်မုန့်တစ်လုံးကို 150 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းရာ ပေါင်မုန့်အရေအတွက်နှင့်တန်ဖိုးငွေအသီးသီးတို့ကို အောက်ပါယေားတွင် ဖော်ပြထားသည်။

ပေါင်မုန့်အရေအတွက်	1	2	3	4	5	6	7	8
တန်ဖိုးငွေ (ကျပ်)	150	300	450	600	750	900	1050	1200

ပေါင်မုန့်အရေအတွက်နှစ်ဆတိုးသွားလျှင် တန်ဖိုးသည် နှစ်ဆတိုးသွားသည်။ ပေါင်မုန့်အရေအတွက် သုံးဆတိုးသွားလျှင် တန်ဖိုးသည်လည်း သုံးဆတိုးသွားကြောင်း တွေ့ရသည်။ ပေါင်မုန့်အရေအတွက် တစ်ဝက်ဖြစ်သွားလျှင် တန်ဖိုးသည် တစ်ဝက်ဖြစ်သွားသည်။ အရေအတွက်နှင့်တန်ဖိုးတို့ တိုက်ရိုက်အချိုးတူသည်။

ပုံစံတွက် ၁။ 6 ပေမြင့်သော တုတ်တစ်ချောင်းကို မတ်မတ်ထောင်ထားလျှင် အရိပ် $2\frac{1}{4}$ ပေ ထွက်၏။ အရိပ် 30 ပေ ထွက်သော သစ်ပင်၏အမြင့်ကို ရှာမည်။

မူရင်းအမြင့်နှင့် အရိပ်အလျားတို့ တိုက်ရိုက်အချိုးတူနေသည်။

$$\frac{\text{သစ်ပင်၏ အမြင့်}}{\text{တုတ်၏ အမြင့်}} = \frac{\text{သစ်ပင်၏ အရိပ်}}{\text{တုတ်၏ အရိပ်}}$$

$$\frac{\text{သစ်ပင်၏ အမြင့်}}{6} = \frac{30}{2\frac{1}{4}}$$

$$\text{သစ်ပင်၏ အမြင့်} = 6 \times \frac{30}{2\frac{1}{4}}$$

$$= 6 \times 30 \times \frac{4}{9}$$

$$= 80 \text{ ပေ}$$

ပုံစံတွက် ၂။ ငွေ 67200 ကျပ်ကို လူသုံးယောက်တို့အား 5 : 7 : 9 အတိုင်း ခွဲဝေပေးပါ။

ပထမလူရငွေ = A

ဒုတိယလူရငွေ = B

တတိယလူရငွေ = C

A : B : C = 5 : 7 : 9

အချိုးပေါင်း = 5 + 7 + 9 = 21

$$\frac{A}{\text{ခွဲဝေပေးမည့်ငွေ}} = \frac{5}{21}$$

$$\frac{A}{67200} = \frac{5}{21}$$

$$A = 67200 \times \frac{5}{21} = 16000 \text{ ကျပ်}$$

$$\frac{B}{\text{ခွဲဝေပေးမည့်ငွေ}} = \frac{7}{21}$$

$$\frac{B}{67200} = \frac{1}{3}$$

$$B = 67200 \times \frac{1}{3} = 22400 \text{ ကျပ်}$$

$$C = 67200 - (16000 + 22400) = 28800 \text{ ကျပ်}$$

၁၃.၃ ပြောင်းပြန်အချိုးတူ (Inverse Proportion)

ပမာဏတစ်ခုတိုးလာသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုသည် တူညီသောနှုန်းအတိုင်းလျော့သွားလျှင် သို့မဟုတ် ပမာဏတစ်ခု လျော့သွားသောအခါ အခြားပမာဏတစ်ခုသည် တူညီသောနှုန်းအတိုင်း တိုးလာလျှင် ထိုပမာဏနှစ်ခုတို့ ပြောင်းပြန်အချိုးတူသည်ဟုခေါ်သည်။

အောက်ပါဇယားသည် ကားတစ်စီး၏ခရီးစဉ်တစ်ခုသွားရာတွင် ပျမ်းမျှအမြန်နှုန်း အသီးသီးအတွက် ကြာချိန်များကိုဖော်ပြထားသည်။

အမြန်နှုန်း (ကီလိုမီတာ)	30	45	60	75	90	100
ကြာချိန် (နာရီ)	3	2	1.5	1.2	1	0.9

အမြန်နှုန်း နှစ်ဆတိုးလျှင် ကြာချိန်သည် တစ်ဝက်သို့ လျော့သွားသည်။ အမြန်နှုန်းသုံးဆတိုးလျှင် ကြာချိန်သည် သုံးပုံတစ်ပုံသို့လျော့သွားသည်။ ထို့အတူ အမြန်နှုန်းတစ်ဝက်သို့ လျော့ချ

လိုက်လျှင် ကြာချိန်မှာ နှစ်ဆဖြစ်သွားကြောင်းတွေ့ရသည်။ အမြန်နှုန်းနှင့်ကြာချိန်တို့ ပြောင်းပြန်အချိုးတူသည်။

ပုံစံတွက် ။ အရွယ်တူပိုက်သုံးခုဖြင့်ရေစည်တစ်ခုကိုရေဖြည့်ရာ 40 မိနစ်ကြာ၏။ ထိုရေစည်ကို 15 မိနစ်တွင် ရေအပြည့်ဖြည့်ရန် ထိုကဲ့သို့သော ပိုက်အရေအတွက် မည်မျှ အသုံးပြုရမည်နည်း။

မှတ်ချက်။ ပိုက်အရေအတွက်များလျှင် ရေဖြည့်ရန်ကြာချိန် လျော့သွားသောကြောင့် ပိုက်အရေအတွက် နှင့် ရေပြည့်ရန်ကြာချိန်တို့သည် ပြောင်းပြန်အချိုးတူသည်။

$$\frac{15 \text{ မိနစ်တွင်ရေပြည့်ရန် ပိုက်အရေအတွက်}}{40 \text{ မိနစ်တွင်ရေပြည့်ရန် ပိုက်အရေအတွက်}} = \frac{40}{15}$$

$$\frac{15 \text{ မိနစ်တွင်ရေပြည့်ရန် ပိုက်အရေအတွက်}}{3} = \frac{40}{15}$$

$$15 \text{ မိနစ်တွင် ရေပြည့်ရန် ပိုက်အရေအတွက်} = 3 \times \frac{40}{15} = 8 \text{ ခု}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၃.၂

၁။ ဥယျာဉ်တစ်ခုတွင် ငှက်ပျောပင်နှင့် သရက်ပင်တို့၏အချိုးသည် 7 : 2 ဖြစ်သည်။ သရက်ပင်အရေအတွက်သည် 40 ဖြစ်လျှင် ငှက်ပျောပင်အရေအတွက်ကိုရှာပါ။

၂။ သတ္တုချောင်းတစ်ခုကို 3 : 5 အရ နှစ်ပိုင်းပိုင်းရာ ငယ်သောအပိုင်း၏အလျားသည် 45 cm ရှိ၏။ ကြီးသောအပိုင်း၏အလျားကိုရှာပါ။

၃။ သကြားရည်ဖျော်ရာတွင် သကြားနှင့် ရေတို့၏အလေးချိန်အချိုးသည် 1 : 5 ဖြစ်သည်။ သကြားရည်အလေးချိန်သည် 600 g ဖြစ်လျှင်
(က) သကြားရည်တွင်ပါဝင်သော သကြားအလေးချိန်ကို ရှာပါ။
(ခ) သကြားရည်တွင်ပါဝင်သော ရေအလေးချိန်ကိုရှာပါ။
(ဂ) သကြားနှင့် ရေတို့၏အလေးချိန် 1: 8 ဖြစ်ရန် ထပ်ထည့်ရမည့်ရေအလေးချိန်ကိုရှာပါ။

၄။ လူနှစ်ဦးတို့သည် အလုပ်တစ်ခုကိုလုပ်ရာငွေ 15200 ကျပ်ရသည်။ တစ်ဦးသည် တစ်ရက် 9 နာရီနှုန်းဖြင့် 4 ရက် လုပ်ပြီး ကျန်တစ်ဦးသည် တစ်ရက် 8နာရီနှုန်းဖြင့် 5 ရက်အလုပ်လုပ်သော် လုပ်အားခငွေကို ထိုလူနှစ်ဦးအားခွဲပေးပါ။

၅။ ငွေ 130000 ကျပ်ကို ယောကျ်ားလေး 4 ယောက်နှင့် မိန်းကလေး 6 ယောက်တို့အား ဝေပေးရာ မိန်းကလေးတစ်ယောက်သည် ယောကျ်ားလေးတစ်ယောက်ရသည်ထက် တစ်ဝက်ပိုရသော် တစ်ဦးမည်မျှစီရကြသနည်း။

၆။ ငွေ 23400 ကျပ်ကို မနီ၊ မစီ၊ မရီတို့အား 2: 3: 4 အတိုင်းဝေပေးရမည်ဖြစ်သည်။သို့သော် မှားပြီး $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ အတိုင်းဝေပေးမိသော် မှားယွင်းမှုကြောင့် တစ်ဦးစီအတွက် အမှန်ရမည်ထက် မည်မျှစီ ပို၍သော်လည်းကောင်း၊ လျော့၍သော်လည်းကောင်း ရကြမည်နည်း။

၇။ လုပ်သားတစ်စုသည် အလုပ်တစ်ခုကို တစ်နေ့ 8 နာရီနှုန်း လုပ်ပါက 33 ရက်နှင့် ပြီးမည်ဖြစ်သည်။ ယင်းအလုပ်ကို 30ရက်နှင့် ပြီးရန် ထိုလုပ်သားများသည် တစ်နေ့ နာရီ မည်မျှပိုလုပ်ရမည်နည်း။

၈။ သင်တန်းကျောင်းတစ်ကျောင်းတွင် သင်တန်းသား 600 ရှိရာ 30 ရက်အတွက် စားသုံးရန်ဆန်အလုံအလောက်ရှိ၏။ 2 ပတ်ကြာသောအခါ မွမ်းမံသင်တန်းသား 150 သင်တန်းဆင်းသော် ကျန်သောဆန်ကို အချိန်မည်မျှစားသုံးနိုင်မည်နည်း။

၉။ လုပ်သား 24 ယောက်တို့သည် ကန်တစ်ကန်ကို တူးကြရာ 30 ရက်နှင့် ပြီး၏။ 20 ရက်နှင့် အပြီးတူးလိုကြသော် နောက်ထပ်ဖြည့်ရမည့် လူဦးရေကို ရှာပါ။

၁၀။ မော်တော်ကားတစ်စီးသည် 1 နာရီလျှင် 35 မိုင်နှုန်းသွားပါက ခရီးတစ်ခုကို 3 နာရီ နှင့် ရောက်နိုင်၏။ ထိုခရီးကိုပင် 2 နာရီ 30မိနစ် ဖြင့် ရောက်လိုပါက တစ်နာရီမိုင် မည်မျှနှုန်းဖြင့် သွားရမည်နည်း။

၁၃.၄ တိုက်ရိုက်အချိုးတူနှင့်ဂရပ်များ

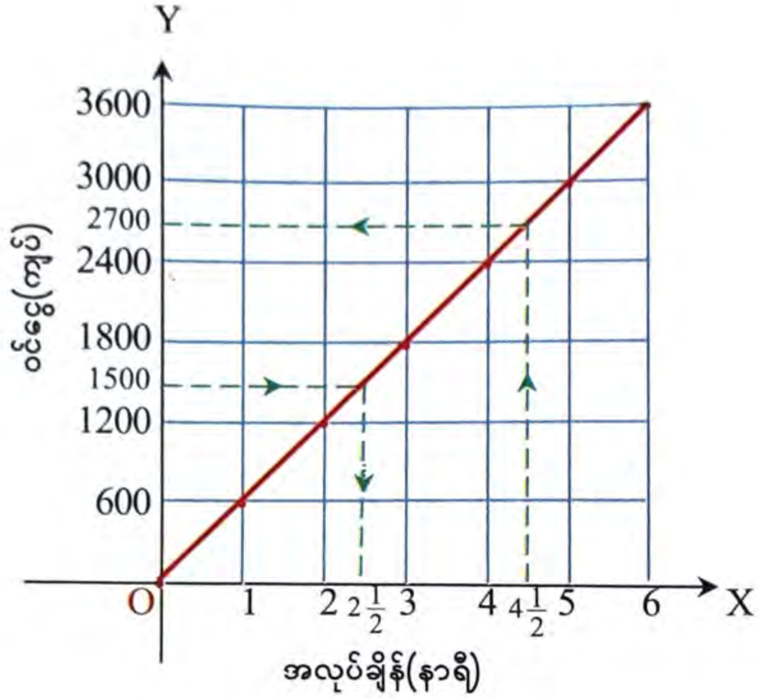
တိုက်ရိုက်အချိုးတူအကြောင်းကိုလေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုတိုက်ရိုက်အချိုးတူကို ဂရပ်ဆွဲ၍ လေ့လာမည်။

အောက်ပါဇယားတွင် အလုပ်လုပ်ချိန်နှင့် အချိန်ပေါ်မူတည်၍ ရရှိသော လုပ်အားခကို ဖော်ပြထားသည်။

အလုပ်လုပ်ချိန် (နာရီ)	0	1	2	3	4	5	6
လုပ်အားခ (ကျပ်)	0	600	1200	1800	2400	3000	3600

သချ်ာ-၁

ဇယားမှာ အလုပ်လုပ်ချိန်များပါက ဝင်ငွေများပြီး အလုပ်လုပ်ချိန်နည်းပါက ဝင်ငွေနည်းကြောင်းတွေ့ရသည်။ အလုပ်လုပ်ချိန်သည် ဝင်ငွေနှင့်တိုက်ရိုက်အချိုးတူကျသည်။ ဤဆက်သွယ်ချက်ကို ဂရပ်ဆွဲမည်။ ပုံ ၁၃. ၁ တွင် အလုပ်ချိန်ကို X ဝင်ရိုးတွင်ဖော်ပြပြီး ဝင်ငွေကို Y ဝင်ရိုးတွင် ဖော်ပြသည်။



ပုံ ၁၃.၁

အမှတ်များကိုဆက်သွယ်ကြည့်သောအခါ မူလမှတ်ကို ဖြတ်သွားသည့်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းရသည်။ ဂရပ်ကိုကြည့်ပါက လက်ယာဘက်သို့နှစ်ဆရွှေ့လျှင် အပေါ်ဘက်သို့ နှစ်ဆတက်သွားသည်ကိုလည်းကောင်း၊ လက်ယာဘက်သို့သုံးဆရွှေ့လျှင် အပေါ်ဘက်သို့သုံးဆတက်သွားသည်ကိုလည်းကောင်း တွေ့ရသည်။ ထိုအချက်မှ ပမာဏနှစ်ခု တိုက်ရိုက်အချိုးတူကျနေလျှင် ဂရပ်သည် မျဉ်းဖြောင့်ဖြစ်သည်ဟူသော အယူအဆကို မှန်းဆနိုင်သည်။

ဆက်လက်၍ ဂရပ်ကိုသုံးပြီး ပေးရင်းပမာဏတစ်ခုနှင့် လိုက်ဖက်သောပမာဏကို ရယူပုံအားလေ့လာမည်။

$4\frac{1}{2}$ နာရီ အလုပ်လုပ်လျှင်ရရှိမည့်လုပ်အားခကို ဂရပ်အသုံးပြု၍ ရှာမည်။ X ဝင်ရိုးပေါ်ရှိ $4\frac{1}{2}$ အမှတ်တွင် ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပြီး ဂရပ်တွင်ဆွဲထားသောမျဉ်းနှင့်ဆုံသောအမှတ်ကိုမှတ်ပါ။ ထိုအမှတ်မှ Y ဝင်ရိုးပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲပါ။ 2700 အမှတ်တွင်ဆုံကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် $4\frac{1}{2}$ နာရီ အလုပ်လုပ်လျှင် လုပ်အားခ 2700 ကျပ်ရှိမည်။ တစ်ဖန်လုပ်အားခ 1500 ကျပ်သာရလိုလျှင် အလုပ်လုပ်ရမည့်နာရီကို ရှာမည်။

Y ဝင်ရိုးပေါ်ရှိ 1500 အမှတ်တွင် ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပြီး ဂရပ်တွင်ဆွဲထားသော မျဉ်းနှင့်ဆုံသောအမှတ်ကိုမှတ်ပါ။ ထိုအမှတ်မှ X ဝင်ရိုးသို့ ထောင့်မတ်ကျမျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ $2\frac{1}{2}$ အမှတ်တွင်ဆုံကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။ ထို့ကြောင့် လုပ်အားခ 1500 ကျပ် ရရှိရန် $2\frac{1}{2}$ နာရီ (2 နာရီ 30 မိနစ်) အလုပ် လုပ်ရမည်။

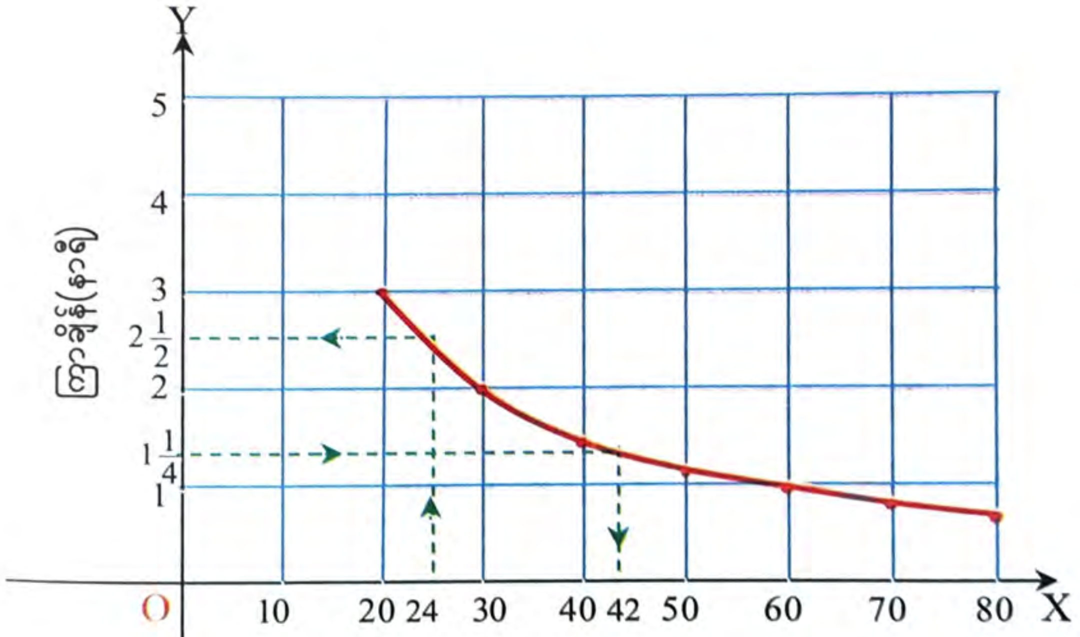
၁၃.၅ ပြောင်းပြန်အချိုးတူနှင့်ဂရပ်များ

ပမာဏနှစ်ခုပြောင်းပြန်အချိုးတူအကြောင်းကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု ပြောင်းပြန် အချိုးတူကို ဂရပ်ဆွဲ၍ လေ့လာမည်။

ဥပမာ။ ။ ကားတစ်စီး၏ အမြန်နှုန်းနှင့် ခရီးတစ်ခုကိုရောက်ရှိရန် လိုအပ်သောအချိန်ကိုဖော်ပြထားသော အောက်ပါဇယားကို လေ့လာမည်။

အမြန်နှုန်း (တစ်နာရီသွားသောကီလိုမီတာ)	20	30	40	50	60	70	80
ကြာချိန် (နာရီ)	3	2	1.5	1.2	1	0.86	0.75

အမြန်နှုန်းများပါက သွားရန်ကြာချိန်လျော့နည်းသွားပြီး၊ အမြန်နှုန်းလျော့နည်းပါက သွားရန် ကြာချိန်ပိုများလာကြောင်းတွေ့ရသည်။ အမြန်နှုန်းနှင့် ကြာချိန်တို့သည် ပြောင်းပြန် အချိုးတူနေကြသည်။ ဤဆက်သွယ်ချက်ကို ဂရပ်ဆွဲ၍ လေ့လာမည်။ ပုံ ၁၃.၂ တွင် အမြန်နှုန်းကို X ဝင်ရိုးတွင်ဖော်ပြပြီး ကြာချိန်ကို Y ဝင်ရိုးတွင်ဖော်ပြသည်။



ပုံ ၁၃.၂

အမှတ်များကို ပြေပြစ်သော မျဉ်းကွေးတစ်ခုရအောင်ဆက်ပါ။ ပမာဏနှစ်ခု ပြောင်းပြန်အချိုးတူနေပါက ယင်းတို့၏ဂရပ်သည် မျဉ်းကွေးပုံ ဖြစ်နေသည်ကို တွေ့ရှိရသည်။

ထိုခရီးကို $2\frac{1}{2}$ နာရီနှင့်ရောက်ရှိရန် မောင်းနှင်ရမည့် အမြန်နှုန်းကို ဂရပ်အသုံးပြု၍ ရှာမည်။ Y ဝင်ရိုးပေါ်ရှိ $2\frac{1}{2}$ အမှတ်တွင် ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုဆွဲပြီး မျဉ်းကွေးနှင့်ထိသောအမှတ်ကိုမှတ်ပါ။ ထိုအမှတ်မှ X ဝင်ရိုးသို့ ထောင့်မတ်ကျမျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ 24 အမှတ်တွင် တွေ့ဆုံကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် ထိုခရီးကို $2\frac{1}{2}$ နာရီနှင့် ရောက်ရှိလိုလျှင် တစ်နာရီလျှင် 24 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့် မောင်းနှင်ရမည်။

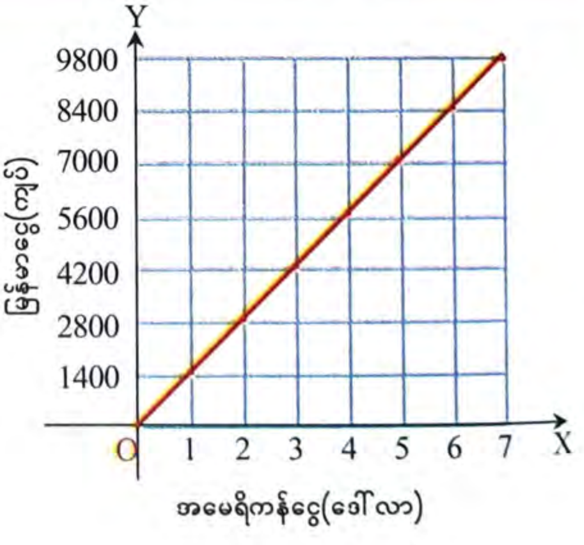
တစ်ဖန် တစ်နာရီလျှင် 42 ကီလိုမီတာ နှုန်းဖြင့်မောင်းနှင်ပါက သွားရန် ကြာချိန်ကိုရှာမည်။ X ဝင်ရိုးရှိ 42 အမှတ်တွင် ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ မျဉ်းကွေးကိုတွေ့ဆုံသော အမှတ်ကိုမှတ်ပြီး ထိုအမှတ်မှ Y ဝင်ရိုး ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျမျဉ်း တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။ $1\frac{1}{4}$ အမှတ်တွင်တွေ့ဆုံသည်။ ထို့ကြောင့် တစ်နာရီလျှင် 42 ကီလိုမီတာနှုန်းဖြင့် မောင်းနှင်ပါက $1\frac{1}{4}$ နာရီကြာမည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၃.၃

၁။ စာကြည့်တိုက်မှ စာအုပ်ငှားရာတွင် သတ်မှတ်ရက်ထက် ကျော်လွန်ပါက တစ်ရက်လျှင် 300 ကျပ် ပေးဆောင်ရမည်ဟု ယူဆ၍ အောက်ပါဇယားတွင်လိုနေသောကိန်းများကို ဖြည့်ပြီး ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ဂရပ်သည် မည်သည့်ပုံသဏ္ဌာန်ရှိသနည်း။

ရက် အရေအတွက်	0	1	2	3		5		7
ပေးဆောင်ရမည့်ငွေ (ကျပ်)	0	300	600		1200		1800	

၂။ ဒေါ်လာနှင့်မြန်မာငွေလဲလှယ်ခြင်းကို ဖော်ပြသောဂရပ်တစ်ခုကိုပေးထားသည်။ ဂရပ်ကို အသုံးပြု၍ 6 ဒေါ်လာနှင့်ညီသော မြန်မာကျပ်ငွေ ၊ 4200 ကျပ်နှင့်ညီသော ဒေါ်လာတို့ကို ရှာပါ။



၃။ ကားတစ်စီးသည် ဓာတ်ဆီ 2 လီတာလျှင် ခရီး 30 ကီလိုမီတာသွားနိုင်သည်ဟု ယူဆ၍ အောက်ပါဇယားတွင် လိုနေသောကိန်းများကို ဖြည့်ပါ။

ဓာတ်ဆီလီတာ	2	4	6	8	10	12	14	16
ခရီးကီလိုမီတာ	30							

(က) ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ထိုဂရပ်မှ 100 ကီလိုမီတာ၊ 140 ကီလိုမီတာ နှင့် 220 ကီလိုမီတာ ရှိသော ခရီးအသီးသီးကိုသွားရန် လိုအပ်သောဓာတ်ဆီပမာဏကို ရှာပါ။

(ခ) ဓာတ်ဆီ 3 လီတာ၊ 9 လီတာနှင့် 15 လီတာတို့ဖြင့်သွားနိုင်သော ခရီးအသီးသီးကိုရှာပါ။

၄။ အာမခံကြေးသည် အာမခံထားသော ပစ္စည်းတန်ဖိုးနှင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူသည်။ အောက်ပါ ဇယားကို ကူးယူ၍ ပြည့်စုံအောင်ဖြည့်ပါ။

ပစ္စည်းတန်ဖိုး (ကျပ်)	5000	10000	15000	20000	25000	30000
အာမခံကြေးငွေ (ကျပ်)	50					300

ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ထိုဂရပ်မှ ငွေ 12500 ကျပ်၊ 17500 ကျပ်၊ 22500 ကျပ် နှင့် 27500 ကျပ် အသီးသီး တန်ဖိုးရှိသော ပစ္စည်းများအတွက် အာမခံကြေးတို့ကို ရှာပါ။

၅။ လူတစ်ယောက်သည် လမ်းလျှောက်ရာတွင် 600 မီတာကို ရောက်ရှိရန် အချိန် 12 မိနစ် ကြာသည်။ သူသည် ထိုတူညီသောနှုန်းအတိုင်း ဆက်လက်သွားမည် ဆိုပါက အောက်ပါ ဇယားတွင် ကြာချိန်များကို ပြည့်စုံအောင်ဖြည့်စွက်ပါ။

ခရီးအကွာအဝေး (မီတာ)	600	1200	1800	2400	3000	3600
ကြာချိန် (မိနစ်)	12					

(က) ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲ၍ 800 မီတာ၊ 1400 မီတာ နှင့် 3200 မီတာ ရှိသော ခရီးအသီးသီး ကို ရောက်ရှိရန် ကြာချိန် (မိနစ်) ကို ရှာပါ။

(ခ) ကြာချိန် 40 မိနစ်၊ 45 မိနစ်တွင် ရောက်ရှိနိုင်သော ခရီးအသီးသီးကိုရှာပါ။

၆။ အားကစားသင်တန်းတစ်ခုတွင် သင်တန်းကာလပေါ်မူတည်၍ သုံးစွဲနိုင်သည့် ရေအလုံ အလောက်ရှိသည်။ သင်တန်းသို့တက်ရောက်သူဦးရေနှင့်ရေသုံးစွဲနိုင်မည့်ရက်ကို ခန့်မှန်း ဖော်ပြထားသည်။ အောက်ပါဇယားတွင် လိုနေသောကိန်းများကို ဖြည့်စွက်ပါ။ ဂရပ်တစ်ခု ကိုဆွဲ၍ သင်တန်းသား 16 ယောက်ရေသုံးစွဲနိုင်မည့်ရက်နှင့် သင်တန်းသား 32 ယောက် ရေသုံးစွဲနိုင်မည့်ရက်ကို ရှာပါ။

သင်တန်းသားအရေအတွက်	12	15	20	30	40	48
ရေသုံးစွဲနိုင်မည့်ရက်	40			16		

၇။ တည်ဆောက်ရေးလုပ်ငန်းခွင်တစ်ခုတွင် အလုပ်သမားဦးရေနှင့် လုပ်ငန်းပြီးစီးရန် ကြာသော အချိန်ကို ဖော်ပြထားသည်။ အောက်ပါဇယားတွင် လိုအပ်သော အချက်အလက်များကို ဖြည့်စွက်ပြီး ဂရပ်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။

အလုပ်သမားဦးရေ (ယောက်)	10	20	30	40	60
လုပ်ငန်းပြီးစီးရန် ကြာချိန် (ရက်)	48				8

(က) လူ 24 ယောက်အလုပ်လုပ်ပါက လုပ်ငန်းပြီးစီးရန်ရက်ပေါင်းမည်မျှကြာမည်နည်း။
(ခ) 10 ရက်နှင့် လုပ်ငန်းပြီးစီးရန်အတွက် အလုပ်သမားဦးရေမည်မျှလိုအပ်သနည်း။

၁၃.၆ ရာခိုင်နှုန်း (Percentage)

ရာခိုင်နှုန်းဆိုသည်မှာပိုင်းခြေ 100 ရှိသောအပိုင်းကိန်းဖြစ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် သင်တန်းတစ်ခုတွင် သင်တန်းသားဦးရေ၏ 5 ပုံ 1 ပုံသည် အမျိုးသမီးများဖြစ်ကြသည်ဆိုပါစို့။ အမျိုးသမီးဦးရေသည် သင်တန်းသားအားလုံး၏ $\frac{1}{5}$ ဖြစ်သည်။

$\frac{1}{5}$ ကို တန်ဖိုးမပြောင်းလဲစေဘဲ $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{20}{100}$ ဟုဖော်ပြနိုင်သည်။ ပိုင်းခြေကို 100 အဖြစ်မူတည်၍ ဤကဲ့သို့ ဖော်ပြသောကိန်း $\frac{20}{100}$ သည် ရာခိုင်နှုန်းဖြစ်သည်။ သင်္ကေတ % ကို အသုံးပြု၍ $\frac{20}{100}$ ကို 20 % ဟုရေးသည်။

ဥပမာ ၁။ ။ဘောပင်အချောင်း 150 တွင် 15 ချောင်း ပျက်စီးနေသည်။ ကောင်းသောဘောပင် ရာခိုင်နှုန်းကို ရှာမည်ဆိုပါစို့။

ကောင်းသောဘောပင် $= 150 - 15 = 135$ ချောင်း

$\therefore$ ဘောပင် 150 တွင် ကောင်းသောဘောပင်ရာခိုင်နှုန်း $= \frac{135}{150} \times 100\ \%$

$= 90\ \%$

ပမာဏတစ်ခု a ကိုအခြားပမာဏတစ်ခု b ၏ ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ဖော်ပြလိုလျှင် $\frac{a}{b}$ ကို 100 % ဖြင့်မြှောက်ရသည်။

ဥပမာ ၂။ ။ငွေ 850 ကျပ်ကို 15 % တိုးမည်ဆိုပါစို့။

တိုးသောငွေပမာဏ = 850 ကျပ်၏ 15 %

$= 850 \times \frac{15}{100}$

= 127.5 ကျပ်ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် တိုးပြီးနောက်ငွေပမာဏ = 850 + 127.5 = 977.5 ကျပ် ဖြစ်သည်။

ဒုတိယနည်း

တိုးပြီးသော ရာခိုင်နှုန်း = 100 % + 15 % = 115 %

တိုးပြီးနောက် ငွေပမာဏ = 850 ကျပ်၏ 115 %

$= 850 \times \frac{115}{100} = 977.5$ ကျပ်

ဥပမာ ၃။ ။ငွေ 8500 ကျပ်ကို 25 %လျှော့မည်ဆိုပါစို့။

လျော့သောငွေပမာဏ = 8500 ကျပ်၏ 25 %

$= 8500 \times \frac{25}{100}$

= 2125 ကျပ်

လျှော့ပြီးနောက်ငွေပမာဏ = 8500 – 2125 = 6375 ကျပ်

ဒုတိယနည်း

လျှော့ပြီးနောက် ရာခိုင်နှုန်း = 100 % – 25 % = 75 %

လျှော့ပြီးနောက် ငွေပမာဏ = 8500 ကျပ်၏ 75 %

$= 8500 \times \frac{75}{100} = 6375$ ကျပ်

ရာခိုင်နှုန်းတစ်ခုတိုးပြီးနောက်ပမာဏ = မူလပမာဏ × (100 % + တိုးမည့်ရာခိုင်နှုန်း)

ရာခိုင်နှုန်းတစ်ခုလျှော့ပြီးနောက်ပမာဏ = မူလပမာဏ × (100 % – လျှော့မည့်ရာခိုင်နှုန်း)

ပုံစံတွက် ၁။ လူတစ်ယောက်၏လစဉ်ဝင်ငွေသည် 240000 ကျပ်ဖြစ်၏။ သူ၏ကြိုးစားမှုကြောင့် နောက်လတွင်ဝင်ငွေ 6 % တိုးလာပါက ထိုလတွင် ဝင်ငွေမည်မျှရှိသနည်း။

တိုးပြီးသောရာခိုင်နှုန်း = 100 % + 6 % = 106%

တိုးပြီးနောက် ဝင်ငွေ = 240000 × 106 %

$= 240000 \times \frac{106}{100} = 254400$ ကျပ်

ပုံစံတွက် ၂။ ကိုယ်အလေးချိန် 145 ပေါင်ရှိရာမှ 8 % လျော့ကျသွားပါက ဖြစ်လာမည့် ကိုယ်အလေးချိန်ကို ရှာပါ။

လျော့ပြီးနောက် ကိုယ်အလေးချိန် $= 100\,\% - 8\,\% = 92\%$

ရှိလာမည့် ကိုယ်အလေးချိန် $= 145 \times 92\,\%$

$= 145 \times \dfrac{92}{100} = 133.4$ ပေါင်

ပုံစံတွက် ၃။ ကိန်းတစ်ခုကို 15 % တိုးရာ 2530 ဖြစ်လာလျှင် မူလကိန်းကို ရှာပါ။

မူလကိန်း $= y$ ဖြစ်ပါစေ။

တိုးပြီးနောက်ရာခိုင်နှုန်း $= 100\,\% + 15\,\% = 115\,\%$

တိုးပြီးနောက်ဖြစ်လာသောကိန်း $= y \times 115\,\%$

$= y \times \dfrac{115}{100}$

$= y \times \dfrac{23}{20}$

ပုစ္ဆာအရ $\dfrac{23}{20}\,y = 2530$

$y = 2530 \times \dfrac{20}{23} = 2200$

$\therefore$ မူလကိန်း $= 2200$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၃.၄

၁။ (က) ရေ 30 ဂါလန်ကို 5 % တိုးပါ။ တိုးပြီးရေဂါလန်ကို ရှာပါ။

(ခ) ငွေ 5500 ကျပ်ကို $7\frac{1}{2}$ % တိုးပါ။ တိုးပြီးငွေကို ရှာပါ။

(ဂ) ငွေ 7350 ကျပ်ကို 18 % လျှော့ပါ။ လျှော့ပြီးငွေကို ရှာပါ။

(ဃ) အာလူး 480 g ကို $4\frac{1}{4}$ % လျှော့ပါ။ လျှော့ပြီးအာလူးကို ရှာပါ။

၂။ နှစ်တစ်နှစ်၏အစတွင်လူတစ်ယောက်၌ ငွေ 12500 ကျပ်ရှိ၏။ နှစ်စဉ် 8 % တိုးသွားသော် နှစ်နှစ်ကြာသောအခါ ထိုသူ၌ ငွေမည်မျှဖြစ်လာမည်နည်း။

၃။ 82 cm ကို 105 cm ၏ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ပြပါ။ 105 cm ကိုလည်း 82 cm ၏ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ပြပါ။

၄။ (က) မည်သည့်ကိန်းကို 5 % တိုးလိုက်သော် 84 ဖြစ်လာမည်နည်း။

(ခ) ငွေတစ်ရပ်မှ 15 % နုတ်လိုက်သော် 153 ကျပ်ကျန်၏။ မူလငွေကိုရှာပါ။

(ဂ) ငွေတစ်ရပ်၏ 5 % သည် 210 ကျပ်ဖြစ်၏။ ထိုငွေ၏ 12 % သည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

၅။ ဦးဘ၏လယ်မှ စပါးအထွက်နှုန်းသည် ဦးမြ၏လယ်မှစပါးထွက်နှုန်းထက် 25 % ပိုသည်။ ဦးမြ၏လယ်မှ စပါးအထွက်နှုန်းသည် ဦးဘ၏လယ်မှစပါးအထွက်နှုန်းအောက် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှ လျော့သနည်း။

၆။ စာသင်ခန်းတစ်ခုတွင် ကျောင်းသားအားလုံး၏ 25 % သည် မျက်မှန်တပ်ဆင်သူများ ဖြစ်ကြသည်။ အကယ်၍ မျက်မှန်တပ်သောကျောင်းသား 8 ယောက်ရှိလျှင် ထိုစာသင်ခန်းရှိ စုစုပေါင်းကျောင်းသားဦးရေကို ရှာပါ။

၇။ A ရှိ ငွေပမာဏသည် B ၏ ငွေပမာဏထက် 20 % ပိုများ၏။ A တွင်ငွေ 5000 ကျပ်ရှိလျှင် B တွင်ရှိသော ငွေပမာဏကိုရှာပါ။

၈။ စက်ရုံတစ်ခုတွင် စက်ရုံရှိလုပ်သားအရေအတွက်၏ 30 % သည် အမျိုးသမီးများ ဖြစ်ကြသည်။ အမျိုးသားအရေအတွက်သည် အမျိုးသမီးအရေအတွက်ထက် 60 ယောက်ပိုများလျှင် စက်ရုံရှိစုစုပေါင်းလုပ်သားအရေအတွက်ကို ရှာပါ။

၉။ ပွဲတော်ရာသီတစ်ခုတွင် စတိုးဆိုင်တစ်ဆိုင်သည် လျှပ်စစ်ပစ္စည်းများကို 20 % ၊ အဝတ်အထည်များကို 25 % အသီးသီးဈေးလျှော့၍ရောင်းသည်။ မနီသည် 9600 ကျပ် တန်သော မီးပူတစ်ခုနှင့် 1200 ကျပ်တန်သော စကတ်တစ်ထည် ဝယ်ယူခဲ့သည်။

(က) မီးပူ၏ မူလဈေးကိုရှာပါ။

(ခ) စကတ်တစ်ထည်၏မူလဈေးကို ရှာပါ။

(ဂ) ဝယ်ယူခဲ့သောပစ္စည်းများ၏ စုစုပေါင်းတန်ဖိုးသည် မူလတန်ဖိုးအောက် မည်မျှလျော့သွားသနည်း။

(ဃ) ပစ္စည်းနှစ်ခုပေါင်းအတွက် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှလျော့၍ပေးချေခဲ့ရသနည်း။

အခန်း ၁၄ လူမှုရေးသင်္ချာ

မက်ထရစ်စနစ်အတိုင်းအတာများတွင် ရှေ့ဆွယ်စကားလုံးများနှင့် အခြေခံယူနစ်များ အကြောင်းကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုသင်ခန်းစာတွင် မက်ထရစ်စနစ်ကို တိုးချဲ့ လေ့လာမည်၊ အရောင်းအဝယ်ကိစ္စများတွင် အရှုံးအမြတ် တွက်ချက်ပုံများကိုလည်းလေ့လာကြရမည် ဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက လူမှုရေးဆိုင်ရာသင်္ချာ ပြဿနာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်။

၁၄.၁ မက်ထရစ်စနစ်

မက်ထရစ်စနစ်သည် 10 ၏ထပ်ကိန်းများဖြင့် ရေတွက်တိုင်းထွာခြင်းပြုသည့်စနစ်ပင် ဖြစ်သည်။ ရှေ့ဆွယ်စကားလုံး မီလီ(mili)၊ စင်တီ (centi)၊ ဒက်ဆီ (deci)၊ ဒက်ကာ (deca)၊ ဟက်တို (hecto)၊ ကီလို (kilo) တို့နှင့် အခြေခံယူနစ်များဆက်သွယ်မှုကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု နာနို (nano)၊ မိုက်ကရို (micro)၊ ဂီဂါ (giga) နှင့် မီဂါ (mega) ဆိုသည့် ရှေ့ဆွယ်စကားလုံး များ၏ ဆက်သွယ်ပုံကို တိုးချဲ့လေ့လာကြမည်။

ရှေ့ဆွယ် စကားလုံး	နာနို	မိုက်ကရို	မီလီ	စင်တီ	ဒက်ဆီ	အခြေခံ ယူနစ်	ဒက်ကာ	ဟက်တို	ကီလို	မီဂါ	ဂီဂါ
အတိုကောက်	n	μ	m	c	d	m g L	da	h	k	M	G
10 ၏ ထပ်ကိန်း	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}

အထက်ပါဇယားမှ အလျားတိုင်းတာခြင်းတွင် အခြေခံယူနစ် 1 m နှင့် ဆက်သွယ်ချက်ကို အောက်ပါအတိုင်း ရယူနိုင်သည်။

ဥပမာ ။ 1 m ကို မီဂါမီတာ (Mm) ဖြင့်လည်းကောင်း၊ မီလီမီတာ(mm) ဖြင့်လည်းကောင်း ဖော်ပြမည်ဆိုပါစို့။

10^{6} m = 1 Mm	10^{-3} m = 1 mm
$10^{-6} \times 10^{6}$ m = 10^{-6} Mm	$10^{3} \times 10^{-3}$ m = 10^{3} mm
10^{0} m = 10^{-6} Mm	10^{0} m = 10^{3} mm
1 m = 10^{-6} Mm	1 m = 10^{3} mm

အခြေခံယူနစ်ကို ကြီးသော ရှေ့ဆွယ်စကားလုံးများဖြင့်လည်းကောင်း၊ ငယ်သော ရှေ့ဆွယ် စကားလုံးများဖြင့်လည်းကောင်း ပြနိုင်ပါသည်။

အလျားတိုင်းတာခြင်းတွင်

$$1\text{ m} = 10^{-9}\text{ Gm} = 10^{-6}\text{ Mm} = 10^{-3}\text{ km} = 10^{-2}\text{ hm} = 10^{-1}\text{ dam}$$

$$1\text{ m} = 10\text{ dm} = 10^{2}\text{ cm} = 10^{3}\text{ mm} = 10^{6}\ \mu\text{m} = 10^{9}\text{ nm}$$

အလေးချိန်တိုင်းတာခြင်းတွင်

$$1\text{ g} = 10^{-9}\text{ Gg} = 10^{-6}\text{ Mg} = 10^{-3}\text{ kg} = 10^{-2}\text{ hg} = 10^{-1}\text{ dag}$$

$$1\text{ g} = 10\text{ dg} = 10^{2}\text{ cg} = 10^{3}\text{ mg} = 10^{6}\ \mu\text{g} = 10^{9}\text{ ng}$$

ထုထည်တိုင်းတာခြင်းတွင်

$$1\text{ L} = 10^{-9}\text{ GL} = 10^{-6}\text{ ML} = 10^{-3}\text{ kL} = 10^{-2}\text{ hL} = 10^{-1}\text{ daL}$$

$$1\text{ L} = 10\text{ dL} = 10^{2}\text{ cL} = 10^{3}\text{ mL} = 10^{6}\ \mu\text{L} = 10^{9}\text{ nL}$$

ဥပမာ ၁။ 5.6 mm ကို မိုက်ကရိုမီတာ (μm) ဖြင့်ပြမည် ဆိုပါစို့။

$$1\text{ m} = 10^{3}\text{ mm}, \qquad 1\text{ m} = 10^{6}\ \mu\text{m}$$

$$\therefore 10^{3}\text{ mm} = 10^{6}\ \mu\text{m}$$

$$1\text{ mm} = 10^{3}\ \mu\text{m}$$

$$5.6\text{ mm} = 5.6 \times 10^{3}\ \mu\text{m} = 5600\ \mu\text{m}$$

ဥပမာ ၂။ 3.45×10^{7} cm ကို မီဂါမီတာ (Mm) ဖြင့်ပြမည် ဆိုပါစို့။

$$1\text{ m} = 10^{2}\text{ cm}, \qquad 1\text{ m} = 10^{-6}\text{ Mm}$$

$$\therefore 10^{2}\text{ cm} = 10^{-6}\text{ Mm}$$

$$1\text{ cm} = 10^{-8}\text{ Mm}$$

$$3.45 \times 10^{7}\text{ cm} = 3.45 \times 10^{7} \times 10^{-8}\text{ Mm}$$

$$= 3.45 \times 10^{-1}\text{ Mm} = 0.345\text{ Mm}$$

ပုံစံတွက် ၁။ 260 mg + 73 cg + 5 g ကို μg ဖြင့် ပြပါ။

$$260\text{ mg} + 73\text{ cg} + 5\text{ g}$$

$$= 260 \times 10^{-3}\text{ g} + 73 \times 10^{-2}\text{ g} + 5\text{ g}$$

$$= 0.26\text{ g} + 0.73\text{ g} + 5\text{ g}$$

$$= 5.99\text{ g} = 5.99 \times 10^{6}\ \mu\text{g} = 5990000\ \mu\text{g}$$

ပုံစံတွက် ၂။ 23000 L + 420 kL + 0.25 ML ကို GL ဖြင့် ပြပါ။

$$23000\text{ L} + 420\text{ kL} + 0.25\text{ ML}$$

$$= 23000\text{ L} + 420 \times 10^{3}\text{ L} + 0.25 \times 10^{6}\text{ L}$$

$$= 23000\text{ L} + 420000\text{ L} + 250000\text{ L}$$

$$= 693000\text{ L} = 693000 \times 10^{-9}\text{ GL} = 0.000693\text{ GL}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $150\ \mu m + 2.3\ cm + 0.0007\ km$ ကို nm ဖြင့် ပြပါ။

$$150\ \mu m + 2.3\ cm + 0.0007\ km$$
$$= 150 \times 10^{-6}\ m + 2.3 \times 10^{-2}\ m + 0.0007 \times 10^{3}\ m$$
$$= 0.00015\ m + 0.023\ m + 0.7\ m$$
$$= 0.72315\ m = 0.72315 \times 10^{9}\ nm = 723150000\ nm$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၄.၁

၁။ (က) 27.3 mm ကို μm ဖြင့် ပြပါ။

(ခ) 9.98×10^{5} m ကို Mm ဖြင့် ပြပါ။

(ဂ) 0.56×10^{-5} kg ကို ng ဖြင့် ပြပါ။

(ဃ) 3.26×10^{7} mL ကို ML ဖြင့် ပြပါ။

၂။ (က) 135 dm + 11.9 m ကို μm ဖြင့် ပြပါ။

(ခ) 200 μg + 0.15 mg + 0.007 g ကို ng ဖြင့် ပြပါ။

(ဂ) 541 hL + 300 kL + 0.45 ML ကို GL ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

(ဃ) 4300 cm + 592 m + 16.8 km ကို Mm ဖြင့် ပြပါ။

၃။ 5525 m နှင့် 5.43×10^{7} cm တို့တွင် မည်သည်က မည်မျှ ပို၍ရှည်သနည်း။

၄။ 1.23×10^{3} m နှင့် 3208×10^{-4} km တို့တွင် မည်သည်က မည်မျှ ပို၍ရှည်သနည်း။

၅။ အားကစားသမားတစ်ဦးသည် အလျား 150 m၊ အနံ 80 m ရှိသော ကွင်းကို နှစ်ပတ်ပတ်၍ ပြေးခဲ့လျှင် 1 km ပြည့်ရန် မည်မျှ လိုသေးသနည်း။

မက်ထရစ်အတိုင်းအတာများနှင့် အင်္ဂလိပ်အတိုင်းအတာတို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို အနီးဆုံးတူညီသည့်ယူနစ်များဖြင့် အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြထားသည်။

1 mm = 0.039 in **1 cm = 0.39 in** **1 m = 39.37 in** **1 km = 0.62 mi (mile)**	**1 kg = 2.2 lb (pound)** **1 L = 0.22 gal (gallon)**	**1 in = 2.54 cm** **1 ft = 0.30 m** **1 yd = 0.914 m** **1 mi = 1.61 km**

ပုံစံတွက် ၃။ 120 m ရှည်သော ကြိုးတစ်ချောင်း၏အရှည်ကို ပေဖြင့် ဖော်ပြပါ။

$$1 \text{ m} = 39.37 \text{ in}$$

$$120 \text{ m} = 120 \times 39.37 \text{ in}$$

$$= \frac{120 \times 39.37}{12} \text{ ft}$$

$$= 393.7 \text{ ft}$$

ပုံစံတွက် ၄။ 26 km ဝေးသော ခရီးအကွာအဝေးသည် မိုင်အားဖြင့် မည်မျှကွာဝေးသနည်း။

$$1 \text{ km} = 0.62 \text{ mi}$$

$$26 \text{ km} = 26 \times 0.62 \text{ mi} = 16.12 \text{ mi}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၄.၂

၁။ 6 လက်မရှည်သော ကြိုးတစ်ချောင်း၏အလျားကို cm ဖြင့် ပြပါ။

၂။ 100 m ပြေးလမ်းသည် ကိုက်အားဖြင့် မည်မျှ ရှည်သနည်း။

၃။ P မှ Q သို့ 280 km၊ Q မှ R သို့ 472 km၊ R မှ S သို့ 448 km ကွာဝေး၏။ ထိုအကွာအဝေးအသီးသီးကို မိုင်ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

၄။ ဆီ $6\frac{1}{2}$ ဂါလန် ဝင်ဆံ့သောပုံးတစ်ခုသည် လီတာအားဖြင့် မည်မျှ ဝင်ဆံ့သနည်း။

၅။ သေတ္တာတစ်လုံးသည် 15 kg လေးသော် ပေါင်အားဖြင့် မည်မျှလေးသနည်း။

၆။ မီတာ 500 ပြေးပွဲနှင့် 1 မိုင် ပြေးပွဲတို့တွင် မီတာအားဖြင့် မည်သည်က မည်မျှပိုဝေးသနည်း။

၇။ ပင်လယ်ရေပြင်အထက် 14000 ပေ မြင့်သောနေရာသည် km အားဖြင့် မည်မျှ မြင့်သနည်း။

၁၄.၂ အရှုံးနှင့်အမြတ်

ပစ္စည်းတစ်ခုကို 500 ကျပ် ဖြင့်ဝယ်ပြီးထိုပစ္စည်းကို 600 ကျပ်ဖြင့် ပြန်ရောင်းသည် ဆိုပါစို့။ ဝယ်ယူသောပစ္စည်းတန်ဖိုး 500 ကျပ်ကို **ဝယ်ဈေး** ဟုခေါ်သည်။ ပြန်ရောင်းလိုက်သော ပစ္စည်းတန်ဖိုး 600 ကျပ်ကို **ရောင်းဈေး** ဟုခေါ်သည်။ ရောင်းလိုက်သောငွေ 600 ကျပ်သည် ဝယ်ရင်းဈေး 500 ကျပ်ထက် ပိုများသဖြင့် အကျိုးအမြတ် 600 – 500 = 100 ကျပ် ရသည်။ ထိုကဲ့သို့ ရောင်းဝယ်ခြင်းမှ ရရှိသော အကျိုးအမြတ်ငွေ 100 ကျပ်ကို **အမြတ်** (Profit)ဟု ခေါ်သည်။

အရောင်းအဝယ်ကိစ္စများ၌ ပစ္စည်းတစ်ခု၏ရောင်းဈေးသည် ဝယ်ဈေးထက်များခဲ့လျှင် မြတ်သည် ဟုဆိုသည်။

အမြတ် = ရောင်းဈေး – ဝယ်ဈေး

အကယ်၍ ထိုပစ္စည်းကို 600 ကျပ် ဖြင့်မရောင်းဘဲ 450 ကျပ်ဖြင့်သာ ရောင်းလိုက်လျှင် ရောင်းဈေးသည် ဝယ်ဈေးအောက် နည်းနေသဖြင့် 500 – 450 = 50 ကျပ် ဆုံးရှုံးသွားမည်။ ထိုကဲ့သို့ ရောင်းဝယ်ခြင်းမျိုးမှ ဆုံးရှုံးသွားသောငွေပမာဏ 50 ကျပ်ကို **အရှုံး**(loss) ဟုခေါ်သည်။ ရောင်းဈေးသည် ဝယ်ဈေးအောက်နည်းနေခဲ့လျှင် ရှုံးမည်ဖြစ်သည်။

အရှုံး = ဝယ်ဈေး – ရောင်းဈေး

ကိန်းတစ်ခုသည် တိုးလာသည်ဖြစ်စေ၊ လျော့သွားသည်ဖြစ်စေ မည်မျှ တိုးသည် လျော့သည်ကို မူလကိန်း၏ရာခိုင်နှုန်းဖြင့် ပြနိုင်သည်။ ဥပမာ လူဦးရေအတိုးအလျော့၊ ထွက်ကုန်သီးနှံ အတိုးအလျော့စသည်တို့ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ပြနိုင်သည်။ ထို့အတူ ကုန်သွယ်ရေးနှင့်အရောင်းအဝယ် ကိစ္စများတွင်လည်း အရှုံးအမြတ်ကို ရာခိုင်နှုန်းဖြင့်ဖော်ပြသည်။ အရှုံးအမြတ်ရာခိုင်နှုန်းကို ဝယ်ဈေးပေါ်တွင် မူတည်၍ တွက်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပစ္စည်းတစ်ခုကို ရောင်းရာ 10 % မြတ်သည် ဟုဆိုလျှင် ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်တွင် 10 ကျပ် မြတ်သည်။ ထိုအခါရောင်းဈေးသည် 110 ကျပ် ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ 250 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်ယူထားသောပစ္စည်းတစ်ခုကို 300 ကျပ် ဖြင့်ရောင်းလျှင် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ မြတ်သနည်း။

ဝယ်ဈေး = 250 ကျပ်၊ ရောင်းဈေး = 300 ကျပ်
အမြတ် = 300 – 250 = 50 ကျပ်
ဝယ်ဈေး 250 ကျပ် တွင် အမြတ် 50 ကျပ် ရသည်။
∴ ရရှိမည့်အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း $= \dfrac{50}{250} \times 100 = 20\ \%$

ပုံစံတွက် ၂။ 1200 ကျပ် ဖြင့်ဝယ်ယူထားသောပစ္စည်းတစ်ခုကို 900 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှရှုံးသနည်း။

ဝယ်ဈေး = 1200 ကျပ်၊ ရောင်းဈေး = 900 ကျပ်
အရှုံး = 1200 – 900 = 300 ကျပ်
ဝယ်ဈေး 1200 ကျပ်တွင် အရှုံး 300 ကျပ် ဖြစ်သည်။

∴ အရှုံးရာခိုင်နှုန်း $= \dfrac{300}{1200} \times 100 = 25\ \%$

ပုံစံတွက် ၃။ 2500 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်ထားသောပစ္စည်းတစ်ခုကို 8 % မြတ်ရန် မည်သည့်ဈေးဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် = 8 ကျပ်

ရောင်းဈေး = 100 + 8 = 108 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်ဖြစ်လျှင်ရောင်းဈေး = 108 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 2500 ကျပ်ဖြစ်လျှင်ရောင်းဈေး = $\frac{2500\times108}{100}$ = 2700 ကျပ်

ထို့ကြောင့် 2700 ကျပ် ဖြင့်ရောင်းရမည်။

ပုံစံတွက် ၄။ ပစ္စည်းတစ်ခုကို 2250 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းလိုက်သော် $12\frac{1}{2}$ % မြတ်၏။ ဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

အမြတ် = $12\frac{1}{2}$ ကျပ် = $\frac{25}{2}$ ကျပ်

ရောင်းဈေး = $100+\frac{25}{2}=\frac{200+25}{2}=\frac{225}{2}$ ကျပ်

ရောင်းဈေး $\frac{225}{2}$ ကျပ် ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ်

ရောင်းဈေး 2250 ကျပ် ဖြစ်လျှင် ဝယ်ဈေး = $2250\times100\times\frac{2}{225}$

= 2000 ကျပ်

$\therefore$ ဝယ်ဈေး = 2000 ကျပ်

ပုံစံတွက် ၅။ ဆိုင်တစ်ဆိုင်တွင် ငွေ 9000 ကျပ် တန်ဖိုးရှိ ပစ္စည်းများကို ဝယ်ယူပြီး ပြန်လည်ရောင်းချရာ 10956 ကျပ် ရရှိသည်။ အထွေထွေကုန်ကျစရိတ် 900 ကျပ် ဖြစ်သော် အသားတင်အမြတ်သည် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှ ဖြစ်သနည်း။

စုစုပေါင်းကုန်ကျငွေ = မူလတန်ဖိုး + အထွေထွေကုန်ကျစရိတ်

= 9000 + 900 = 9900 ကျပ်

အသားတင်အမြတ် = 10956 – 9900 = 1056 ကျပ်

အသားတင်အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း = $\frac{1056}{9900}\times100 = 10\frac{2}{3}$ %

$\therefore$ အသားတင်အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း = $10\frac{2}{3}$ %

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၄.၃

၁။ အောက်ပါတို့တွင် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း သို့မဟုတ် အရှုံးရာခိုင်နှုန်းကို ရှာပါ။

(က) ဝယ်ဈေး 3600 ကျပ် ရောင်းဈေး 3000 ကျပ်

(ခ) ဝယ်ဈေး 540 ကျပ် ရောင်းဈေး 600 ကျပ်

၂။ အောက်ပါတို့၏ဝယ်ဈေးကိုရှာပါ။

(က) ရောင်းဈေး 2550 ကျပ် အရှုံး 15 %

(ခ) ရောင်းဈေး 990 ကျပ် အမြတ် 10 %

၃။ အောက်ပါတို့၏ ရောင်းဈေး ကိုရှာပါ။

(က) ဝယ်ဈေး 3000 ကျပ် အမြတ် 16 %

(ခ) ဝယ်ဈေး 1260 ကျပ် အရှုံး $3\frac{1}{3}$ %

၄။ ပစ္စည်းတစ်ခုကို ငွေ1800 ကျပ်နှင့် ဝယ်ခဲ့ပြီး 2000 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှ မြတ်သနည်း။ 1500 ကျပ်နှင့်ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှရှုံးမည်နည်း။

၅။ သံပရာသီး 1500 လုံးကို တစ်လုံးလျှင် 25 ကျပ်နှုန်းဖြင့်ဝယ်၍ 10 လုံးလျှင် 300 ကျပ် ဈေးနှုန်းနှင့်ရောင်းသော် ငွေမည်မျှမြတ်သနည်း။ ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ မြတ်သနည်း။

၆။ ပစ္စည်းတစ်ခုကို $4\frac{1}{2}$ % အရှုံးခံ၍ရောင်းရာ 18 ကျပ်ရှုံးသော် ထိုပစ္စည်း၏ မူလဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

၇။ ဆန်တစ်အိတ်ကို 26000 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်ယူပြီး ပြန်လည်ရောင်းချရာ 30000 ကျပ် ရသည်။ သယ်ယူစရိတ် 1600 ကျပ် ကုန်ကျသော် အသားတင်အမြတ်သည် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှဖြစ်သနည်း။

၈။ ပစ္စည်းတစ်ခုကို 4050 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းရာ 25 % မြတ်မည်။ အကယ်၍ထိုပစ္စည်းကို ပထမရောင်းဈေးမှ 450 ကျပ် လျှော့ရောင်းလျှင် ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှမြတ်သနည်း။

၉။ သစ်သီးရောင်းသူတစ်ဦးသည် စပျစ်သီး 80 ကီလိုဂရမ်ကို တစ်ကီလိုဂရမ်လျှင်1500ကျပ် နှုန်းဖြင့် ဝယ်လာ၏။ စပျစ်သီး 10 % သည် ပုပ်သဖြင့် လွှင့်ပစ်လိုက်ရ၏။ 35 % အမြတ်ရလိုသော် ကျန်စပျစ်သီးများကို တစ်ကီလိုဂရမ်လျှင် မည်မျှနှင့်ရောင်းရမည်နည်း။

၁၄.၂.၁ အရှုံးအမြတ်ဆိုင်ရာအထွေထွေပုစ္ဆာများ

ပုံစံတွက် ၁။ ပစ္စည်းတစ်ခုကို 3000 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းလျှင် 25 % မြတ်မည်။ 30 % မြတ်ရန် မည်သည့်ဈေးဖြင့်ရောင်းရမည်နည်း။

ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်လျှင်

အမြတ် = 25 ကျပ်

ရောင်းဈေး 125 ကျပ် ဖြစ်လျှင်ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ်

ရောင်းဈေး 3000 ကျပ် ဖြစ်လျှင်ဝယ်ဈေး = $\dfrac{3000\times100}{125}$ = 2400 ကျပ်

$\therefore$ ဝယ်ဈေး = 2400 ကျပ်

30% မြတ်ရန်

ဝယ်ဈေး 100 ကျပ် ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး = 130 ကျပ်

ဝယ်ဈေး 2400 ကျပ် ဖြစ်လျှင် ရောင်းဈေး = $\dfrac{2400\times130}{100}$ = 3120 ကျပ်

$\therefore$ ရောင်းဈေး = 3120 ကျပ်

ပုံစံတွက် ၂။ လက်ကိုင်ဖုန်းတစ်လုံးကို A သည် B အား 20 % အမြတ်ဖြင့် ရောင်း၏။ B သည် C ကို 20 % အရှုံးဖြင့် ပြန်ရောင်း၏။ C သည် D ကို ပြန်ရောင်းရာ 50 % ရှုံး၏။ D ၏ဝယ်ဈေးသည် 36000 ကျပ်ဖြစ်သော် A ၏ဝယ်ရင်းဈေးကို ရှာပါ။

A ၏ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

A ၏ရောင်းဈေး = 100 + 20 = 120 ကျပ် (B ၏ဝယ်ဈေး)

B သည် C ကို 20 % အရှုံးဖြင့် ပြန်ရောင်း၍

B ၏ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်တွင် B ၏ရောင်းဈေး = 80 ကျပ်

B ၏ဝယ်ဈေး 120 ကျပ်တွင် B ၏ရောင်းဈေး = $\dfrac{120\times80}{100}$

= 96 ကျပ် (C ၏ဝယ်ဈေး)

C သည် D ကို 50 % အရှုံးဖြင့် ရောင်း၍

C ၏ဝယ်ဈေး 100 ကျပ်တွင် C ၏ရောင်းဈေး = 50 ကျပ်

C ၏ဝယ်ဈေး 96 ကျပ်တွင် C ၏ရောင်းဈေး = $\dfrac{96\times50}{100}$

= 48 ကျပ် (D ၏ဝယ်ဈေး)

D ၏ဝယ်ဈေး 48 ကျပ်တွင် A ၏ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ်

D ၏ဝယ်ဈေး 36000 ကျပ်တွင် A ၏ဝယ်ဈေး = $\dfrac{36000\times100}{48}$ = 75000 ကျပ်

$\therefore$ A ၏ဝယ်ဈေး = 75000 ကျပ်

ပုံစံတွက် ၃။ ကလေးကစားစရာအရုပ်တစ်ခုကို ဝယ်သူအား သတ်မှတ်ဈေးမှ 10 % လျှော့ရောင်းသော်သည်း 20 % အမြတ် ကျန်၏။ 600 ကျပ် သတ်မှတ်ထားသောအရုပ်တစ်ခု၏ ဝယ်ရင်းဈေးသည် မည်မျှဖြစ်သနည်း။

သတ်မှတ်ဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ၊

10 % လျှော့ရောင်းသော် ရောင်းဈေး = 100 − 10 = 90 ကျပ်

သတ်မှတ်ဈေး 100 ကျပ်တွင် ရောင်းဈေး 90 ကျပ်

သတ်မှတ်ဈေး 600 ကျပ်တွင် ရောင်းဈေး = $\dfrac{600 \times 90}{100}$ = 540 ကျပ်

တစ်ဖန်

20 % မြတ်ရန် ရောင်းဈေး = 120 ကျပ်

ရောင်းဈေး 120 ကျပ်တွင်ဝယ်ဈေး = 100 ကျပ်

ရောင်းဈေး 540 ကျပ်တွင်ဝယ်ဈေး = $\dfrac{540 \times 100}{120}$ = 450 ကျပ်

ထို့ကြောင့် ဝယ်ဈေး 450 ကျပ် ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၄။ ဈေးသည်တစ်ဦးသည် ရုပ်ပြစာအုပ်များပေါ်တွင် ဝယ်ရင်းဈေးထက် 20 % ပို၍ ဈေးတင်ပြီးသတ်မှတ်ထား၏။ အကယ်၍ သတ်မှတ်ထားသောဈေးမှ 10 % လျှော့၍ရောင်းသော် အမြတ်ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှဖြစ်သနည်း။

ဝယ်ရင်းဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်ပါစေ

သတ်မှတ်ထားသော ရောင်းဈေး = 100 + 20 = 120 ကျပ်

သတ်မှတ်ထားသောဈေးမှ 10 % လျှော့၍ရောင်းသော်

သတ်မှတ်ထားသောဈေး = 100 ကျပ် ဖြစ်လျှင်

ရောင်းဈေး = 100 − 10 = 90 ကျပ်

သတ်မှတ်ထားသောဈေး 100 ကျပ်တွင် ရောင်းဈေး = 90 ကျပ်

သတ်မှတ်ထားသောဈေး 120 ကျပ်တွင် ရောင်းဈေး = $\dfrac{120 \times 90}{100}$ = 108 ကျပ်

အမြတ် = ရောင်းဈေး − ဝယ်ရင်းဈေး

= 108 − 100 = 8 ကျပ်

$\therefore$ အမြတ်ရာခိုင်နှုန်း = 8 %

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၄.၄

၁။ (က) ဘောပင်တစ်ချောင်းကို 180 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းလျှင် 10 % ရှုံးမည်။ 10 % မြတ်လိုလျှင် မည်မျှဖြင့် ရောင်းရမည်နည်း။

(ခ) နာရီတစ်လုံးကို 5500 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းလျှင် 10 % မြတ်၏။ 20 % မြတ်ရန် မည်မျှနှင့် ရောင်းရမည်နည်း။

(ဂ) ပစ္စည်းတစ်ခုကို 2900 ကျပ် ဖြင့်ရောင်းလျှင် 16 % မြတ်မည်။ အကယ်၍ 16 % အရှုံးခံ၍ ရောင်းလျှင် ရောင်းဈေးကိုရှာပါ။

(ဃ) ပစ္စည်းတစ်ခုကို 3000 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းလျှင် 25 % မြတ်မည်။ ငွေ 600 ကျပ် အရှုံးဖြင့် ရောင်းသော် ရာခိုင်နှုန်းမည်မျှ ရှုံးသနည်း။

(င) ပစ္စည်းတစ်ခုကို ရောင်းရာ 3 % ရှုံးသည်။ အကယ်၍ ထိုရောင်းဈေးပေါ်တွင် 750 ကျပ် ထပ်တင်ရောင်းလျှင် 3 % မြတ်မည်။ ဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

၂။ ပစ္စည်းတစ်ခုကို 10 % အမြတ်တင်ရောင်းမည့်အစား 15 % အမြတ်ဖြင့်ရောင်းလျှင် 3000 ကျပ် ပို၍ရမည်ဆိုလျှင် ထိုပစ္စည်းကို မည်မျှနှင့်ဝယ်ထားသနည်း။

၃။ လူတစ်ယောက်သည်ပစ္စည်းတစ်ခုကို $6\frac{1}{2}$ % အမြတ်ဖြင့်ရောင်း၏။ အကယ်၍ 1250 ကျပ် ပို၍ရမည်ဆိုလျှင် 19 % မြတ်မည်။ ပစ္စည်း၏ ဝယ်ဈေးကိုရှာပါ။

၄။ A သည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို 5 % အမြတ်ဖြင့် B ထံ ရောင်း၏။ B သည် C ကို 10 % အမြတ်ဖြင့်ပြန်ရောင်း၏။ C သည် ထိုပစ္စည်းကို 4620 ကျပ် ဖြင့်ဝယ်သော် A ၏ ဝယ်ဈေးကို ရှာပါ။

၅။ ဦးအေးသည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို 5 % အမြတ်ဖြင့် ဦးဘအား ရောင်း၏။ ဦးဘသည် ထိုပစ္စည်းကို ဦးစိန်အား 5 % အရှုံးဖြင့် ရောင်းသည်။ ဦးစိန်၏ဝယ်ဈေးမှာ 27930 ကျပ် ဖြစ်သော် ဦးအေး၏ဝယ်ဈေးကိုရှာပါ။

၆။ မနီသည် ကုလားထိုင်တစ်လုံးကို 4000 ကျပ်ဖြင့် ဝယ်၍ မရီအား 5 % အမြတ်တင်ရောင်း၏။ မရီက မစီအား 4 % အရှုံးခံရောင်းလိုက်လျှင် မစီသည် ထိုပစ္စည်းကို မည်မျှနှင့်ဝယ်သနည်း။

၇။ လူသုံးဦးသည် ပစ္စည်းတစ်ခုကို အဆင့်ဆင့်ရောင်းသွားရာ 25 % စီမြတ်၏။ တတိယလူသည် ထိုပစ္စည်းကို 25000 ကျပ်ဖြင့် ရောင်းသော် ပထမလူ၏ဝယ်ဈေးသည်မည်မျှဖြစ်သနည်း။

၈။ ဒေါ်လှသည် နာရီတစ်လုံးကို ဒေါ်မြအား 20 % အမြတ်တင်ရောင်း၏။ ဒေါ်မြသည် ထိုနာရီကို ဦးဘအား 88000 ကျပ်ဖြင့်ရောင်းရာ $8\frac{1}{3}$ % ရှုံးသော် ဒေါ်လှသည် ထိုနာရီကို မည်သည့်ဈေးဖြင့် ဝယ်ထားသနည်း။

၉။ လူတစ်ယောက်သည်လုပ်ငန်းတစ်ခုကိုငွေ 300000 ကျပ်နှင့် စတင်လုပ်ကိုင်ရာ ပထမနှစ်တွင် 25 % ရှုံး၏။ ကျန်ငွေဖြင့် ဆက်လက်လုပ်ကိုင်ရာ ဒုတိယနှစ်တွင် နှစ်ကုန်၌ ဒုတိယနှစ်စက ရှိငွေ၏ $16\frac{2}{3}$ % မြတ်၏။ ဒုတိယနှစ်ကုန်တွင် ထိုလူ၌ရှိသောငွေကို ရှာပါ။

၁၀။ ပစ္စည်းတစ်ခု၏တန်ဖိုးသည် ဝယ်ပြီး တစ်နှစ်ကြာသောအခါ 40 % လျော့၏။ ဒုတိယနှစ်အကုန်တွင် ပထမနှစ်အကုန်ရှိ တန်ဖိုး၏ $33\frac{1}{3}$ % လျော့၏။ မူလက 25450 ကျပ်တန်သော ထိုပစ္စည်းသည် ဒုတိယနှစ်ကုန်သောအခါ မည်မျှသာ တန်ဖိုးရှိမည်နည်း။

အငွမတန်း

သင်္ချာ-၂

ကျောင်းသုံးစာအုပ်မိတ်ဆက်

ဤအတန်းတွင် သင်္ချာ-၂ ဘာသာရပ်အကြောင်းနှင့် ယင်းဘာသာရပ်ကို လက်တွေ့ဘဝတွင် အသုံးချပုံများကိုပိုမိုနားလည်နိုင်စေမည့်အသိပညာ၊ ကျွမ်းကျင်မှုအသစ်များဖွံ့ဖြိုးလာရန်ဆရာ၊ အတန်းဖော်များနှင့်အတူ အဖွဲ့လိုက်လုပ်ငန်းများ လုပ်ဆောင်သင်ယူမည်။ ထို့အပြင် ပြဿနာ အခက်အခဲများကိုဖြေရှင်းတတ်ရန်နှင့် စဉ်းစားတွေးခေါ်ဖန်တီးတတ်ရန် လေ့လာသင်ယူမည်။ အချို့စာသင်ချိန်များတွင် အဖွဲ့လိုက်လုပ်ဆောင်ကြပြီး၊ အချို့စာသင်ချိန်များတွင် အတန်းလိုက် သို့မဟုတ် တစ်ဦးချင်း လေ့လာသင်ယူကြမည်ဖြစ်သည်။

သင်ယူရမည့်အကြောင်းအရာများ

ဤအဋ္ဌမတန်း၊ သင်္ချာ - ၂ ဘာသာရပ်ကျောင်းသုံးစာအုပ်တွင် အောက်ပါအဓိကအကြောင်း အရာများ ပါဝင်သည်။

အခန်း ၁	တြိဂံများထပ်တူညီခြင်း
အခန်း ၂	စတုဂံများ
အခန်း ၃	စက်ဝိုင်းများ
အခန်း ၄	ပမာဏသင်္ချာ
အခန်း ၅	အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ
အခန်း ၆	ညွှန်ထောင့်များနှင့်အချိုးကျပုံဆွဲခြင်း

သင်ယူကြရမည့်နည်းလမ်းများ

သင်ခန်းစာအားလုံးတွင် တက်ကြွစွာပါဝင်သင်ယူနိုင်ရန် အထောက်အကူပြုမည့် C ၅လုံးကို အရေးပါသော ၂၁ ရာစုကျွမ်းကျင်မှုများအဖြစ် ဆရာက အသုံးပြုသင်ကြားပေးမည်။

- ✓ ပူးပေါင်းဆောင်ရွက်ခြင်း (Collaboration) - သင်ခန်းစာများသင်ယူရာတွင် ကျောင်းသားများသည် အတန်းဖော်များနှင့်အုပ်စုဖွဲ့ပြီး အတွေးအခေါ်များမျှဝေခြင်း၊ အဖြေများ အတူရှာဖွေခြင်းတို့ကို လုပ်ဆောင်မည်။
- ✓ ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း (Communication) - ဘာသာစကားသင်ခန်းစာများတွင် သာမက ဘာသာရပ်အားလုံးတွင် သင်ခန်းစာများကို ရေးခြင်း၊ ဖတ်ခြင်း၊ ပြောခြင်း၊ နားထောင်ခြင်းနှင့် နှုတ်ဖြင့်ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း၊ ကိုယ်အမူအရာဖြင့် ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း စသည့် ကျွမ်းကျင်မှုများ ဖွံ့ဖြိုးလာမည်။
- ✓ လေးနက်စွာဆန်းစစ်ဝေဖန်ခြင်းနှင့်ပြဿနာဖြေရှင်းခြင်း (Critical Thinking and Problem Solving) - ဖြေရှင်းရန် စိတ်ဝင်စားဖွယ်ပြဿနာများ၏အဖြေများကို ရှာဖွေခြင်းနှင့်တင်ပြခြင်း၊ အမှားများကို ရှာဖွေခြင်းနှင့် ပြုပြင်ခြင်းတို့ပြုလုပ်ရလိမ့်မည်။
- ✓ တီထွင်ဖန်တီးခြင်း (Creativity and Innovation) - ဘောင်ခတ်ထားသည့် အခြေအနေထဲမှ ထွက်၍ တွေးခေါ်ခြင်းသည် အရေးပါသော ၂၁ ရာစု ကျွမ်းကျင်မှု တစ်ခုဖြစ်သည်။ အတွေးအခေါ်သစ်များရရှိရန်၊ နည်းလမ်းသစ်များဖြင့် ပြဿနာများဖြေရှင်းရန် ကျောင်းသားများကို အားပေးလိမ့်မည်။
- ✓ နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်ခြင်း (Citizenship) - နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်စေရန် ကျောင်းလူမှုအဖွဲ့အစည်းတွင် တက်ကြွစွာ ပါဝင်လုပ်ဆောင်ခြင်း၊ တရားမျှတခြင်း၊ သဘောထားကွဲလွဲမှု ဖြေရှင်းခြင်း စသည်တို့ကို လေ့ကျင့်သင်ယူရမည်။

စာသင်နှစ်အဆုံးတွင်သိရှိသွားပြီးလုပ်ဆောင်နိုင်မည့်ရလဒ်များ

အဌမတန်း၊ သင်္ချာ-၂ဘာသာရပ်ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကို သင်ယူပြီးသောအခါကျောင်းသားများသည် အောက်ပါတို့ကို လုပ်ဆောင်နိုင်မည်။

- တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာဥပဒေသများကို သိရှိနားလည်ပြီး ထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်။
- စတုဂံအမျိုးမျိုးတို့ကို ခွဲခြားသိရှိနိုင်မည်ဖြစ်ပြီး စတုဂံများကိုလည်း ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနိုင်မည်။
- စတုဂံအသီးသီးတို့၏ဂုဏ်သတ္တိများကိုနားလည်သဘောပေါက်၍ စတုဂံများဆိုင်ရာ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို လွယ်ကူစွာ ဖြေရှင်းနိုင်မည်။
- စက်ဝိုင်းများပေါ်သို့ ဝန်းထိမျဉ်းများ ဆွဲတတ်မည်ဖြစ်ပြီး ဝန်းထိမျဉ်းဆိုင်ရာဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်။
- စက်ဝိုင်းနှစ်ခုဖြတ်ခြင်း၊ ဘုံလေးကြိုး၊ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းတို့၏အကြောင်းကို နားလည်သဘောပေါက်၍ အဝန်းပိုင်းများ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာများကို ရှာတတ်မည်။
- စက်ဝိုင်းပုံမျဉ်းကွေးတို့၏အလျား၊ စက်ဝိုင်းနှင့် စက်ဝိုင်းစိတ်တို့၏ဧရိယာများ၊ ဆလင်ဒါပုံသဏ္ဌာန်ရှိသော အရာဝတ္ထုတို့၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာနှင့် ထုထည်များစသည်တို့ကို ရှာသောပုံသေနည်းများကိုသိရှိပြီး ယင်းတို့ကို အသုံးပြု၍ ရှာလိုသောအရာဝတ္ထုတို့၏ အတိုင်းအတာများကို အလွယ်တကူရှာတတ်မည်။
- မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း၊ အမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ ပေးရင်းမျဉ်းနှင့်ပြိုင်သောမျဉ်း၊ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၌ဝန်းထိမျဉ်းနှင့် ပြင်ပမှတ်မှ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းတို့ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနိုင်မည်။

သင်္ချာ - ၂

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အခန်း ၁	တြိဂံများထပ်တူညီခြင်း	၁
၁. ၁	တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်းဥပဒေသများ	၁
၁. ၂	တြိဂံများထပ်တူညီခြင်းဥပဒေသများအသုံးပြုခြင်း	၄
အခန်း ၂	စတုဂံများ	၁၁
၂. ၁	စတုဂံတစ်ခု၏အစိတ်အပိုင်းများ	၁၁
၂. ၂	စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းပိုင်း၊အပြင်ပိုင်းနှင့်နယ်နိမိတ်	၁၂
၂. ၃	စတုဂံခုံးနှင့်စတုဂံခွက်များ	၁၃
၂. ၄	စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်	၁၄
၂. ၅	စတုဂံအမျိုးမျိုး	၁၄
၂. ၆	စတုဂံများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း	၂၄
၂. ၇	စတုဂံများထပ်တူညီခြင်း	၂၈
အခန်း ၃	စက်ဝိုင်းများ	၂၉
၃. ၁	ပြန်လည်ဆွေးနွေးခြင်း	၂၉
၃. ၂	စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုဖြတ်ခြင်း	၃၀
၃. ၃	စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ဝန်းထိမျဉ်း	၃၂
၃. ၄	အမှတ်တစ်ခုမှစက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ဆွဲသောဝန်းထိမျဉ်းများ	၃၃
၃. ၅	စက်ဝိုင်းနှစ်ခုဖြတ်ခြင်း	၃၇
၃. ၆	ဘုံလေးကြိုးနှင့်ဘုံဝန်းထိမျဉ်း	၃၈
၃. ၇	အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ဒီဂရီတိုင်းတာခြင်း	၄၀
၃. ၈	အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာအတွက်ဂုဏ်သတ္တိများ	၄၂

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အခန်း ၄	ပမာဏသင်္ချာ	၄၆
၄.၁	စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏စက်ဝန်းကိုရှာခြင်း	၄၆
၄.၂	π ၏တန်ဖိုး	၅၀
၄.၃	အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏အလျားကိုရှာခြင်း	၅၁
၄.၄	စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဧရိယာရှာခြင်း	၅၄
၄.၅	စက်ဝိုင်းစိတ်၏ဧရိယာရှာခြင်း	၅၈
၄.၆	ဆလင်ဒါ	၆၂
အခန်း ၅	အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ	၆၆
၅.၁	ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ခု ဆောက်လုပ်ခြင်း	၆၆
၅.၂	ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင်မရှိသောအမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ ပေးရင်းမျဉ်းနှင့်အပြိုင်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆောက်လုပ်ခြင်း	၆၈
၅.၃	ပေးထားသောအဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆောက်လုပ်ခြင်း	၆၉
၅.၄	ဝန်းထိမျဉ်းများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း	၇၁
အခန်း ၆	ညွှန်ထောင့်များနှင့်အချိုးကျပုံဆွဲခြင်း	၇၄
၆.၁	တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များ	၇၄
၆.၂	ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့်ပြနည်း	၇၇
၆.၃	မြင့်ထောင့်နှင့်နိမ့်ထောင့်	၇၉
၆.၄	အချိုးကျပုံဆွဲ၍ညွှန်ထောင့်နှင့်အကွာအဝေးကိုရှာခြင်း	၈၁

အခန်း ၁ တြိဂံများထပ်တူညီခြင်း

တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်းကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်းဖြင့် လက်တွေ့ထုတ်ဖော်ပြသခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် ထိုလက်တွေ့ပြုလုပ်ခြင်းမှရရှိထားသည့် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာနည်းများကို အသုံးပြုလျက် မှန်ကန်ချက်အချို့ကို လေ့လာမည်။ နှစ်နားညီတြိဂံ၏ ထူးခြားသောဂုဏ်သတ္တိများကိုလည်း လေ့လာမည်။ ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူလေ့လာခြင်းဖြင့် တြိဂံများထပ်တူညီခြင်းဆိုင်ရာဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းရာတွင် အထောက်အကူပြုမည်ဖြစ်သည်။

၁.၁ တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီခြင်းဥပဒေသများ

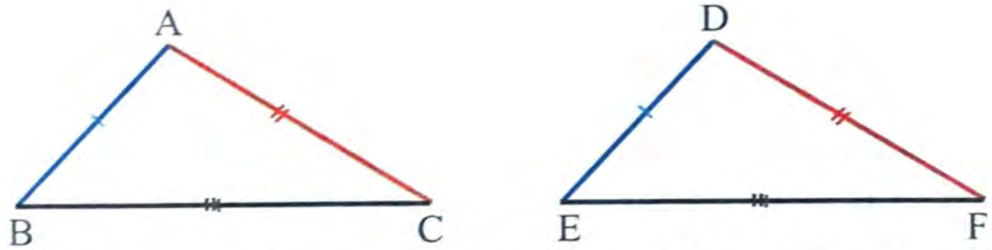
လက်တွေ့နည်းများဖြင့် ဖော်ထုတ်ထားသော တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီစေနိုင်သည့်နည်းများကို ပိုမိုပြည့်စုံစွာနားလည်စေရန် ယင်းတို့ကို ပြန်လည်လေ့လာမည်။

တြိဂံတစ်ခုသည် အခြားတြိဂံတစ်ခုနှင့် ထောင့်သုံးထောင့်အချင်းချင်းသည်လည်းကောင်း၊ အနားသုံးနားအချင်းချင်းသည်လည်းကောင်း အသီးသီးလိုက်ဖက်စွာတူညီနေကြလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုတို့ထပ်တူညီကြသည်။ အပြန်အလှန်အားဖြင့် တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီလျှင် သက်ဆိုင်ရာလိုက်ဖက်အနားအချင်းချင်းနှင့် လိုက်ဖက်ထောင့်အချင်းချင်း တူညီကြသည်။

၁.၁.၁ အနားသုံးနားထပ်တူညီခြင်း

တြိဂံတစ်ခု၏အနားသုံးနားတို့သည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏အနားသုံးနားတို့နှင့် အသီးသီးလိုက်ဖက်စွာတူညီကြလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုတို့အနားသုံးနားအရထပ်တူညီသည်ဟုဆိုပြီး အတိုကောက်အားဖြင့် **နနန ထပ်တူညီခြင်း** (SSS congruence) ဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ



ပုံတွင် AB = DE , BC = EF နှင့် AC = DF ဖြစ်၍ ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် နနနအရထပ်တူညီပြီး $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ဟု ဖော်ပြသည်။

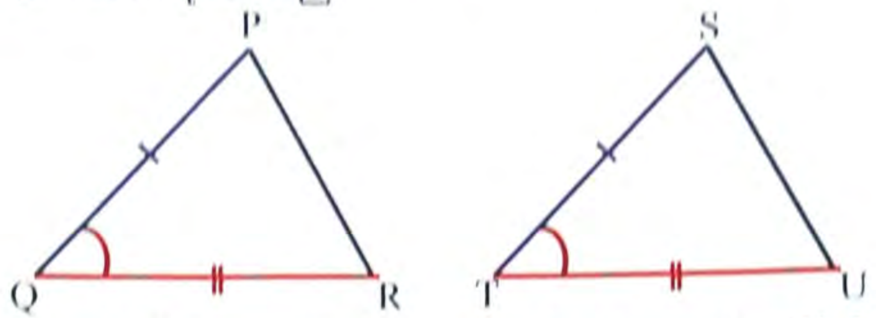
တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီကြောင်းကို $\cong$ သင်္ကေတ ဖြင့်ဖော်ပြရာ၌ လိုက်ဖက်ထောင့်များ၊ လိုက်ဖက်အနားများကို အစီအစဉ်တကျ ရေးရသည်။ ဤဥပမာတွင်ရှိသော တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီ

ဖြင်းတို့ ΔABC နှင့် ΔDEF တို့ထပ်တူညီသည်ဟု ဖော်ပြနိုင်သော်လည်း $\cong$ သင်္ကေတကို အသုံးပြုပါက $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ဟု ရေးရမည်။ ဆိုလိုသည်မှာ $\cong$ သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြရာတွင် တြိဂံနှစ်ခုတို့၏ အမည်အက္ခရာများကို လိုက်ဖက်အနားအချင်းချင်း၊ လိုက်ဖက်ထောင့်အချင်းချင်း၊ အစီအစဉ်တကျ ယှဉ်တွဲ၍ ဖော်ပြရမည်ဖြစ်သည်။

၁.၁.၂ နှစ်နားကြားထောင့်ထပ်တူညီခြင်း

တြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်နားတို့သည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏အနားနှစ်နားတို့နှင့် အသီးသီး လိုက်ဖက်စွာတူညီကြပြီး ထိုအနားများကြားရှိ ထောင့်အချင်းချင်းလည်း တူညီကြလျှင် ယင်းတြိဂံနှစ်ခုတို့သည် နှစ်နားကြားထောင့်အရ ထပ်တူညီသည်။ အတိုကောက်အားဖြင့် **နထန ထပ်တူညီခြင်း** (SAS congruence) ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ။

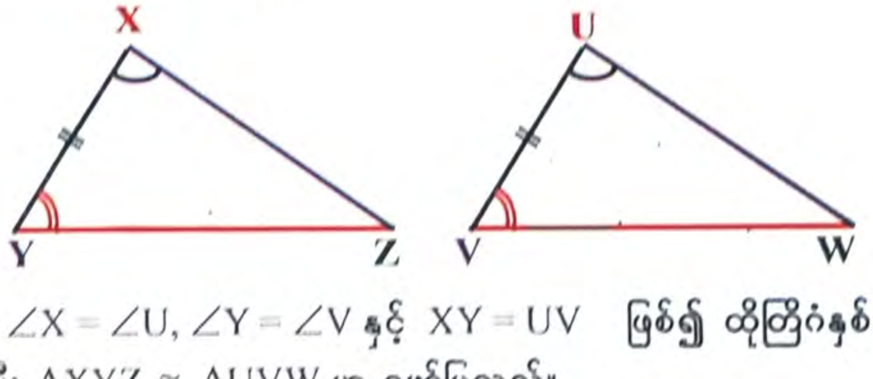


ပေးထားသောပုံတွင် $PQ = ST$, $QR = TU$ နှင့် $\angle Q = \angle T$ ဖြစ်၍ တြိဂံနှစ်ခုသည် နထန အရ ထပ်တူညီပြီး $\Delta PQR \cong \Delta STU$ ဟုရေးသည်။

၁.၁.၃ နှစ်ထောင့်တစ်နားထပ်တူညီခြင်း

တြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်နှစ်ထောင့်သည် အခြားတြိဂံတစ်ခု၏ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့နှင့် အသီးသီး တူညီကြပြီး၊ လိုက်ဖက်အနားတစ်စုံလည်း တူညီနေကြလျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုတို့သည် နှစ်ထောင့်တစ်နားအရ ထပ်တူညီသည်ဟုဆိုပြီး အတိုကောက်အားဖြင့် **ထထန ထပ်တူညီခြင်း** (AAS congruence) ဟု ခေါ်သည်။

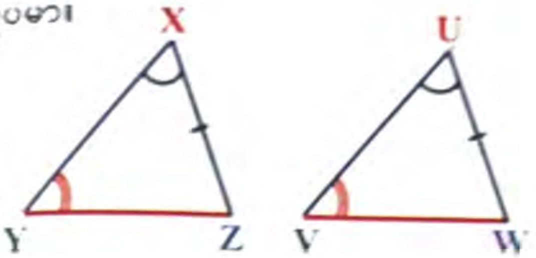
ဥပမာ။



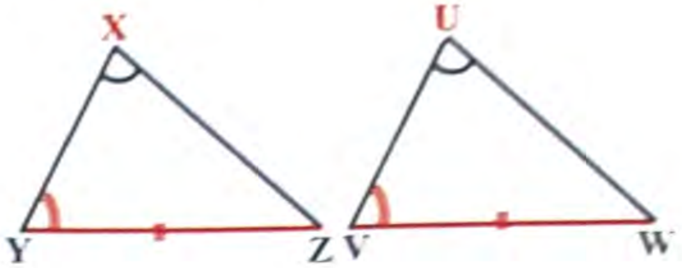
ပုံတွင် $\angle X = \angle U$, $\angle Y = \angle V$ နှင့် $XY = UV$ ဖြစ်၍ ထိုတြိဂံနှစ်ခုသည် ထထန အရ ထပ်တူညီပြီး $\Delta XYZ \cong \Delta UVW$ ဟု ဖော်ပြသည်။

အကယ်၍ XY = UV အစား XZ = UW သို့မဟုတ် YZ = VW ဖြစ်လျှင်လည်း အဆိုပါတြိဂံနှစ်ခု ထထန ထပ်တူညီခြင်းအရ ထပ်တူညီကြသည်။

ဥပမာ၊



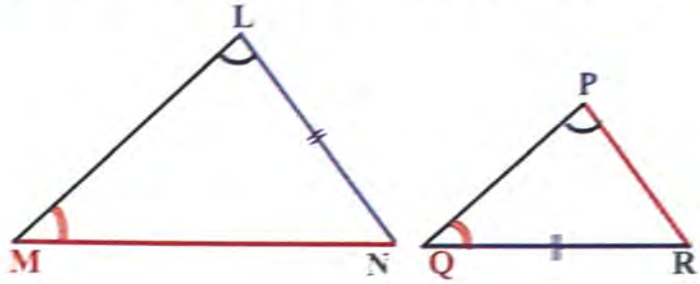
ပုံ ၁.၁



ပုံ ၁.၂

ပုံ ၁. ၁ တွင် $\angle X = \angle U$, $\angle Y = \angle V$ နှင့် XZ = UW ဖြစ်သဖြင့် $\Delta XYZ \cong \Delta UVW$ ဖြစ်သည်။

ပုံ ၁. ၂ တွင် $\angle X = \angle U$, $\angle Y = \angle V$ နှင့် YZ = VW ဖြစ်သဖြင့် $\Delta XYZ \cong \Delta UVW$ ဖြစ်သည်။



ပုံ ၁.၃

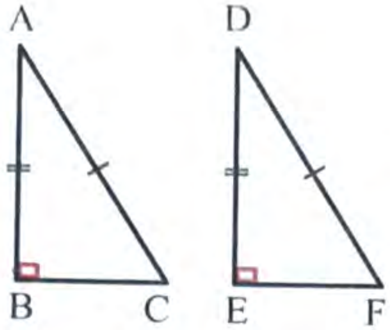
ပုံ ၁. ၃ တွင် $\angle L = \angle P$, $\angle M = \angle Q$ နှင့် LN = QR ဟုပေးထားသည်။ တြိဂံနှစ်ခုတို့၏ ထောင့်နှစ်ခုတို့သည် လိုက်ဖက်စွာတူညီနေသော်လည်း LN သည် $\angle M$ နှင့်၊ QR သည် $\angle P$ နှင့် အသီးသီး မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော အနားများဖြစ်ကြပြီး $\angle M \neq \angle P$ ဖြစ်သဖြင့် LN နှင့် QR တို့သည် လိုက်ဖက်အနားများ မဟုတ်ကြပါ။ သို့ဖြစ်၍ ပေးထားသော တြိဂံနှစ်ခုတို့ ထပ်တူမညီပါ။ ယင်းကို $\Delta LMN \ncong \Delta PQR$ ဟုဖော်ပြမည်။

တြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူမညီခြင်းကို "$\ncong$" သင်္ကေတဖြင့်ပြသည်။

၁.၁.၄ ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်ဖက်ထပ်တူညီခြင်း

ထောင့်မှန်တြိဂံနှစ်ခုတို့တွင် ထောင့်မှန်ခံအနားအချင်းချင်းတူညီကြပြီး ကျန်အနားတစ်ဖက်ချင်းလည်း တူညီခဲ့လျှင် ထိုတြိဂံနှစ်ခုတို့သည် ထောင့်မှန်ခံအနားနှင့်ကျန်အနားတစ်ဖက်အရ ထပ်တူညီကြသည်ဟုဆိုပြီး အတိုကောက်အားဖြင့် **မနန ထပ်တူညီခြင်း** (RHS congruence) ဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာ။



ပေးထားသော ΔABC နှင့် ΔDEF တို့သည် ထောင့်မှန်တြိဂံနှစ်ခုဖြစ်ကြပြီး $AC = DF$ (ထောင့်မှန်ခံအနားများ) နှင့် $AB = DE$ ဖြစ်သဖြင့် တြိဂံနှစ်ခုသည် မနန အရ ထပ်တူညီသည်။ ယင်းကို $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ဟု ဖော်ပြမည်။

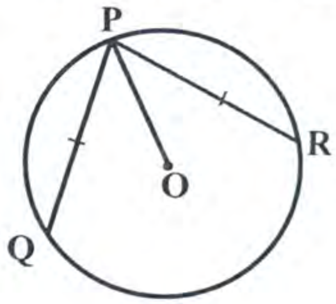
လက်တွေ့လုပ်ဆောင်ချက်များအရ တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီစေသည့် နည်းလမ်းပေါင်းမှာ ယခုဖော်ပြထားသော နည်းလေးနည်းသာရှိသည်။ ထိုလေးနည်းမှ နည်းတစ်ခုခုနှင့် ကိုက်ညီလျှင် တြိဂံနှစ်ခုတို့ ထပ်တူညီကြမည်ဖြစ်သည်။

တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီစေရန် အနည်းဆုံးလိုက်ဖက်အနားတစ်စုံတူညီသည့်အချက်ပါဝင်ပြီး စုစုပေါင်းအချက်သုံးချက်လိုအပ်သည်ကို သတိပြုပါ။ အကယ်၍ တြိဂံတစ်ခုမှထောင့်သုံးထောင့်သည် အခြားတြိဂံတစ်ခုမှထောင့်သုံးထောင့်နှင့် အသီးသီးတူညီနေကြသော်လည်း ထိုတြိဂံများသည် ထပ်တူမညီနိုင်ကြောင်း သတိပြုရမည် ဖြစ်သည်။

၁.၂ တြိဂံများထပ်တူညီခြင်းဥပဒေသများကိုအသုံးပြုခြင်း

ပေးထားသောတြိဂံများရှိ ထောင့်များနှင့်အနားများကို ရှာလိုသောအခါ၌ဖြစ်စေ၊ ထောင့်များအနားများ ညီ မညီကို သိလိုသောအခါ၌ဖြစ်စေ တြိဂံအတွင်းကျရောက်နေသောမျဉ်းများ ထောင့်မတ်ကျ မကျကို စစ်လိုသောအခါ၌ဖြစ်စေ ပြဿနာအမျိုးမျိုးကို ဖြေရှင်းလိုသောအခါများတွင် တြိဂံများထပ်တူညီခြင်းကို အသုံးပြုဖြေရှင်းနိုင်ကြောင်း ပုံစံတွက်များဖြင့်ဖော်ပြသွားပါမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ O ၌ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်းပေါ်တွင် P, Q, R အမှတ်သုံးခုရှိပြီး၊ $PQ = PR$ ဖြစ်နေသည်။ PO သည် $\angle QPR$ ကို ထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်းပြပါ။



တြိဂံနှစ်ခုရစေရန် OQ, OR တို့ကို ဆက်မည်။

$PQ = PR$ (ပေးချက်)

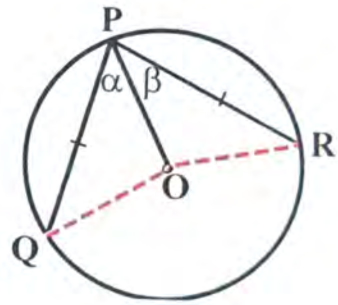
$OQ = OR$ (အချင်းဝက်များ)

$OP = OP$ (ဘုံအနား)

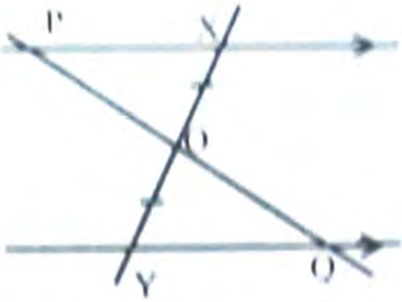
$\therefore \Delta POQ \cong \Delta POR$ (နနန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \quad \alpha = \beta$

ထို့ကြောင့် PO သည် $\angle QPR$ ကို ထက်ဝက်ပိုင်းပါသည်။



ပုံစံတွက် ၂။ မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းက X နှင့် Y တို့၌ဖြတ်သွားသည်။ XY ၏အလယ်မှတ်ကိုဖြတ်ဆွဲသောအခြားမျဉ်းတစ်ကြောင်းသည်မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို P နှင့် Q တို့၌ ဖြတ်သွားခဲ့လျှင် PX = QY ဖြစ် မဖြစ် စစ်ဆေးပါ။



ပုံတွင် $\angle PXY = \angle XYQ$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

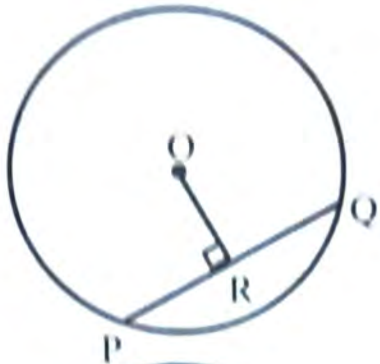
$\angle XPQ = \angle PQY$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

$OX = OY$ (O သည် XY ၏ အလယ်မှတ်)

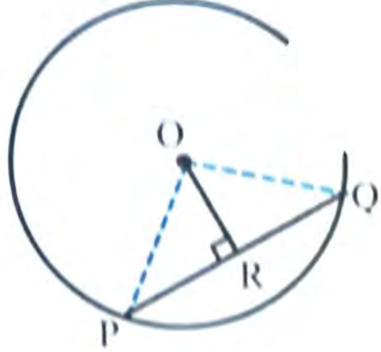
$\therefore \Delta PXO \cong \Delta QYO$ (ထထန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore PX = QY$ ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၃။ ပုံတွင် OR သည် စက်ဝိုင်း၏ဗဟို O မှ လေးကြိုး PQ သို့ ထောင့်မတ်ကျနေလျှင် PR နှင့် QR ညီ မညီကို စစ်ဆေးပါ။



OP, OQ တို့ကိုဆက်၍ တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီကြောင်းပြမည်။



$\angle ORP = \angle ORQ$ (ထောင့်မှန်များ)

$OP = OQ$ (အချင်းဝက်များ)

$OR = OR$ (ဘုံအနား)

$\therefore \Delta ORP \cong \Delta ORQ$ (မနန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore PR = QR$ ဖြစ်သည်။

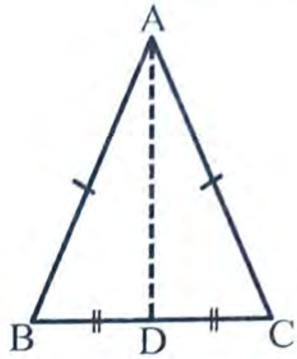
အနားနှစ်ခုညီသောတြိဂံကို နှစ်နားညီတြိဂံဟုခေါ်ကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု တြိဂံနှစ်ခုထပ်တူညီစေနိုင်သောနည်းများကို အသုံးပြုပြီး နှစ်နားညီတြိဂံ၏ ဂုဏ်သတ္တိအချို့ကို လုတ်ဖော်ပါမည်။ အနားညီနှစ်ခုဆုံသောအမှတ်ကို တြိဂံ၏ထိပ်ထောင့် သို့မဟုတ် ထိပ်စွန်း၊ ထိပ်ထောင့်နှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသောအနားကို အခြေအနား၊ အခြေအနားပေါ်ရှိထောင့် တစ်စုံကို အခြေထောင့်များဟု ခေါ်သည်။

(၁) တြိဂံတစ်ခုတွင် တူညီသောအနားနှစ်ခုနှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော ထောင့်များ၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှာမည်။

ΔABC တွင် $AB = AC$ ဖြစ်ပါစေ။

AB နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော $\angle C$ နှင့် AC နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော $\angle B$ တို့၏ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှာမည်။

BC ၏ အလယ်မှတ် D ကိုယူပြီး A နှင့် D ကိုဆက်ပါ။



$AB = AC$ (ပေးချက်)

$AD = AD$ (ဘုံအနား)

$BD = CD$ (D သည် BC ၏ အလယ်မှတ်)

$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ADC$ (နနန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \angle B = \angle C$

တြိဂံတစ်ခုတွင် တူညီသောအနားနှစ်ခုနှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသောထောင့်များ တူကြသည်။

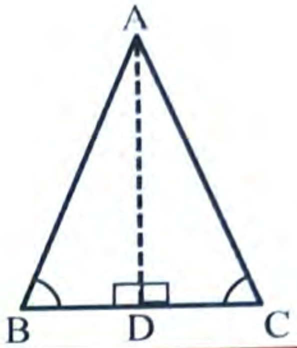
မှတ်ချက်။ ။ ဤသက်သေပြချက်တွင် ထပ်တူညီတြိဂံနှစ်ခု ဖြစ်ပေါ်လာအောင် ဆောက်လုပ်ချက်တစ်ခုကို မည်သို့ထည့်ပေးရမည်ကို စဉ်းစားရမည်။ ယခုပုစ္ဆာတွင် တြိဂံ၏အလယ်မျဉ်းကို အကူမျဉ်းအဖြစ် ဆောက်လုပ်ဆွဲသားသည်။

တြိဂံပုစ္ဆာများကိုဖြေရှင်းရာတွင် ထိပ်ထောင့်၏ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းကို အကူမျဉ်းအဖြစ်ဆွဲ၍လည်းကောင်း၊ ထိပ်ထောင့်မှအမြင့်မျဉ်းကို အကူမျဉ်းအဖြစ်ဆွဲ၍လည်းကောင်း လိုအပ်သလို ဆောက်လုပ်ချက်ကို ပြုလုပ်နိုင်သည်။ ထို့အတူ ဂျီဩမေတြီဆိုင်ရာ ပြဿနာများကို ဖြေရှင်းရာတွင် လိုအပ်သလို အကူမျဉ်းများဆွဲ၍ ဆောက်လုပ်ချက်များကို ထည့်ပေးရသည်။

(၂) တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်နှစ်ခုတူညီနေပါက ထိုထောင့်များနှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော အနားများ၏ ဆက်သွယ်ချက်ကို ရှာမည်။

ΔABC သည် $\angle B = \angle C$ ဖြစ်နေသော တြိဂံတစ်ခု ဖြစ်ပါစေ။

$\angle B$ နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော အနား AC နှင့် $\angle C$ နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော အနား AB တို့၏ ဆက်သွယ်ချက်ကိုရှာမည်။



$AD \perp BC$ ဆွဲပါ။

$\angle B = \angle C$ (ပေးချက်)

$\angle ADB = \angle ADC$ (ထောင့်မှန်များ)

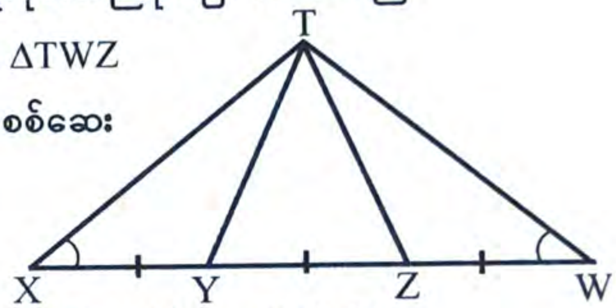
$AD = AD$ (ဘုံအနား)

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC$ (ထထန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore AB = AC$

တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်နှစ်ခုတူညီနေပါက ထိုထောင့်များနှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်နေသော အနားများတူညီကြသည်။

ပုံစံတွက် ၄။ ပုံတွင် XW ကို Y နှင့် Z တို့က သုံးပိုင်းအညီပိုင်းဖြတ်ထားသည်။ $\angle X = \angle W$ ဖြစ်သည်။ $\triangle TXY \cong \triangle TWZ$ နှင့် $\angle TYX = \angle TZW$ ဖြစ် မဖြစ် စစ်ဆေးပါ။



$TX = TW$ ($\angle X = \angle W$)

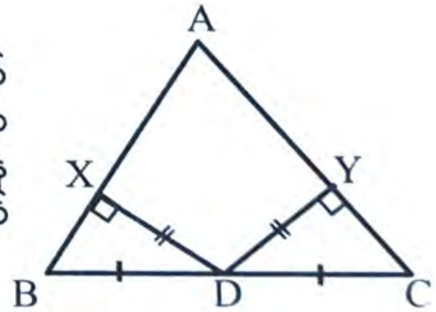
$XY = WZ$ (Y, Z တို့က XW ကို သုံးပိုင်းအညီပိုင်း၍)

$\angle X = \angle W$ (ပေးချက်)

$\therefore \triangle TXY \cong \triangle TWZ$ (နထန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \angle TYX = \angle TZW$

ပုံစံတွက် ၅။ $\triangle ABC$ တွင် D သည် BC ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။ D မှ အနား AB နှင့် AC ပေါ်သို့ဆွဲသော ထောင့်မတ်မျဉ်းနှစ်ခုတို့၏အလျားများ တူညီနေလျှင် $\triangle ABC$ သည်နှစ်နားညီတြိဂံ ဖြစ် မဖြစ် စစ်ဆေးပါ။



$\angle BXD = \angle CYD$ (ထောင့်မှန်များ)

$BD = DC$ (ပေးချက်)

$DX = DY$ (ပေးချက်)

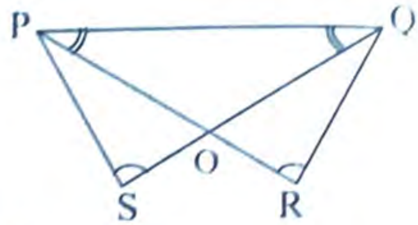
$\triangle BXD \cong \triangle CYD$ (မနန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \angle B = \angle C$

$AB = AC$ (နှစ်ထောင့်ညီ၍ နှစ်နားညီသည်)

သို့ဖြစ်၍ $\triangle ABC$ သည် နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၆။ ပုံတွင် $\angle S = \angle R$, $\angle QPR = \angle PQS$ ဟု ပေးထားသည်။ $PS = QR$ ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



$\angle QPR = \angle PQS$ (ပေးချက်)

$OP = OQ$ (နှစ်ထောင့်ညီ၍နှစ်နားညီသည်)

ΔPOS နှင့် ΔQOR တို့တွင်

$\angle S = \angle R$ (ပေးချက်)

$\angle POS = \angle QOR$ (ထိပ်ဆိုင်ထောင့်များ)

$OP = OQ$ (ပြပြီး)

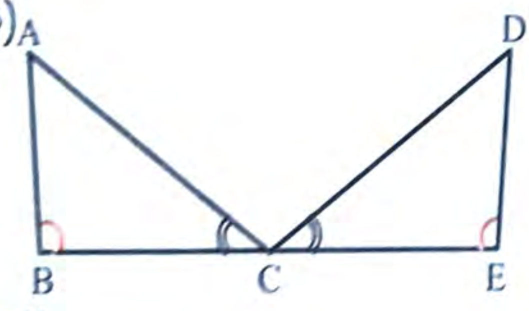
$\Delta POS \cong \Delta QOR$ (ထထန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore PS = QR$

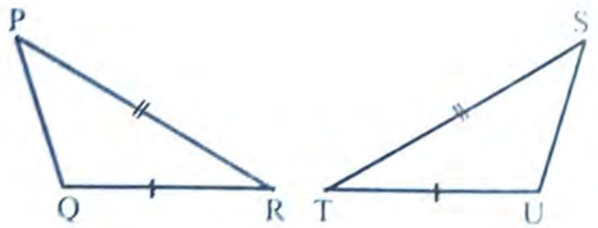
လေ့ကျင့်ခန်း

၁။ ပေးထားသောတြိဂံတစ်စုံစီတွင် တူညီသောထောင့်များ၊ အနားများကို တူညီသောအမှတ်အသားများဖြင့်ပြထားသည်။ ပေးထားသောအချက်များသည် ပေးထားသောတြိဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီစေခြင်းအတွက် လုံလောက်ပါသလား။ မလုံလောက်ခဲ့လျှင် ထပ်တူညီစေမည့် အချက်တစ်ခုကို ထပ်ထည့်ပေးပါ။ အသုံးပြုသောထပ်တူညီစေသည့်နည်းကိုလည်း ဖော်ပြပေးပါ။ အချက်တစ်ခုထပ်ထည့်ပေးရမည့်နည်းမှာ တစ်ခုမကရှိနိုင်သည်။ သင်ရှာနိုင်သလောက် ရှာပေးပါ။

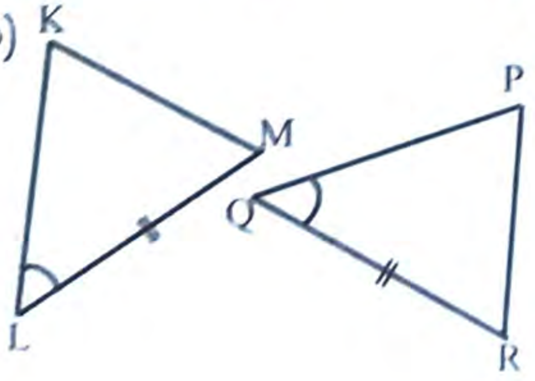
(က)



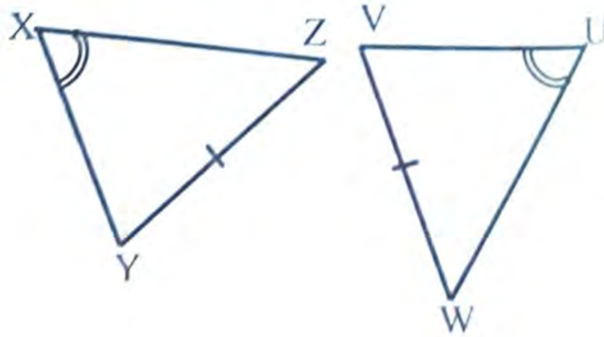
(ခ)



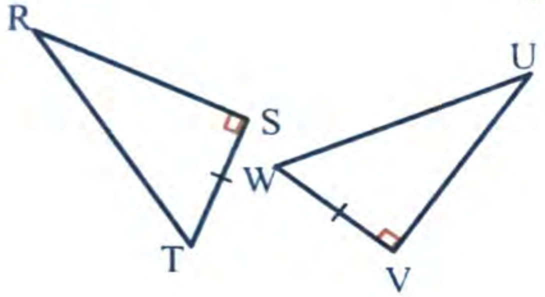
(ဂ)



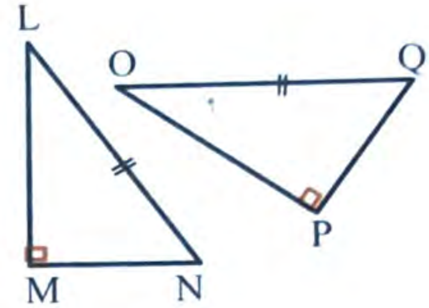
(ဃ)



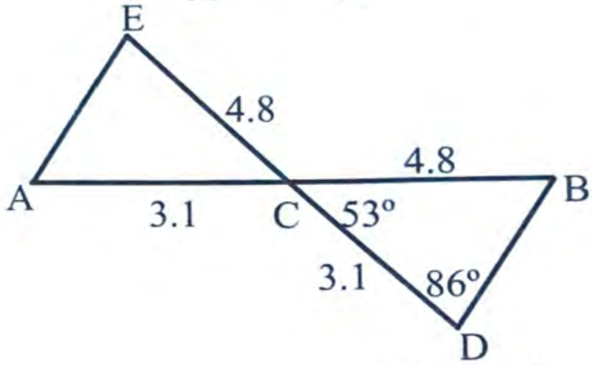
(င)



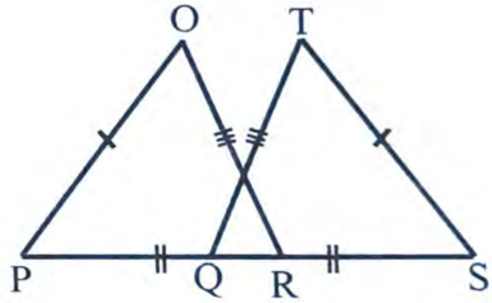
(စ)



၂။ ပေးထားသောပုံမှ $\angle E$ ကိုရှာပါ။

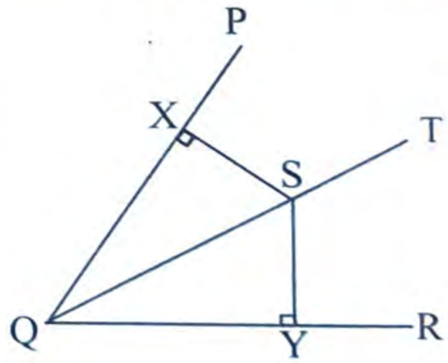


၃။ ပေးထားသောပုံတွင် $PQ = RS$, $OP = TS$ နှင့် $OR = TQ$ ဖြစ်သည်။ $\Delta OPR \cong \Delta TSQ$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

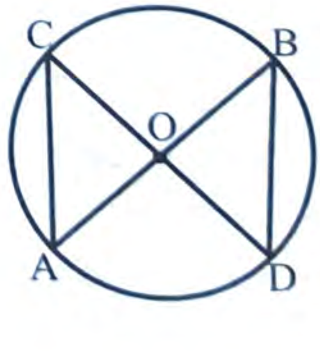


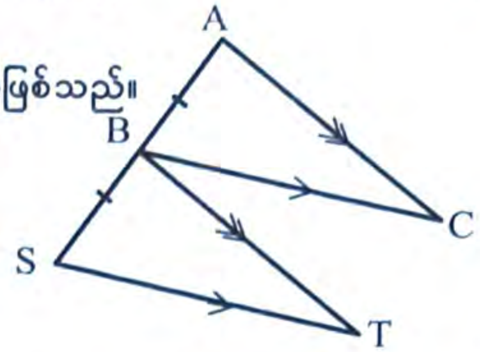
၄။ ပုံတွင် QT သည် $\angle PQR$ ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်း ဖြစ်သည်။ S သည် QT ပေါ်ရှိအမှတ်တစ်ခုဖြစ်သည်။ $SX \perp PQ$ နှင့် $SY \perp QR$ ဖြစ်သည်။

$SX = SY$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

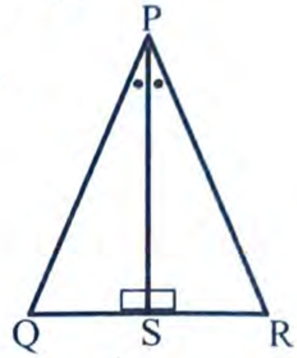


၅။ ပေးထားသောပုံတွင် AOB နှင့် COD တို့သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏အချင်းများနှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ $AC = BD$ ဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

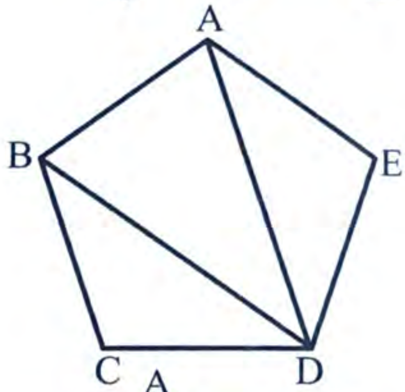




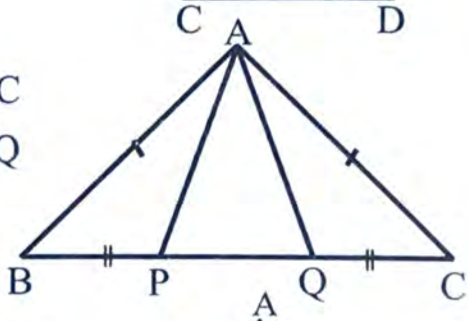
၆။ ပုံတွင် B သည် SA ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။
ST // BC နှင့် AC // BT ဖြစ်လျှင်
$\Delta ACB \cong \Delta BTS$ ဖြစ်ပါသလား။



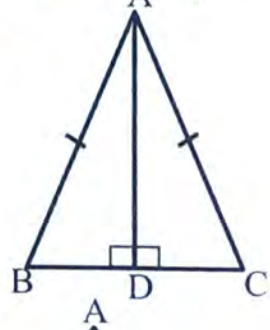
၇။ ΔPQR တွင် $\angle QPR$ ၏ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်း PS သည် အခြေအနား QR ကို ထောင့်မတ်ကျလျှင် ထိုတြိဂံသည် နှစ်နားညီတြိဂံ ဖြစ်ပါသလား။



၈။ ပုံတွင် ABCDE သည် အနားအားလုံး၊ ထောင့်အားလုံး တူညီကြသော ဥသုံညီ ပဉ္စဂံတစ်ခု ဖြစ်သည်။ AD နှင့် BD ကို ဆက်ပေးလျှင် ΔDAB သည် နှစ်နားညီတြိဂံ ဖြစ်ပါသလား။



၉။ ΔABCတွင် AB = AC ဖြစ်သည်။ P နှင့် Q တို့ကို BC ပေါ်၌ BP = CQ ဖြစ်အောင်ယူထားသော ΔAPQ သည် နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုဖြစ်ကြောင်းပြပါ။



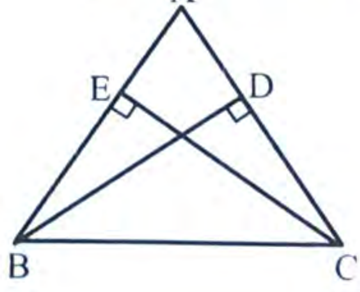
၁၀။ပေးထားသောပုံတွင် ΔABC သည် AB = AC ဖြစ်သော နှစ်နားညီတြိဂံဖြစ်သည်။ AD သည် အမြင့်မျဉ်းဖြစ်သည်။

(က) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ ဖြစ်ပါသလား။

(ခ) D သည် BC ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်ပါသလား။

(ဂ) $\angle BAD = \angle CAD$ ဖြစ်ပါသလား။

အကြောင်းပြချက်များဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



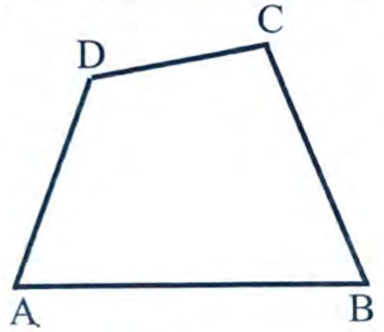
၁၁။ΔABC တွင် $BD \perp AC$ နှင့် $CE \perp AB$ ဖြစ်သည်။ အကယ်၍ BD = CE ဖြစ်လျှင် ΔABC သည် နှစ်နားညီတြိဂံတစ်ခုဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

အခန်း ၂ စတုဂံများ

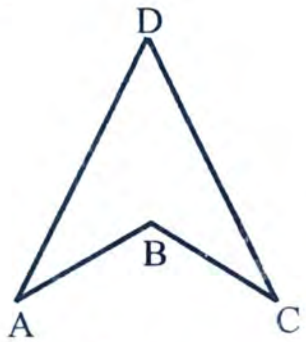
ဤသင်ခန်းစာတွင်စတုဂံများနှင့်ပတ်သက်၍ ယခင်ပြုလုပ်ထားသော လက်တွေ့လုပ်ဆောင်ချက်များမှရရှိထားသည့်အကြောင်းအရာများနှင့် မှန်ကန်ချက်များကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။ အနားများနှင့်ထောင့်များ၏ ထူးခြားသောလက္ခဏာများကို အခြေပြု၍ ခွဲခြားထားသော အမည်အမျိုးမျိုးရှိသည့် စတုဂံများကို လေ့လာပြီး ပေးရင်းအနားများ၊ ထောင့်များနှင့် ကိုက်ညီသည့် စတုဂံများကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားမည်။ စတုဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီနိုင်သောအချက်များကိုလည်း လေ့လာမည်။ ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက စတုဂံများ၏ဂုဏ်သတ္တိကို ပိုမိုနားလည်လာမည့်အပြင် ထိုစတုဂံများဆိုင်ရာ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို လွယ်ကူစွာ ဖြေရှင်းနိုင်ပါမည်။

၂.၁ စတုဂံတစ်ခု၏အစိတ်အပိုင်းများ

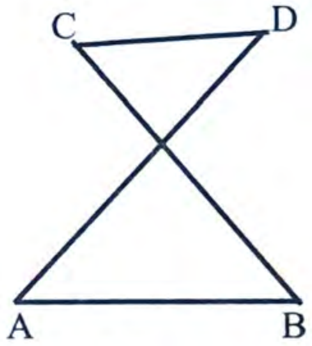
မျဉ်းပိုင်းလေးခုတို့ဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသောပြင်ညီပုံကို စတုဂံဟုခေါ်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ မျဉ်းပိုင်းလေးပိုင်းအနက် မည်သည့်မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခုမျှ တစ်ခုကိုတစ်ခုဖြတ်မသွားရပါ။ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသောပုံများအနက် ပုံ ၂.၁ နှင့် ပုံ ၂.၂ တို့သည် စတုဂံများ ဖြစ်ကြပြီး၊ ပုံ ၂.၃ သည် စတုဂံတစ်ခုမဟုတ်ပါ။



ပုံ ၂.၁



ပုံ ၂.၂



ပုံ ၂.၃

စတုဂံတစ်ခုကို အမည်ပေးရာတွင် ထောင့်စွန်းတစ်ခုမှစ၍ လက်ယာရစ် (နာရီလက်တံလည်သည့်ဦးတည်ဘက်) အတိုင်းဖြစ်စေ၊ လက်ဝဲရစ် (နာရီလက်တံလည်သည့် ဦးတည်ဘက် နှင့် ဆန့်ကျင်ဘက်) အတိုင်းဖြစ်စေ အက္ခရာများကို အစီအစဉ်တကျ ပေးလေ့ရှိသည်။

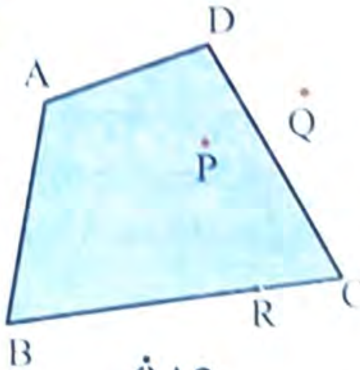
ဥပမာ ပုံ ၂.၁ ရှိ စတုဂံကို ABCD, BCDA, ADCB စသည်ဖြင့် အစီအစဉ်တကျ အမျိုးမျိုး ခေါ်ဝေါ်နိုင်သည်။ သို့သော် စတုဂံ ABDC ဟု ခေါ်ဝေါ်ရေးသားခြင်းမျိုး မပြုရပါ။ အမည်ပေးထားသော စတုဂံတစ်ခု၏ပုံကို ဆွဲရာတွင်လည်း ထောင့်စွန်းများကို ပေးရင်းအမည်တွင်ပါသည့် အက္ခရာများ၏ အစီအစဉ်အတိုင်း ပုံတွင်နေရာချရမည်။

စတုဂံတစ်ခုတွင်ပါဝင်သော အစိတ်အပိုင်းများ၏ အခေါ်အဝေါ်များကို ပုံ ၂.၁ ရှိ စတုဂံ ABCD ကို ညွှန်း၍ ပြောသွားပါမည်။

- မျဉ်းပိုင်း AB, BC, CD နှင့် DA တို့ကို **စတုဂံ၏အနားများ** (sides)။
- A, B, C နှင့် D တို့ကို **စတုဂံ၏ထောင့်စွန်းများ** (vertices)။
- $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ နှင့် $\angle DAB$ တို့ကို**စတုဂံ၏ အတွင်းထောင့်များ** (interior angles)။
- A နှင့် C၊ B နှင့် D တို့ကို**မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်စွန်းများ** (opposite vertices)။
- မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်စွန်းများကိုဆက်သွယ်သောမျဉ်းပိုင်း AC နှင့် BD တို့ကို **ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ** (diagonals)။
- အနား AB နှင့် BC တို့တွင် B သည် **ဘုံထောင့်စွန်း** (common vertex) ဖြစ်သည်။ ထိုသို့ ဘုံထောင့်စွန်းကို ဖြစ်ပေါ်စေသော အနားတစ်စုံကို **စတုဂံ၏နီးစပ်သောအနားများ** (adjacent sides)။
- AB နှင့် CD ကဲ့သို့ ဘုံထောင့်စွန်းမရှိသော အနားနှစ်ခုကို **မျက်နှာချင်းဆိုင်အနား** (opposite side) တစ်စုံ၊
- အနားလေးနားပေါင်းလဒ် AB + BC + CD + DA ကို **စတုဂံ၏ ပတ်လည်အနား** (perimeter)ဟု အသီးသီးခေါ်သည်။

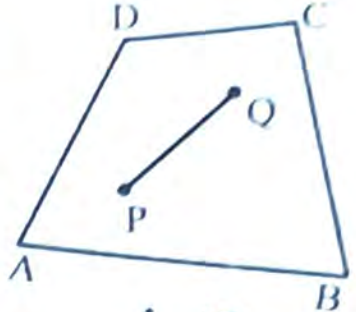
၂.၂ စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းပိုင်း၊အပြင်ပိုင်းနှင့်နယ်နိမိတ်

စာရွက်ပေါ်တွင် စတုဂံပုံတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ထိုစတုဂံသည် ပြင်ညီပေါ်ရှိအမှတ်များကို သုံးပိုင်းပိုင်းသည်။ စတုဂံအတွင်းဘက်ရှိ P ကဲ့သို့ အမှတ်များ ပါဝင်သည့်အပိုင်းကို **စတုဂံအတွင်းပိုင်း**ဟုခေါ်သည်။ **စတုဂံ၏အပြင်ဘက်ရှိ** Q ကဲ့သို့အမှတ်များပါဝင်သည့်အပိုင်းကို **စတုဂံ၏အပြင်ပိုင်း** ဟုခေါ်သည်။ စတုဂံအနားများပေါ်တွင်ရှိသော R ကဲ့သို့ အမှတ်များ ပါဝင်သည့် အပိုင်းကို **စတုဂံ၏နယ်နိမိတ်**ဟု ခေါ်သည်။ အကယ်၍ စတုဂံ၏အတွင်းဘက်ရှိအမှတ်များနှင့် အပြင်ဘက်ရှိအမှတ်များကို မျဉ်းများဖြင့် ဆက်သွယ်လိုသော် စတုဂံ၏နယ်နိမိတ်ကိုဖြတ်သွားရမည်။



ပုံ ၂.၄

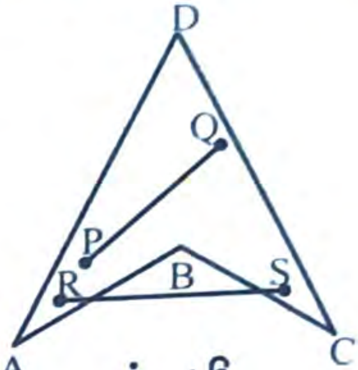
၂.၃ စတုဂံခုံးနှင့်စတုဂံခွက်များ (Convex and Concave Quadrilaterals)



ပုံ ၂.၅

ပုံ ၂. ၅ တွင်ပြထားသကဲ့သို့ စတုဂံ၏အတွင်းရှိကြိုက်ရာ အမှတ်နှစ်ခု P နှင့် Q ကို ယူ၍ ဆက်သွယ်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း PQတစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက်နေသည်။ ထိုစတုဂံအတွင်းရှိ မည်သည့်အမှတ်နှစ်ခုကိုမဆိုယူပြီး စမ်းသပ်ချက်ကိုအကြိမ်ကြိမ်ပြုလုပ်ပါ။ အမှတ်နှစ်ခုကိုဆက်ခြင်းဖြင့် ရရှိသော မျဉ်းပိုင်းအားလုံးသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက်နေသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ထိုကဲ့သို့သောစတုဂံအမျိုးအစားကို **စတုဂံခုံး**(convex quadrilateral) ဟုခေါ်သည်။

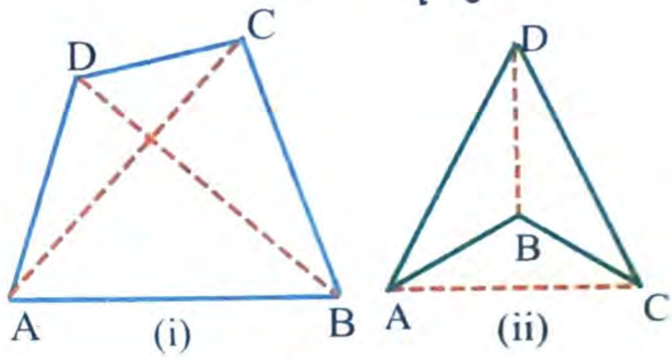
ပုံ ၂. ၆ တွင်ဖော်ပြထားသကဲ့သို့အမှတ် P, Q, R နှင့် S တို့ကို စတုဂံအတွင်းတွင်ယူပါ။ P နှင့် Q ကဲ့သို့သော အမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သောမျဉ်းပိုင်း PQ တစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏ အတွင်း၌ ကျရောက်နေသော်လည်း R နှင့် S ကဲ့သို့သော အမှတ်တို့ကို ဆက်သောမျဉ်းပိုင်း RS တွင်မူ အချို့အပိုင်းသာ စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက်နေပြီး RS တစ်ခုလုံးသည် စတုဂံ၏အတွင်း၌ ကျရောက် မနေပါ။ ထိုကဲ့သို့သော စတုဂံကို **စတုဂံခွက်**(concave quadrilateral) ဟု ခေါ်သည်။



ပုံ ၂.၆

စတုဂံခုံးတစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းစလုံး စတုဂံ၏အတွင်း၌ လုံးဝကျရောက်လျက် ရှိသည်။ ပုံ ၂. ၇(i) ကို ကြည့်ပါ။

စတုဂံခွက်တွင်မူ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းသည် စတုဂံအတွင်း လုံးဝ ကျရောက်နေပြီး အခြားထောင့်ဖြတ်မျဉ်းသည် ထိုကဲ့သို့ကျရောက်ခြင်း မရှိပါ။ ပုံ ၂. ၇(ii) ကို ကြည့်ပါ။



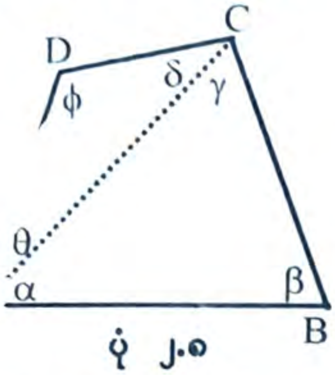
ပုံ(၂.၇)

စတုဂံခုံးတစ်ခု၏ ထောင့်တစ်ထောင့်စီသည် 180° အောက်နည်းပြီး စတုဂံခွက်တွင် ထောင့်တစ်ထောင့်သည် 180° ထက်ကြီးသည်။

ဤစာအုပ်တွင် စတုဂံခွက်များအကြောင်း လေ့လာမည် မဟုတ်ပါ။ ထို့ကြောင့် "စတုဂံ" ဟု ရေးသားလျှင် "စတုဂံခုံး" ဟုဆိုလိုသည်ကို သတိပြုရမည်။

၂.၄ စတုဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်

တြိဂံ၏ အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိကြောင်း သိပြီးဖြစ်သည်။ ယခု စတုဂံတစ်ခု၏ ထောင့်များပေါင်းလဒ် မည်မျှဖြစ်သည်ကို ရှာမည်။



ပုံ ၂.၈

ABCD သည်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ပါစေ။

A နှင့် C ကို ဆက်သွယ်ပါ။

ΔABC နှင့် ΔADC တို့ဖြစ်ပေါ်လာမည်။

ΔABC တွင် $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (တြိဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းခြင်း)

ΔADC တွင် $\delta + \theta + \phi = 180^\circ$ (တြိဂံတစ်ခု၏အတွင်းထောင့်များပေါင်းခြင်း)

$\therefore \quad \alpha + \beta + \gamma + \delta + \theta + \phi = 180^\circ + 180^\circ$

$(\alpha + \theta) + \beta + (\gamma + \delta) + \phi = 360^\circ$

$\therefore \quad \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

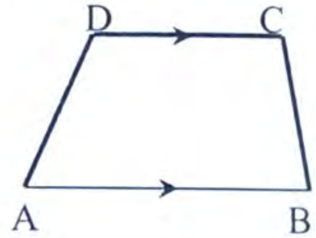
ထို့ကြောင့် စတုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်များအားလုံးပေါင်းလဒ်သည် 360° ဖြစ်သည်။

၂.၅ စတုဂံအမျိုးမျိုး

စတုဂံတွင်ထောင့်များ၊ အနားများကို လိုက်၍ တြာပီဇီယမ်၊ အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ စတုရန်း၊ ရွမ်းဗတ်၊ စွန်ပုံ စသည်ဖြင့် အမျိုးအစား အမျိုးမျိုး ခွဲခြားသည်။ ထိုပုံစံတကျရှိနေသောစတုဂံများ၏ အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်များမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

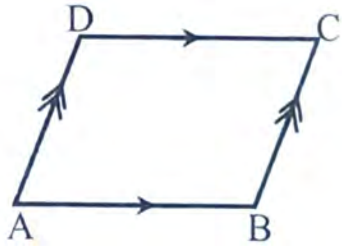
၁။ **တြာပီဇီယမ်**

မျက်နှာချင်းဆိုင်အနား တစ်စုံတည်းသာ ပြိုင်သော စတုဂံကို **တြာပီဇီယမ်**(trapezium) ဟုခေါ်သည်။



၂။ **အနားပြိုင်စတုဂံ**

မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ပြိုင်နေကြသောစတုဂံကို **အနားပြိုင်စတုဂံ** (parallelogram) ဟုခေါ်သည်။



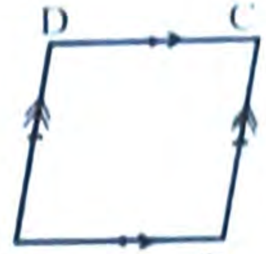
အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုသည် —

(i) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ပြိုင်နေခြင်း၊

(ii) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ တူညီနေခြင်း၊
(iii) မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တူညီနေခြင်း၊
(iv) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် တစ်ခုကိုတစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်ကြခြင်း၊
(v) မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်စုံ ညီလည်းညီ ပြိုင်လည်းပြိုင်နေခြင်း စသောဂုဏ်သတ္တိများနှင့် ပြည့်စုံသည်။

အပြန်အလှန်အားဖြင့် စတုဂံတစ်ခုသည် ထိုဂုဏ်သတ္တိတို့မှ တစ်ခုခုနှင့်ကိုက်ညီလျှင် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်သည်။

၃။ **ရွမ်းဗတ်**



အနားလေးနားစလုံး တူညီသောစတုဂံကို **ရွမ်းဗတ်**(rhombus) ဟုခေါ်သည်။

ရွမ်းဗတ်တစ်ခုသည် –

(i) အနားများအားလုံး တူညီနေခြင်း၊
(ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မတ်ကျကျ ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်နေခြင်း၊

(iii) နီးစပ်အနားတစ်စုံညီသော အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်နေခြင်း၊
(iv) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် အတွင်းထောင့်များကိုထက်ဝက်ပိုင်းသောအနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်နေခြင်း စသော ဂုဏ်သတ္တိများနှင့် ပြည့်စုံသည်။

အပြန်အလှန်အားဖြင့် စတုဂံတစ်ခုသည် ထိုဂုဏ်သတ္တိတို့မှ တစ်ခုခုနှင့် ကိုက်ညီလျှင် ရွမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်သည်။

၄။ **ထောင့်မှန်စတုဂံ**

ထောင့်များအားလုံး ထောင့်မှန်ဖြစ်သော စတုဂံကို **ထောင့်မှန်စတုဂံ**(rectangle)ဟု ခေါ်သည်။

ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုသည် –

(i) ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန်ဖြစ်နေခြင်း၊

(ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း၏ အလျားများ တူညီနေကြခြင်း၊
(iii) ထောင့်တစ်ထောင့် 90° ရှိနေသော အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်နေခြင်းစသော ဂုဏ်သတ္တိများနှင့် ပြည့်စုံသည်။

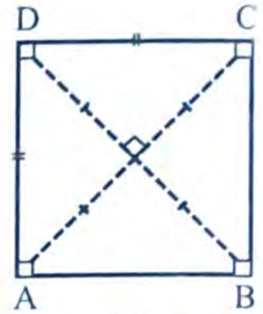
အပြန်အလှန်အားဖြင့် စတုဂံတစ်ခုသည် ထိုဂုဏ်သတ္တိတို့မှ တစ်ခုခုနှင့်ကိုက်ညီလျှင် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်သည်။

၅။ စတုရန်း

အနားလေးနားစလုံး တူညီနေပြီး ထောင့်အားလုံး ထောင့်မှန် ဖြစ်နေသော စတုဂံကို **စတုရန်း**(square)ဟုခေါ်သည်။

စတုရန်းတစ်ခုသည် –

(i) အနားများအားလုံး တူညီပြီး ထောင့်အားလုံး ထောင့်မှန်ဖြစ်နေခြင်း၊

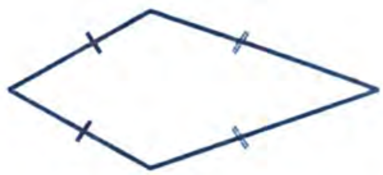


(ii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း၏ အလျားများတူညီပြီး တစ်ခုကိုတစ်ခု ထောင့်မတ်ကျကျ ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်နေခြင်း၊

(iii) ထောင့်တစ်ထောင့် 90° ရှိပြီး နီးစပ်အနားတစ်စုံညီသော အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်နေခြင်း စသောဂုဏ်သတ္တိများနှင့် ပြည့်စုံသည်။

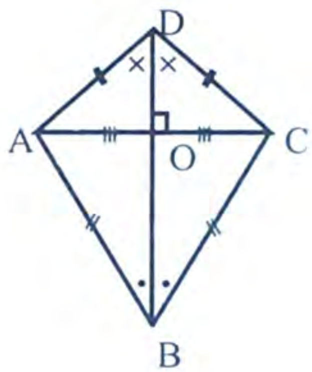
အပြန်အလှန်အားဖြင့် စတုဂံတစ်ခုသည် ထိုဂုဏ်သတ္တိတို့မှ တစ်ခုခုနှင့်ကိုက်ညီလျှင် စတုရန်းတစ်ခု ဖြစ်သည်။

၆။ စွန်ပုံ



တူညီသော နီးစပ်အနားတစ်စုံရှိပြီး ထိုအနားများနှင့် အလျား မတူညီသော နောက်ထပ်နီးစပ်အနားတစ်စုံ တူညီနေသည့် စတုဂံကို **စွန်ပုံ** (kite) ဟု ခေါ်သည်။

စွန်ပုံတစ်ခုသည် –



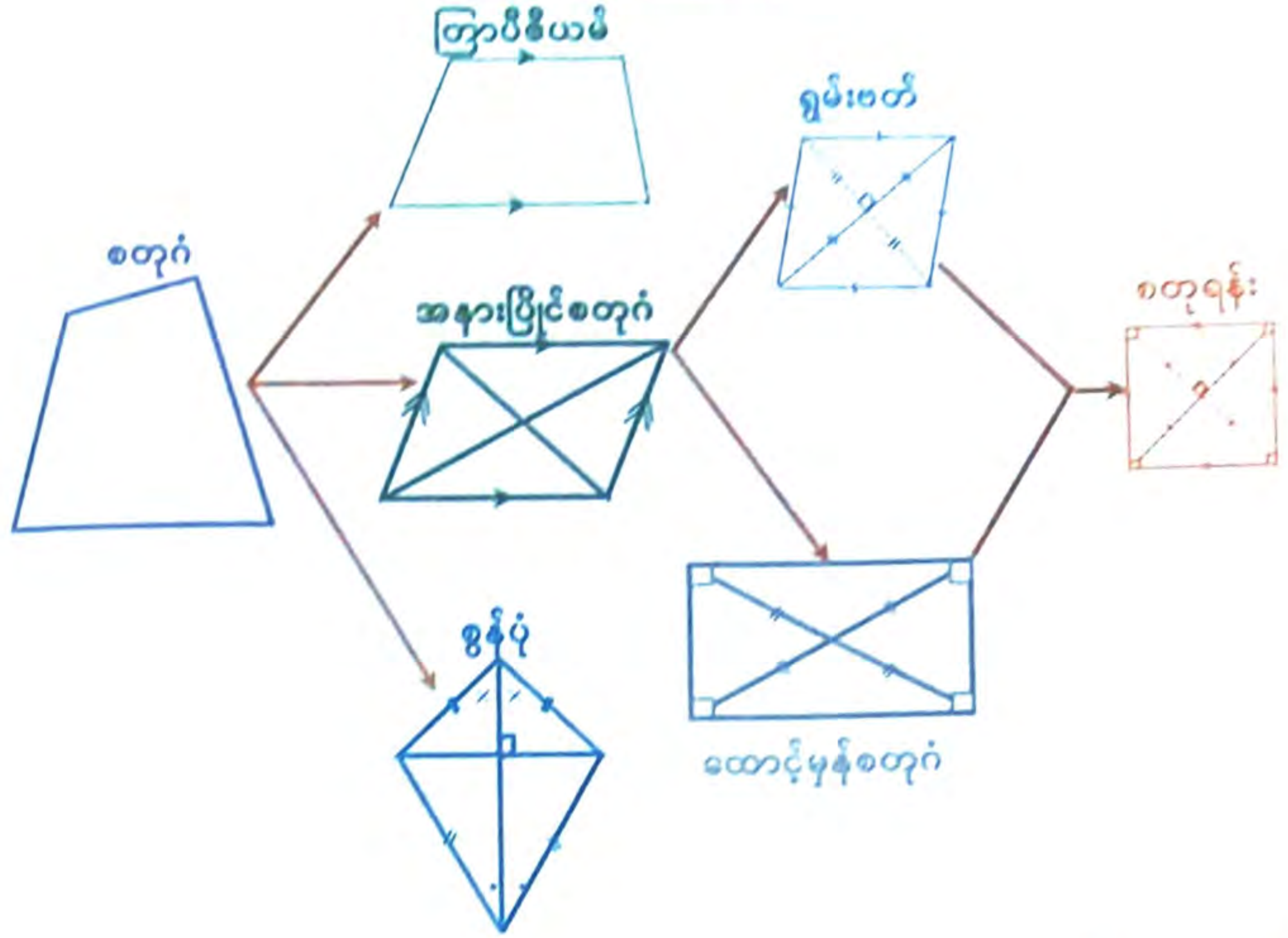
(i) တူညီသော နီးစပ်အနားတစ်စုံရှိပြီး ထိုအနားများနှင့် အလျား မတူညီသော နောက်ထပ်နီးစပ်အနားတစ်စုံ တူညီနေခြင်း၊

(ii) ထောင့်ဖြတ်နှစ်ခုတွင် တစ်ခုက ကျန်တစ်ခုကို ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းနေခြင်း၊

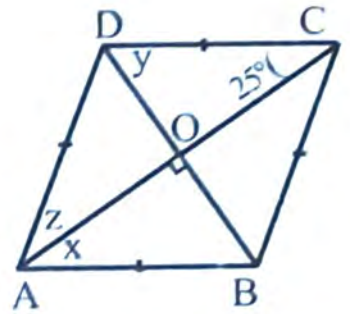
(iii) ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုသည် ကျန်တစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းပြီး မျက်နှာချင်းဆိုင်အတွင်းထောင့်တစ်စုံကို ထက်ဝက်ပိုင်းနေခြင်း စသောဂုဏ်သတ္တိများနှင့်ပြည့်စုံသည်။

အပြန်အလှန်အားဖြင့် စတုဂံတစ်ခုသည် ထိုဂုဏ်သတ္တိတို့မှ တစ်ခုခုနှင့်ကိုက်ညီလျှင် စွန်ပုံတစ်ခု ဖြစ်သည်။

ဆက်သွယ်မှုဇယား



ပုံစံတွက် ၁။ ပေးထားသောပုံသည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်လျှင် x, y, z တို့ကိုရှာပါ။



ABCD သည် ရွမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်၍

$AB \parallel DC$ ဖြစ်သည်။

$\therefore \quad x = \angle ACD$ (ဝိသမသတ်ထောင့်)

$\therefore \quad x = 25^\circ$

ΔCOD တွင်

$y + \angle OCD + \angle COD = 180^\circ$ (တြိဂံ၏အတွင်းထောင့်အားလုံးပေါင်းခြင်း)

သို့သော် $\quad \angle COD = 90^\circ$ (ထောင့်ဖြတ်များအချင်းချင်းထောင့်မတ်ကျ၍)

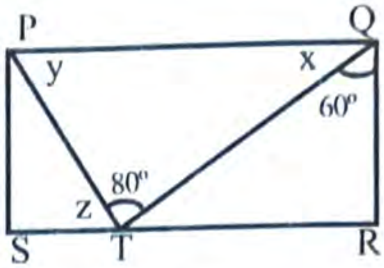
$\therefore \ y + 25^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\therefore \quad y = 65^\circ$

$\angle CAD = \angle ACD \quad (AD = CD)$

$\therefore \quad z = 25^\circ$

ပုံစံတွက် ၂။ ပေးထားသောပုံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်လျှင် x, y, z တို့ကိုရှာပါ။



PQRS သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၍

$\angle PQR = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

$\therefore \quad x + 60^\circ = 90^\circ$

$\therefore \quad x = 30^\circ$

$x + y + 80^\circ = 180^\circ$ (တြိဂံ၏အတွင်းထောင့်အားလုံးပေါင်းခြင်း)

$30^\circ + y + 80^\circ = 180^\circ$

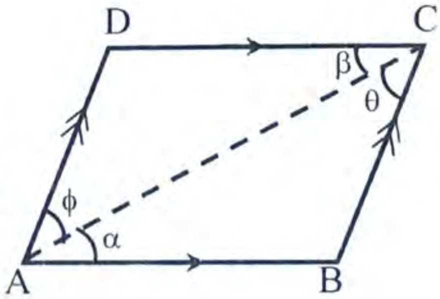
$\therefore \quad y = 70^\circ$

PQRS သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၍ PQ // SR ဖြစ်သည်။

$\therefore \quad z = y$ (ဝိသမသတ်ထောင့်)

$\therefore \quad z = 70^\circ$

ပုံစံတွက် ၃။ စတုဂံ ABCD တွင် AB//DC နှင့် AD//BC ဖြစ်လျှင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ဖြစ်သော AB = DC နှင့် AD = BC ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



A နှင့် C ကိုဆက်သွယ်ပါ။

AB // DC ကို AC က ဖြတ်ရာ

$\alpha = \beta$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

AD // BC ကို AC က ဖြတ်ရာ

$\theta = \phi$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

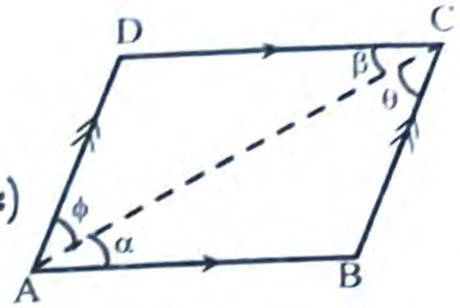
$AC = AC$ (ဘုံအနား)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ထထန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \quad AB = DC, \quad BC = AD$

(ဤနည်းအတိုင်း B နှင့် D ကိုဆက်သွယ်၍လည်း ပြနိုင်သည်။)

ပုံစံတွက် ၄။ ABCD သည်အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်လျှင် မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များဖြစ်သော $\angle A$ နှင့် $\angle C$၊ $\angle B$ နှင့် $\angle D$ တို့ တူ မတူကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။



A နှင့် C ကိုဆက်သွယ်ပါ။

$AB \parallel DC$ ကို AC က ဖြတ်ရာ

$\alpha = \beta$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

$AD \parallel BC$ ကို AC က ဖြတ်ရာ

$\theta = \phi$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

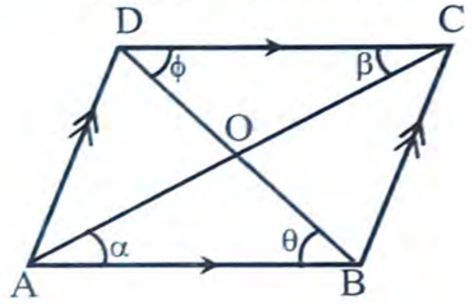
$AC = AC$ (ဘုံအနား)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ (ထထန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \angle B = \angle D$

ထို့အတူ B နှင့် D ဆက်သွယ်ပြီး သက်သေပြပါကလည်း $\angle A = \angle C$ ကိုရမည်။

ပုံစံတွက် ၅။ ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်လျှင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့ အချင်းချင်း ထက်ဝက်ပိုင်း မပိုင်းကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



$\alpha = \beta$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

$\theta = \phi$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

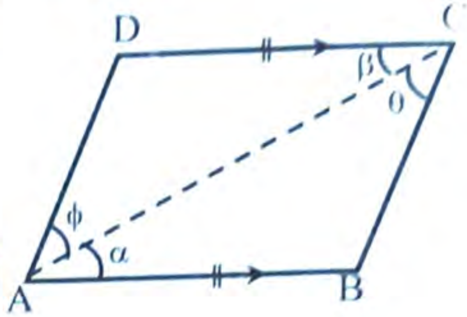
$AB = DC$ (အနားပြိုင်စတုဂံ၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ)

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ (ထထန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore OA = OC$ နှင့် $OB = OD$

ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့ အချင်းချင်း ထက်ဝက်ပိုင်းကြသည်။

ပုံစံတွက် ၆။ စတုဂံ ABCD တွင် AB = DC နှင့် AB // DC ဖြစ်လျှင် ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ် မဖြစ်ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် စစ်ဆေးပါ။



A နှင့် C ကိုဆက်သွယ်ပါ။

AB = DC (ပေးချက်)

$\alpha = \beta$ (ဝိသမသတ်ထောင့်များ)

AC = AC (ဘုံအနား)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ (နထန ထပ်တူညီခြင်း)

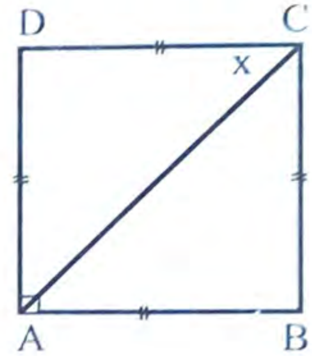
$\therefore \theta = \phi$

AD နှင့် BC ကို AC က ဖြတ်ရာ θ နှင့် ϕ တို့သည် ဝိသမသတ်ထောင့်များ ဖြစ်ကြ၍ AD // BC ဖြစ်သည်။

$\therefore$ AB // DC နှင့် AD // BC ဖြစ်သဖြင့် ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်သည်။

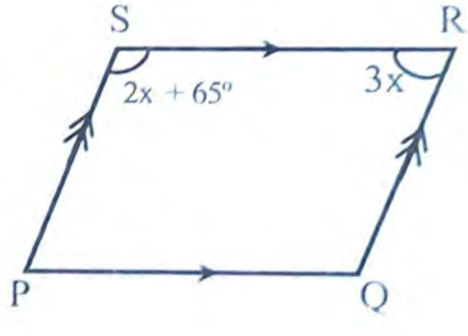
လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၁

၁။ စတုဂံတစ်ခု၏ထောင့်များသည် 1 : 2: 3: 4 အချိုးအတိုင်းရှိနေသည်။ ထိုထောင့်များ၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။

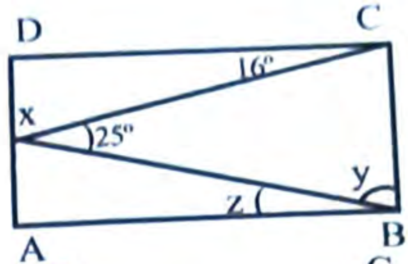


၂။ ပေးထားသောစတုရန်းပုံ၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းနှင့် အနားတစ်ဖက်ကြားရှိ ထောင့် x ကို ရှာပေးပါ။

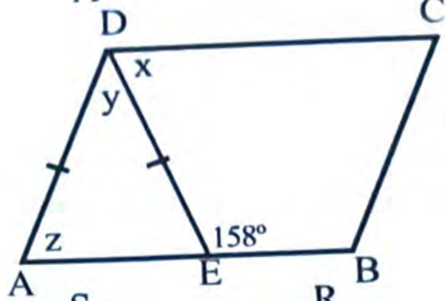
၃။ ပေးထားသော အနားပြိုင်စတုဂံရှိ ထောင့်အားလုံး၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများကို ရှာပေးပါ။



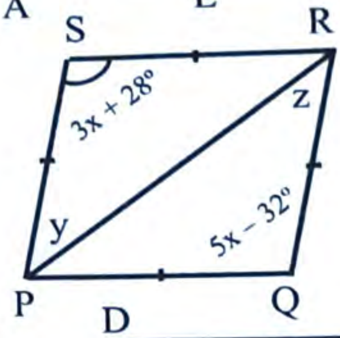
၄။ ABCD သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်လျှင် x, y, z တို့ကိုရှာပါ။



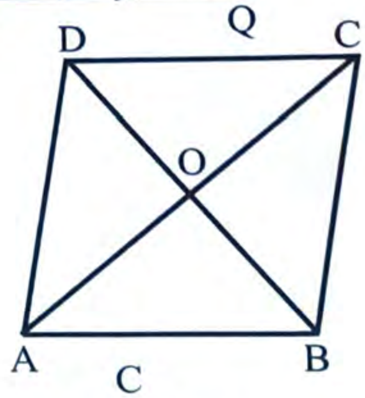
၅။ ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်လျှင် x, y, z တို့ကိုရှာပါ။



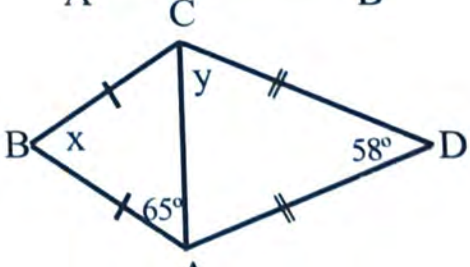
၆။ PQRS သည် ရွမ်းပတ်တစ်ခု ဖြစ်လျှင် x, y, z တို့ကို ရှာပါ။



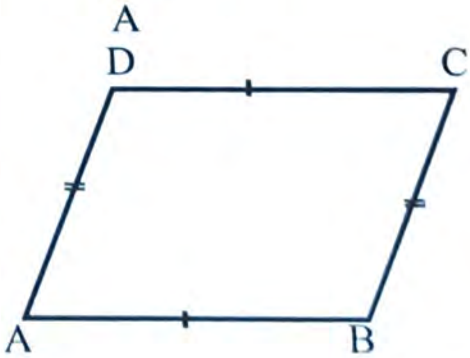
၇။ ရွမ်းပတ် ABCD တွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည် O ၌ ဖြတ်နေကြသည်။ AC = 8 cm, BD = 6 cm ဖြစ်လျှင် ရွမ်းပတ်၏ အနားတစ်ဖက် အလျားကို ရှာပါ။



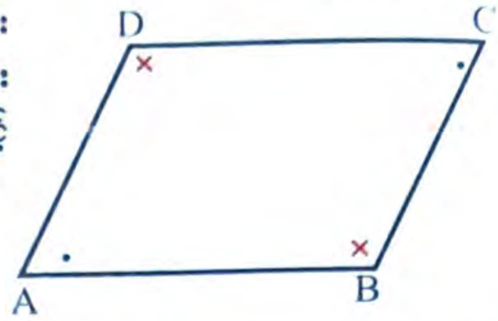
၈။ ABCD သည် စွန်ပုံတစ်ခုဖြစ်လျှင် x, y တို့ကို ရှာပါ။



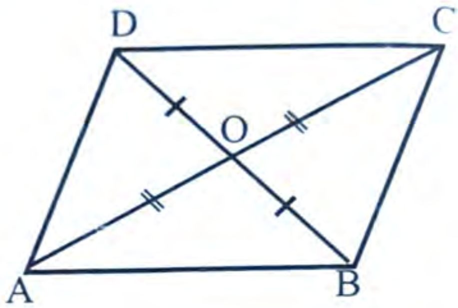
၉။ စတုဂံ ABCD တွင် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ဖြစ်သော AB = DC, AD = BC ဖြစ်လျှင် ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံဖြစ် မဖြစ်ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



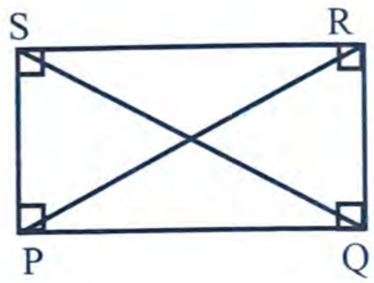
၁၀။ ABCD သည် စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ပြီး ယင်း၏မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များ တူညီကြလျှင် ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ် မဖြစ်ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် စစ်ဆေးပါ။



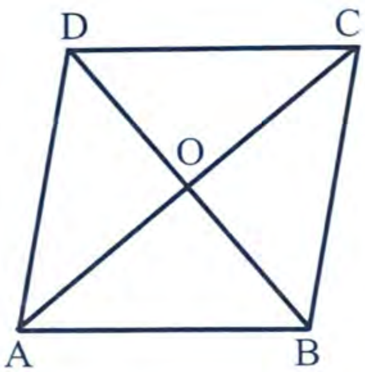
၁၁။ စတုဂံ ABCD တွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့ အချင်းချင်း ထက်ဝက်ပိုင်းဖြတ်လျှင် ABCD သည် အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ် မဖြစ်ကို စစ်ဆေးပါ။



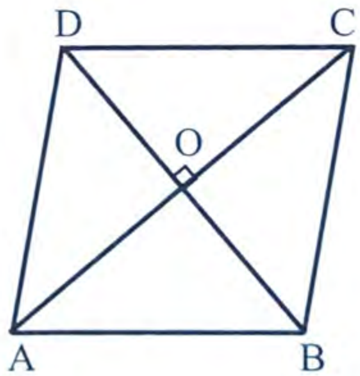
၁၂။ ပုံတွင် PQRS သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်သည်။ PR နှင့် QS ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ကြောင်း တူညီကြောင်း ပြပါ။

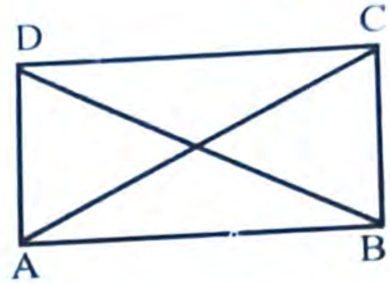


၁၃။ ပုံတွင် ABCD သည် ရွှမ်းဗတ်တစ်ခု ဖြစ်သည်။ ထောင့်ဖြတ် AC နှင့် BD တို့သည် O ၌ ဖြတ်သည်။ AC သည် BD ၏ ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်း ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်များဖြင့် ဖြေဆိုပါ။



၁၄။ စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် တစ်ခုပေါ်တစ်ခု ထောင့်မတ်ကျလျက် ထက်ဝက်ပိုင်းကြလျှင် ထိုစတုဂံသည် ရွှမ်းဗတ်တစ်ခုဖြစ်ကြောင်း ပြပါ။





၁၅။ အနားပြိုင်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများတူညီကြလျှင် ထိုအနားပြိုင်စတုဂံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်ကြောင်းပြပါ။

၁၆။ အောက်ပါတို့မှမည်သည်တို့သည် မှန်သနည်း။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။

(က) စတုရန်းအားလုံးသည် ထောင့်မှန်စတုဂံများ ဖြစ်ကြသည်။

(ခ) ထောင့်မှန်စတုဂံအားလုံးသည် စတုရန်းများ ဖြစ်ကြသည်။

(ဂ) ရွှမ်းဗတ်အားလုံးသည် စတုရန်းများ ဖြစ်ကြသည်။

(ဃ) စတုရန်းအားလုံးသည် ရွှမ်းဗတ်များ ဖြစ်ကြသည်။

(င) ထောင့်မှန်စတုဂံအားလုံးသည် ရွှမ်းဗတ်များ ဖြစ်ကြသည်။

(စ) ရွှမ်းဗတ်အားလုံးသည် ထောင့်မှန်စတုဂံများ ဖြစ်ကြသည်။

၁၇။ တွက်လပ်ဖြည့်ပါ။

(က) ထောင့်မှန်တစ်ထောင့်ပါသော အနားပြိုင်စတုဂံသည် ---------- တစ်ခုဖြစ်သည်။

(ခ) အနားအားလုံးညီသော စတုဂံသည် ------------ တစ်ခုဖြစ်သည်။

(ဂ) အနားလေးနားဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသောပုံသည် ------------ တစ်ခုဖြစ်သည်။

(ဃ) အနားပြိုင်စတုဂံ၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု------------သည်။

(င) အနားပြိုင်စတုဂံ၏ ------------ ထောင့်များ တူညီကြသည်။

(စ) နီးစပ်သောအနားတစ်စုံ တူညီသော အနားပြိုင်စတုဂံသည် --------------- တစ်ခု ဖြစ်သည်။

(ဆ) ရွှမ်းဗတ်တစ်ခုတွင် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တစ်ခုကိုတစ်ခု------------သည်။

(ဇ) အနားအားလုံးညီသော ထောင့်မှန်စတုဂံသည် ------------ တစ်ခုဖြစ်သည်။

၁၈။ အောက်ပါဇယားတွင် အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ ရွှမ်းဗတ်၊ စတုရန်းတို့၏ သက်ဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများကိုမှန်ကန်စွာဖြည့်စွက်ပေးပါ။ (နမူနာတစ်ခုပြထားသည်။)

	ဂုဏ်သတ္တိများ	အနားပြိုင် စတုဂံ	ထောင့်မှန် စတုဂံ	ရွှမ်းဗတ်	စတုရန်း
(က)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းသည် ဧရိယာကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(ခ)	မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများ ပြိုင်သည်။				
(ဂ)	မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားများတူညီသည်။				
(ဃ)	မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များတူညီသည်။				
(င)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း တစ်ခုကို တစ်ခု ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(စ)	ထောင့်အားလုံးထောင့်မှန် ဖြစ်သည်။	×	✓	×	✓
(ဆ)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ တူညီသည်။				
(ဇ)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများ ထောင့်မှန်ကျနေသည်။				
(ဈ)	ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများသည် မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။				
(ည)	အနားအားလုံးတူညီသည်။				

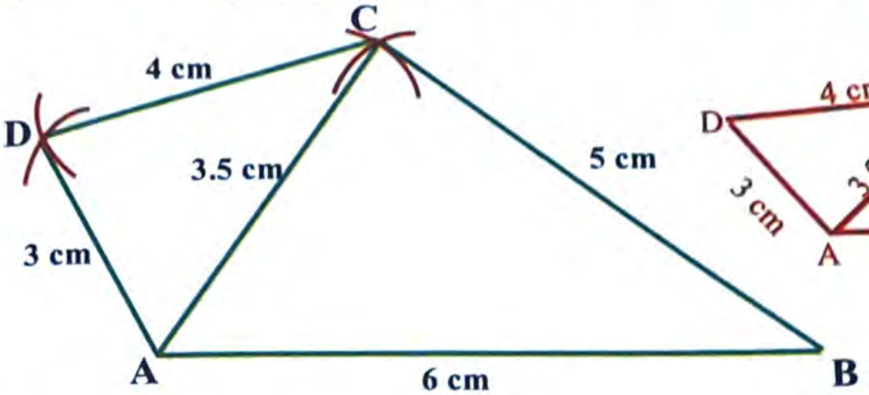
၂.၆ စတုဂံများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

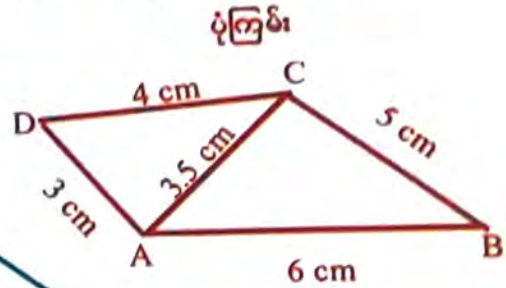
အနားပြိုင်စတုဂံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ စတုရန်းနှင့် ရွှမ်းဗတ်ကဲ့သို့သော ပုံစံတကျရှိနေသည့် စတုဂံများ၏ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်းများကို လေ့လာသိရှိခဲ့ကြပြီး ဖြစ်သည်။ ယခု ပုံစံအမျိုးမျိုးရှိသောစတုဂံများ၏ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနည်းများကို လေ့လာကြမည်။

ဆွဲသားလိုသောစတုဂံ၏ ပုံကြမ်းတစ်ခုကို ပထမဦးစွာဆွဲသားပြီး ပေးထားသော အနား အလျားများနှင့် ထောင့်ပမာဏများကို ပုံကြမ်းပေါ်တွင် မှတ်သားသင့်သည်။

၂.၆.၁ အနားလေးနားနှင့်ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ခုပေးထားသောစတုဂံကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB= 6 cm, BC = 5 cm, CD = 4 cm, DA = 3 cm နှင့် AC = 3.5 cm အသီးသီး ရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည် ဆိုပါစို့။
လိုအပ်သော စတုဂံကိုဆွဲသားရန် အောက်ပါအဆင့်များ အတိုင်းလုပ်ဆောင်ပါ။





အဆင့်(၁) 6 cm ရှိသောမျဉ်းပိုင်း AB ကိုဆွဲပါ။

အဆင့်(၂) A နှင့် B ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 3.5 cmနှင့်5 cm အသီးသီးရှိသော အဝန်းပိုင်း နှစ်ခုတို့ကို AB ၏ တစ်ဖက်တည်း၌ဆွဲရာ အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့သည် C ၌ ဖြတ်ကြပါစေ။

အဆင့်(၃) A နှင့် C၊ B နှင့် C တို့ကိုဆက်သွယ်ပါ။

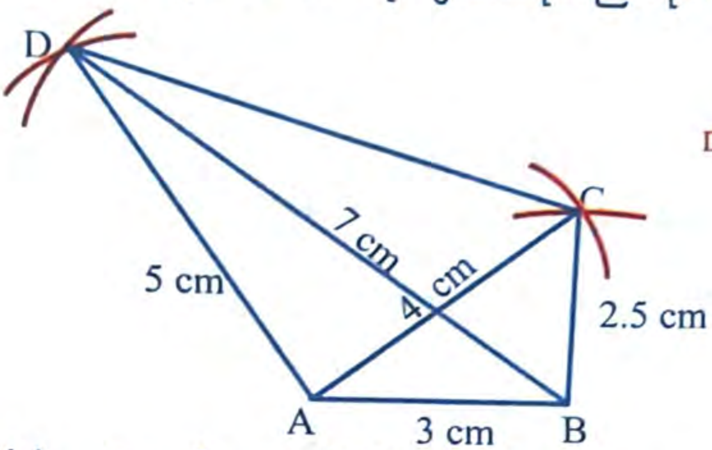
အဆင့်(၄) A နှင့် C ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 3 cm နှင့် 4 cm အသီးသီးရှိသော အဝန်းပိုင်း နှစ်ခုတို့ကို AC ၏ B မရှိသည့်အခြားတစ်ဘက်၌ ဆွဲရာ အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့သည် D ၌ ဖြတ်ကြပါစေ။

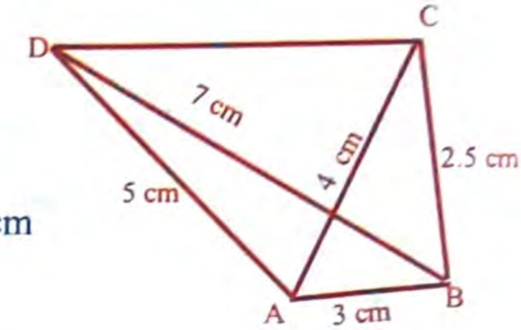
အဆင့်(၅) A နှင့် D၊ C နှင့် D တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ လိုအပ်သော စတုဂံ ABCD ကို ရသည်။

မှတ်ချက် ယခုဆွဲသားချက်တွင် လိုအပ်သောစတုဂံ ABCD ကိုရရန် ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်း ငါးခုအနက် မိမိကြိုက်ရာမျဉ်းပိုင်းမှ စတင်ပြီး ဆွဲနိုင်ကြောင်း ပုံကြမ်း၌ တွေ့ရှိရသည်။ ဆွဲသားနည်းအမျိုးမျိုးကို လေ့ကျင့်ကြည့်စေလိုပါသည်။

၂.၆.၂ အနားသုံးနားနှင့်ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းနှစ်ခုပေးထားသောစတုဂံကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AD= 5 cm, AB = 3 cm, BC = 2.5 cm, AC = 4 cm နှင့် BD = 7 cm အသီးသီး ရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည် ဆိုပါစို့။





အဆင့်(၁) 3 cm ရှိသောမျဉ်းပိုင်း AB ကို ဆွဲပါ။

အဆင့်(၂) A နှင့် B ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 4 cm နှင့် 2.5 cm အသီးသီးရှိသော အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့ကို AB ၏ တစ်ဖက်တည်း၌ဆွဲရာ အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့သည် C ၌ ဖြတ်ကြပါစေ။

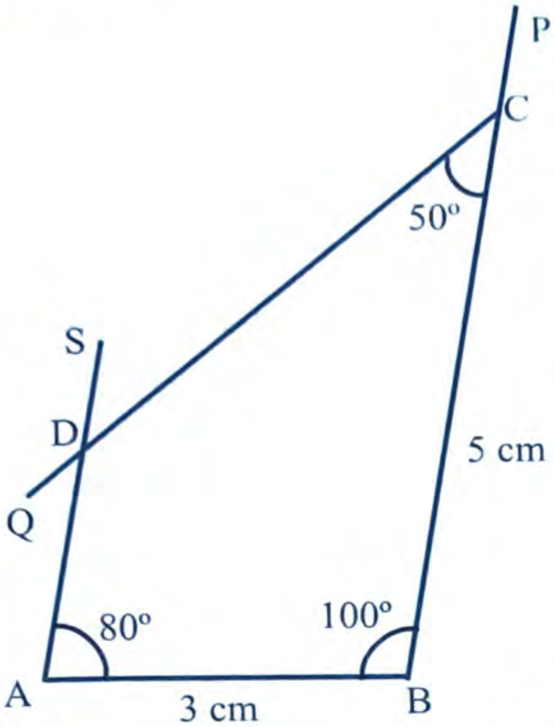
အဆင့်(၃) A နှင့် C၊ B နှင့် C တို့ကိုဆက်သွယ်ပါ။

အဆင့်(၄) A နှင့် B ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 5 cm နှင့် 7 cm အသီးသီးရှိသော အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့ကို AC ၏ B မရှိသည့်အခြားတစ်ဘက်၌ ဆွဲရာ အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့သည် D ၌ ဖြတ်ကြပါစေ။

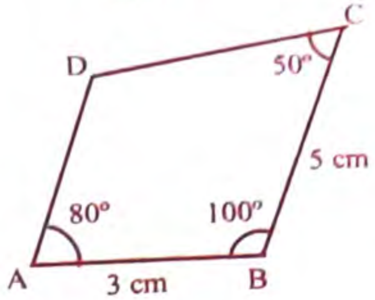
အဆင့်(၅) A နှင့် D၊ B နှင့် D၊ C နှင့် D တို့ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ ABCD သည် လိုအပ်သော စတုဂံဖြစ်သည်။

၂.၆.၃ နီးစပ်သောအနားနှစ်နားနှင့်ထောင့်သုံးထောင့် ပေးထားသောစတုဂံကို ဆောက်လုပ် ဆွဲသားခြင်း

AB = 3 cm, BC = 5 cm, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 100^\circ$ နှင့် $\angle C = 50^\circ$ အသီးသီး ရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည် ဆိုပါစို့။



ပုံကြမ်း



အဆင့်(၁) 3 cm ရှိသောမျဉ်းပိုင်း AB ကို ဆွဲပါ။

အဆင့်(၂) B တွင် $\angle ABP = 100^\circ$ ရှိသော ထောင့်တစ်ခုကို ဆွဲပါ။ BP ပေါ် တွင် BC = 5 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်းကို ပိုင်းဖြတ်ပါ။။

အဆင့်(၃) C တွင် $\angle BCQ = 50^\circ$ ရှိသော ထောင့်တစ်ခုကိုဆွဲပါ။

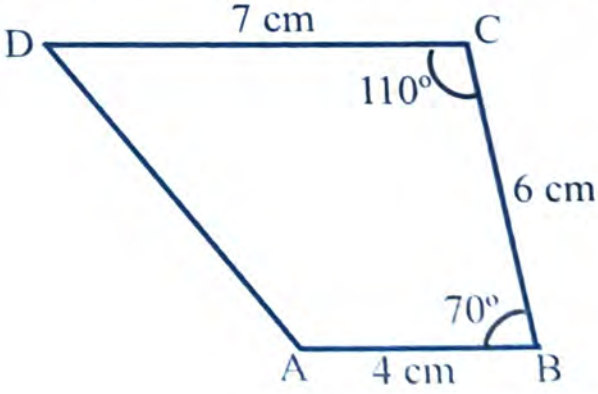
အဆင့်(၄) တစ်ဖန် A တွင် $\angle BAS = 80^\circ$ ရှိသော ထောင့်တစ်ခုကို ဆွဲရာ CQ မျဉ်း နှင့် ဖြတ်သောအမှတ်ကို D ဟု မှတ်ပါ။ လိုအပ်သောစတုဂံ ABCD ကို ရမည်။

၂.၆.၄ နီးစပ်သောအနားသုံးနားနှင့်ကြားထောင့်နှစ်ထောင့်ပေးထားသောစတုဂံကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

AB = 4 cm, BC = 6 cm, CD = 7 cm, $\angle B = 70^\circ$ နှင့် $\angle C = 110^\circ$ အသီးသီး ရှိသော စတုဂံ ABCD ကို ဆွဲသားလိုသည် ဆိုပါစို့။

ဤဆွဲသားချက်ကို လေ့ကျင့်ခန်းအဖြစ် ထားခဲ့မည်။

(ပုံကြမ်း ၂. ၉ ကို ကြည့်ပါ)



ပုံ (၂.၉)

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၂

၁။ $AB = 6.5$ cm, $BC = 8$ cm, $CD = 8.5$ cm, $DA = 7$ cm နှင့် $AC = 9$ cm ရှိသောစတုဂံ ABCD ကိုဆွဲပါ။ $\angle ABC$ ၏ ဒီဂရီကိုတိုင်းတာပါ။

၂။ $XY = 2.9$ cm, $YZ = 3.4$ cm, $ZW = 4.3$ cm, $XZ = 5.3$ cm နှင့် $YW = 5.7$ cm ရှိသောစတုဂံ XYZW ကိုဆွဲပါ။

၃။ $PQ = 6.5$ cm, $PS = 5.4$ cm, $\angle QPS = 80^\circ$, $\angle PQR = 106^\circ$ နှင့် $\angle PSR = 88^\circ$ ရှိသောစတုဂံ PQRS ကိုဆွဲပါ။ PR ၏ အလျားကို တိုင်းပေးပါ။

၄။ $PQ = 9$ cm, $QR = 4.5$ cm, $PS = 6.5$ cm, $\angle SPQ = 80^\circ$ နှင့် $\angle PQR = 85^\circ$ ရှိသော စတုဂံ PQRS ကိုဆွဲပါ။

၂.၇ စတုဂံများ ထပ်တူညီခြင်း

စတုဂံအမျိုးမျိုးကို မည်သို့ ဆွဲသားရမည်ကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။ စတုဂံတစ်ခုဆွဲသားရန် အနည်းဆုံး အနားနှစ်နားပါဝင်သော အခြေခံငါးခုနှင့် စတုဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီရန် အချက်ငါးချက် ပြည့်စုံရမည်။ စတုဂံများ ဆောက်လုပ် ဆွဲသားခြင်းအရ စတုဂံနှစ်ခု ထပ်တူညီစေနိုင်သော နည်းများကို အောက်ပါအတိုင်း မှတ်သားနိုင်သည်။

၁။ အနားလေးနားနှင့် ထောင့်ဖြတ်တစ်ခု တူညီသောစတုဂံနှစ်ခုတို့ ထပ်တူညီကြသည်။ (SSSSD congruence)

၂။ အနားသုံးနားနှင့် ထောင့်ဖြတ်နှစ်ခု တူညီသောစတုဂံနှစ်ခုတို့ ထပ်တူညီကြသည်။ (SSSDD congruence)

၃။ နီးစပ်သောအနားနှစ်နား၊ ယင်းတို့ကြားရှိထောင့်နှင့် ကျန်ထောင့်နှစ်ထောင့်တို့ တူညီနေသော စတုဂံနှစ်ခုတို့ထပ်တူညီကြသည်။ (ASASA congruence)

၄။ အနားသုံးနားနှင့် ကြားထောင့်နှစ်ထောင့် တူညီသောစတုဂံနှစ်ခုတို့ ထပ်တူညီကြသည်။ (SASAS congruence)

ဤတွင် S = Side (အနား)၊
D = Diagonal (ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း) နှင့်
A = Angle (ထောင့်) ဖြစ်သည်။

အခန်း ၃ စက်ဝိုင်းများ

စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဗဟိုမှလေးကြိုးပေါ်သို့ဆွဲသောထောင့်မတ်မျဉ်းများ၊ အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကခံဆောင်ထားသော ထောင့်များ၊ စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုတည်းအတွင်းရှိ ထောင့်များနှင့်သက်ဆိုင်သောမှန်ကန်ချက်များကို လက်တွေ့ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်များဖြင့် ဖော်ထုတ်ခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု ဝန်းထိမျဉ်းများအကြောင်းနှင့် ယင်းတို့၏ ဂုဏ်သတ္တိများကို ဖော်ထုတ်မည်။ ထို့ပြင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုဖြတ်ခြင်း၊ ဘုံလေးကြိုး၊ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းနှင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာရှာခြင်းတို့ကိုလည်း လေ့လာမည်။

ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက ဝန်းထိမျဉ်းများကို ဆွဲသားတတ်ပြီး ဝန်းထိမျဉ်းဆိုင်ရာ ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်။ ထို့ပြင် အဝန်းပိုင်းများ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာများကို ရှာနိုင်မည်။

၃.၁ ပြန်လည်ဆွေးနွေးခြင်း

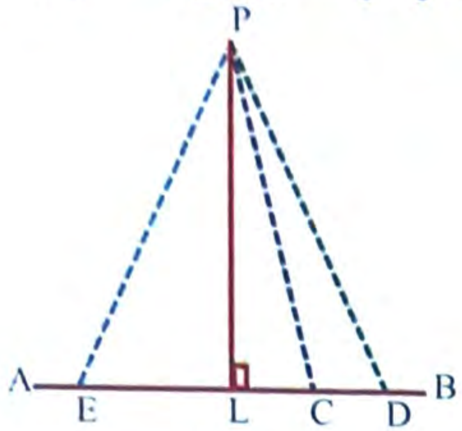
စက်ဝိုင်းအကြောင်းကို ဆက်လက်လေ့လာရာတွင် အထောက်အကူဖြစ်စေရန် မှန်ကန်ချက်များကို ပြန်လည်ဖော်ပြပေးပါမည်။

စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် -

- ဗဟိုမှလေးကြိုးတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ဆွဲသော ထောင့်မတ်ကျမျဉ်းသည် ထိုလေးကြိုးကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။
- ဗဟိုမှလေးကြိုးတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ဆွဲသော ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းသည် ထိုလေးကြိုးကို ထောင့်မတ်ကျသည်။
- လေးကြိုးတစ်ကြောင်း၏ ထောင့်မတ်ကျထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်း၏ဗဟိုကို ဖြတ်သွားသည်။
- စက်ဝိုင်းတစ်ခုတည်းတွင်ဖြစ်စေ၊ တူညီသောစက်ဝိုင်းများတွင်ဖြစ်စေ အလျားတူသောလေးကြိုးများသည် ဗဟိုမှတူညီစွာ ကွာဝေးကြသည်။
- စက်ဝိုင်းတစ်ခုတည်းတွင်ဖြစ်စေ၊ တူညီသောစက်ဝိုင်းများတွင်ဖြစ်စေ ဗဟိုမှတူညီစွာ ကွာဝေးသောလေးကြိုးများ၏ အလျားများတူကြသည်။
- အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဗဟို၌ခံဆောင်ထားသောထောင့်သည် ယင်းအဝန်းပိုင်းမှ ကျန်အဝန်းပိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၌ခံဆောင်ထားသော ထောင့်၏နှစ်ဆရှိသည်။

- စက်ဝိုင်းပြတ်တစ်ခုတည်းအတွင်းရှိ ထောင့်များတူညီကြသည်။
- စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုအတွင်းရှိ ထောင့်များသည် ထောင့်မှန်များ ဖြစ်ကြသည်။

အထက်ပါမှန်ကန်ချက်များအပြင် အမှတ်တစ်ခုမှမျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသို့အကွာအဝေး အကြောင်းကို ဖြည့်စွက်ဆွေးနွေးမည်။

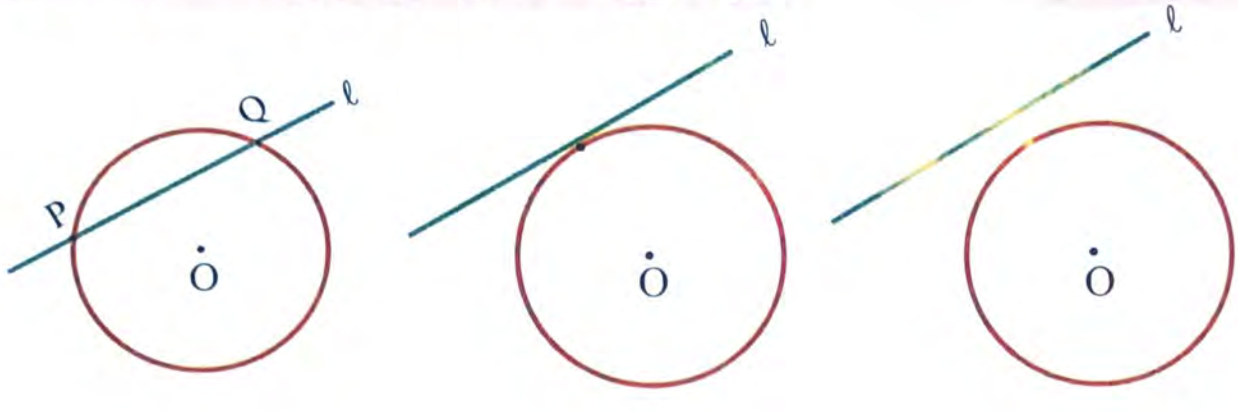


ပုံ ၃.၁

မျဉ်းဖြောင့် AB ပေါ်သို့ ပြင်ပအမှတ် P မှ ထောင့်မတ်မျဉ်း PL ကိုဆွဲမည်။ AB ပေါ်တွင် အခြားအမှတ် C, D, E တို့ကို ယူပြီး P နှင့်ဆက်ပါ။ PL, PC, PD နှင့် PE တို့၏ အလျားများကို တိုင်းကြည့်လျှင် ထောင့်မတ်မျဉ်း PL သည် အတိုဆုံးဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ ပုံ ၃. ၁ ကို ကြည့်ပါ။ ထောင့်မတ်မျဉ်း PL ၏အလျားကို P မှ AB သို့အကွာအဝေးဟု သတ်မှတ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့်

အမှတ်တစ်ခုမှ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသို့အကွာအဝေးသည် ထိုအမှတ်မှ မျဉ်းဖြောင့်ပေါ်သို့ဆွဲသော ထောင့်မတ်မျဉ်း၏အလျား ဖြစ်သည်။

၃.၂ စက်ဝိုင်းတစ်ခုနှင့်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုဖြတ်ခြင်း



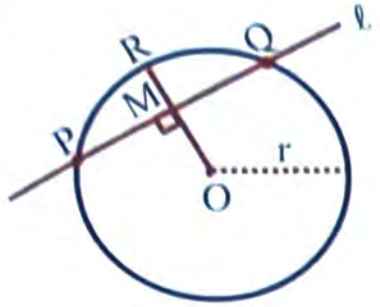
ပုံ ၃.၂

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းသည် စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို အမှတ်နှစ်ခုထက် ပို၍ မဖြတ်နိုင်ချေ။ ပုံတွင်ဖော်ပြထားသကဲ့သို့ ဖြစ်နိုင်ခြေသုံးမျိုးရှိသည်။

ပုံ ၃. ၂ (i) ကဲ့သို့ မျဉ်း ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်နှစ်ခု၌ဖြတ်သွားသည့်အခြေအနေ၊ ပုံ ၃. ၂ (ii) မှာကဲ့သို့ မျဉ်း ℓ သည် စက်ဝိုင်းကိုအမှတ်တစ်ခုတည်း၌သာထိသည့် အခြေအနေ

နှင့် ပုံ ၃. ၂ (iii) မှာကဲ့သို့ မျဉ်း ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို လုံးဝမဖြတ်သော အခြေအနေဟူ၍ သုံးမျိုးဖြစ်နိုင်သည်။ ယင်းအခြေအနေသုံးမျိုးကို အသေးစိတ်လေ့လာရန်အတွက် ဗဟို O ရှိပြီး အချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။

(က)

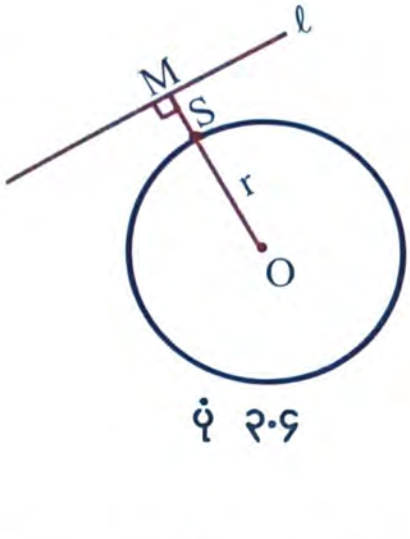


ပုံ ၃.၃

ပုံ ၃. ၃ တွင် မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ မတူညီ သောအမှတ်နှစ်ခု P နှင့် Q တို့၌ ဖြတ်သည်။ ℓ ကို **ဝန်းဖြတ်မျဉ်း**(secant) ဟုခေါ်သည်။ OM ⊥ PQ ကိုဆွဲရာ OM ဆက်ဆွဲမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းကို R ၌ တွေ့ဆုံပါစေ။ ထိုအခါ OM သည် O မှ ℓ သို့ထောင့်မတ် အကွာအဝေးဖြစ်သည်။ ပုံမှ OM < OR = r ဖြစ်သည် ကိုတွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ဗဟိုမှမျဉ်းတစ်ကြောင်းသို့ အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်အလျားအောက် ငယ်လျှင် ထိုမျဉ်းသည် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းဖြစ်သည်။

(ခ)



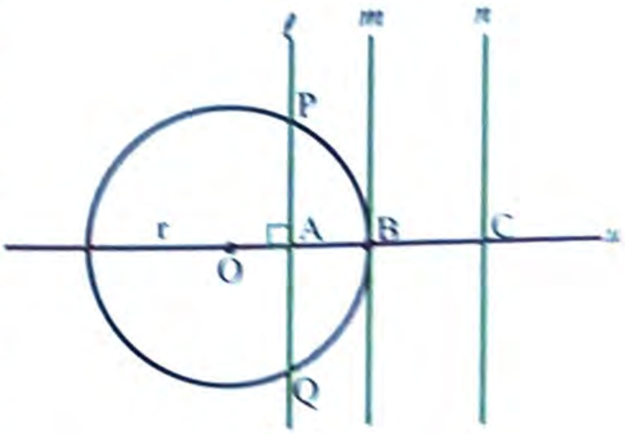
ပုံ ၃.၄

ပုံ ၃. ၄ တွင် မျဉ်းဖြောင့် ℓ သည် စက်ဝိုင်း၏အပြင်ဘက်တွင် ကျရောက်နေပြီး စက်ဝိုင်းကို လုံးဝ မဖြတ်ပါ။ OM ⊥ ℓ ကို ဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို S ၌ ဖြတ်ပါစေ။ OM > OS = r ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ဗဟိုမှမျဉ်းတစ်ကြောင်းသို့ အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်အလျားထက် ကြီးလျှင် ထိုမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းကို မဖြတ်ပါ။

၃.၃ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ဝန်းထိမျဉ်း

ဗဟို O ကိုဖြတ်၍ ဝန်းဖြတ်မျဉ်း u ကို ဆွဲပြီး $\ell \perp u$ ကိုဆွဲရာ ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို P နှင့် Q တို့၌လည်းကောင်း၊ မျဉ်း u ကို A ၌ လည်းကောင်း ဖြတ်ပါစေ။ ထို့နောက် ပုံ ၃.၅ တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ℓ နှင့်အပြိုင်မျဉ်း m, n တို့ကိုဆွဲရာ m သည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ် B ၌ထိနေပြီး n သည် u ကို C ၌ ဖြတ်ပါစေ။ ℓ သည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်ပြီး m သည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်တစ်ခု၌ ထိနေသည်။ n သည် စက်ဝိုင်းကိုလုံးဝမဖြတ်ပါ။

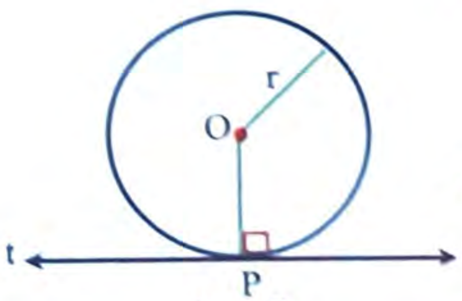


ပုံ ၃.၅

အမှတ်တစ်ခု၌သာ ထိနေသောမျဉ်း m ကို **စက်ဝိုင်းသို့ဝန်းထိမျဉ်း** (tangent to a circle) တစ်နည်း **တန်းဂျင့်မျဉ်း** (tangent line) ဟုခေါ်သည်။ စက်ဝိုင်းနှင့်ဝန်းထိမျဉ်းတို့ထိနေသော အမှတ် B ကို **ဝန်းထိမှတ်** (point of contact) ဟုခေါ်သည်။

ပုံ ၃.၅ တွင် OB = r ဖြစ်သည်။ ထို့ပြင် $\ell \parallel m$ နှင့် OA $\perp \ell$ တို့မှ OB $\perp m$ ဖြစ်သည်။ ထိုတွေ့ရှိချက်မှ အချင်းဝက်၏ အစွန်းမှတ်၌ ဝန်းထိမျဉ်း m နှင့် အချင်းဝက်တို့ ထောင့်မတ်ကျနေသည်ကို သိရှိရသည်။

အထက်ပါလေ့လာချက်များမှ ဝန်းထိမျဉ်းများ၏ ဂုဏ်သတ္တိသုံးခုကို ရရှိသည်။ ပုံ ၃.၆ တွင် ကြည့်ပါ။



ပုံ ၃.၆

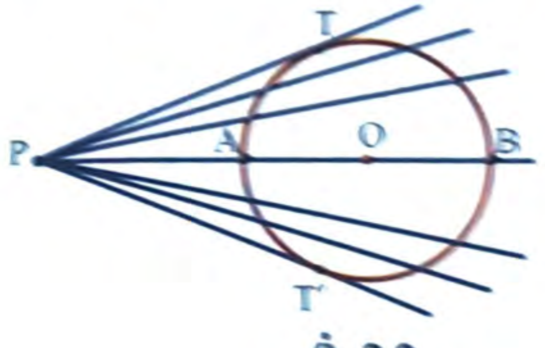
ဂုဏ်သတ္တိ (၁) စက်ဝိုင်း၏ ဗဟိုမှဝန်းထိမျဉ်းသို့ အကွာအဝေးသည် စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်အလျားနှင့်ညီသည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (၂) ဝန်းထိမျဉ်းသည် ထိမှတ်ကို ဖြတ်သွားသည့် အချင်းဝက်ကို ထောင့်မတ်ကျသည်။

ဂုဏ်သတ္တိ (၃) စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် အချင်းဝက်၏ အစွန်းမှတ်၌ ထောင့်မတ်ကျနေသောမျဉ်းသည် ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်သည်။

၃.၄ အမှတ်တစ်ခုမှစက်ဝိုင်းတစ်ခုသို့ဆွဲသောဝန်းထိမျဉ်းများ

(၁) အမှတ်သည်စက်ဝိုင်း၏ပြင်ပ၌ရှိသောအခြေအနေ



ပုံ ၃.၇

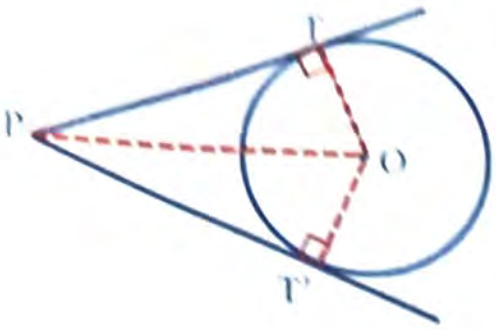
သင့်လျော်ရာ အချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် O ဗဟို ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ စက်ဝိုင်း၏ပြင်ပ၌ အမှတ် P ကိုယူပါ။ P မှ O ကို ဖြတ်၍ ဝန်းဖြတ်မျဉ်း တစ်ကြောင်းကိုဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို A နှင့် B တို့တွင် ဖြတ်ပါစေ။ (ပုံ ၃.၇ ကို ကြည့်ပါ။)

PAB နှင့် တစ်ထပ်တည်းကျနေသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုယူ၍ ၎င်းမျဉ်းကို လက်ဝဲရစ်အတိုင်း အမှတ် P ၌လှည့်ပါ။ ထိုသို့လှည့်ရာတွင် ဝန်းဖြတ်မျဉ်းနှင့်စက်ဝိုင်း၏ ဖြတ်မှတ်တို့ မည်သို့ဖြစ်လာသည်ကိုကြည့်ရာ A နှင့် B ကဲ့သို့ အမှတ်များသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု တဖြည်းဖြည်း နီးကပ်လာကြသည်ကို တွေ့ရသည်။ ဆက်လက်၍လှည့်သွားပါက ၎င်းအမှတ်တို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု တစ်ထပ်တည်းကျသော အခြေအနေသို့ ရောက်ရှိလာမည်။ ၎င်းဝန်းဖြတ်မျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းကို အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ထိသော ဝန်းဖြတ်မျဉ်းဖြစ်လာသည်။ ထိမှတ်ကို T ဟုထားပါ။ ထိုအခါ P မှ စက်ဝိုင်းသို့ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်း PT ကို ရရှိသည်။ နောက်ထပ် ဆက်လှည့်ပါက မျဉ်းဖြောင့်သည် စက်ဝိုင်းကို မဖြတ်တော့ပါ။

တစ်ဖန် PAB မှအစပြု၍ လက်ယာရစ်အတိုင်း မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို အမှတ် P ၌ ထပ်မံ၍လှည့်ကြည့်ပါ။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်သည် စက်ဝိုင်းကို T' အမှတ်၌ တစ်ကြိမ်ထပ်မံ၍ ဖြတ်သော အခြေအနေကိုရောက်ပြီးနောက် နောက်ထပ်စက်ဝိုင်းကို မဖြတ်တော့ပါ။ ထိုအခါ P မှ စက်ဝိုင်းသို့ဆွဲသော နောက်ထပ်ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း PT' ကို ရရှိသည်။

P မှ စက်ဝိုင်းသို့ တတိယဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲနိုင်ပါသလား။ ဆွဲနိုင်ကြောင်းထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

> **စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ပြင်ပအမှတ်တစ်ခုမှ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသာ ဆွဲနိုင်သည်။**



သင့်လျော်သောအချင်းဝက်ဖြင့် O ဗဟိုရှိသောစက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ စက်ဝိုင်း၏ပြင်ပအမှတ် P မှ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ခုဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို T, T' တို့၌ ထိပါစေ၊ O နှင့် T, T'တို့ကို ဆက်ပါ။ ထိုအခါ ဝန်းထိမျဉ်း၏ ဂုဏ်သတ္တိအရ $OT \perp PT$ နှင့် $OT' \perp PT'$ ဖြစ်သည်၊ O နှင့် P ကိုဆက်ပါ။

$\angle PTO = \angle PT'O$ (ထောင့်မှန်များ)

$OP = OP$ (ဘုံအနား)

$OT = OT'$ (အချင်းဝက်များ)

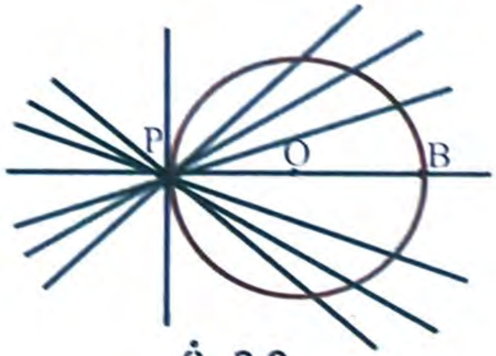
$\therefore \triangle PTO \cong \triangle PT'O$ (မနန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore PT = PT'$ နှင့် $\angle OPT = \angle OPT'$, $\angle POT = \angle POT'$ဖြစ်သည်၊

သို့ဖြစ်၍ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း၏ အလျားများတူညီကြပြီး OP က ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းကြားရှိထောင့်ကို ထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။ ထိုတွေ့ရှိချက်မှ အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိကိုရရှိသည်။

ပေးရင်းစက်ဝိုင်းသို့ ပြင်ပအမှတ်တစ်ခုမှဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းတို့၏ အလျားများတူညီကြပြီး ထိုပြင်ပအမှတ်နှင့်ဗဟိုကိုဆက်သောမျဉ်းသည် ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းကြားရှိထောင့်နှင့် ထိမှတ်နှစ်ခု၌ရှိသော အချင်းဝက်နှစ်ခုကြားရှိထောင့်ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။

(၂) အမှတ်သည်စက်ဝိုင်းပေါ်၌ရှိသောအခြေအနေ

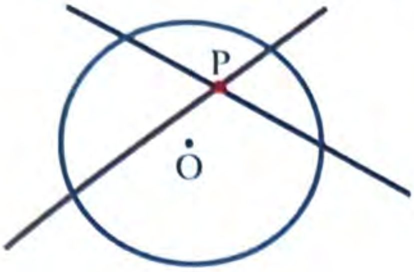


ပုံ ၃.၈

အမှတ် P သည် စက်ဝိုင်းပေါ်တွင်ရှိသောအခါ (၁) မှာကဲ့သို့ စမ်းသပ်ချက်မျိုးကို လုပ်ဆောင်ကြည့်မည်။ P နှင့် ဗဟို O ကိုဖြတ်၍ ဝန်းဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို B ၌ ဖြတ်ပါစေ။ ထိုဝန်းဖြတ်မျဉ်းကို P ၌ လှည့်ပါ။ လှည့်နေသောဝန်းဖြတ်မျဉ်းသည် PO ကို ထောင့်မတ်ကျသောအခါ စက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်လာမည်။ P အမှတ်၌ထိသော ဝန်းထိမျဉ်းသည် တစ်ကြောင်းတည်းသာရှိကြောင်း ပုံ ၃.၈ တွင် တွေ့ရှိရသည်။ သို့ဖြစ်၍ ယခုကဲ့သို့ ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ပေးရင်းစက်ဝိုင်းပေါ်ရှိအမှတ်တစ်ခု၌ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းတည်းသာဆွဲနိုင်သည်။

(၃) **အမှတ်သည်စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ရှိသောအခြေအနေ**

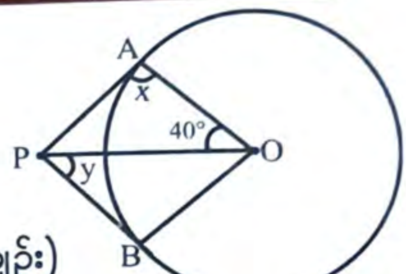


ပုံ ၃.၉

အမှတ် P သည် စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ရှိပါစေ။ P ကို ဖြတ်၍ ပုံ ၃. ၉ တွင် ဖော်ပြထားသကဲ့သို့ ကြိုက်ရာမျဉ်းများ ဆွဲကြည့်ရာ ထိုမျဉ်းတိုင်းသည် စက်ဝိုင်းကိုအမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်သွားသည်ကို တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် P ကိုဖြတ်၍ စက်ဝိုင်းကို အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ထိသောဝန်းထိမျဉ်းများမဆွဲနိုင်ပါ။ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ရှိသော အမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ စက်ဝိုင်းသို့ဝန်းထိမျဉ်းများ မဆွဲနိုင်ပါ။

ပုံစံတွက် ၁။ PA နှင့် PB တို့သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်း၏ ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။ $\angle AOP = 40^\circ$ ဖြစ်လျှင် x နှင့် y တို့ကို ရှာပါ။



$OA \perp AP$　(အချင်းဝက် $\perp$ ဝန်းထိမျဉ်း)

ထို့ကြောင့် $x = 90^\circ$ ဖြစ်သည်။

$\angle APO + x + \angle AOP = 180^\circ$ (တြိဂံ၏အတွင်းထောင့်အားလုံးပေါင်း)

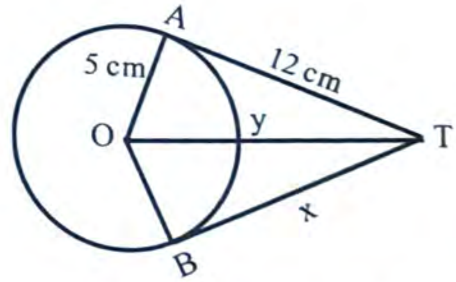
$\angle APO + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle APO = 50^\circ$

$y = \angle APO$ (ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းကြားရှိ ထောင့်ကို OP က ထက်ဝက်ပိုင်းသည်။)

$\therefore y = 50^\circ$

ပုံစံတွက် ၂။ ပုံတွင် TA နှင့် TB တို့သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်း၏ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်သည် 5cm နှင့် AT = 12 cm ဖြစ်လျှင် x နှင့် y တို့ကိုရှာပါ။



$TA = TB$　(ပြင်ပအမှတ် T မှဆွဲသောဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း)

$\therefore TB = 12 \text{ cm}$

$\therefore x = 12 \text{ cm}$

$OA \perp TA$　(အချင်းဝက် $\perp$ ဝန်းထိမျဉ်း)

ထို့ကြောင့် ΔOAT သည် ထောင့်မှန်တြိဂံဖြစ်သည်။

ပိုက်သာဂိုရပ် သီအိုရမ်အရ

$$OT^2 = OA^2 + TA^2$$

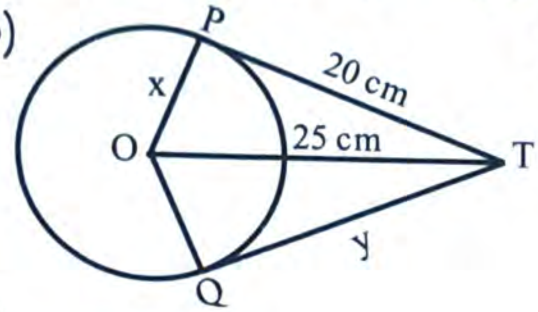
$$y^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\therefore y = 13 \text{ cm}$$

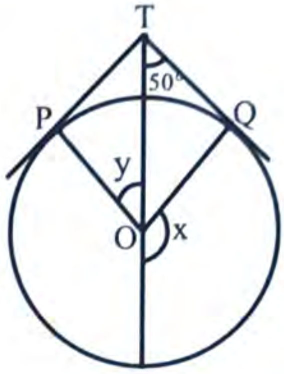
လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၁

၁။ ပုံတွင် TP နှင့် TQ တို့သည် အမှတ် T မှ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းသို့ဆွဲထားသောဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ x နှင့် y တို့ကိုရှာပါ။

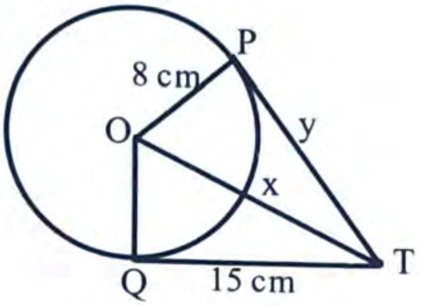
(က)



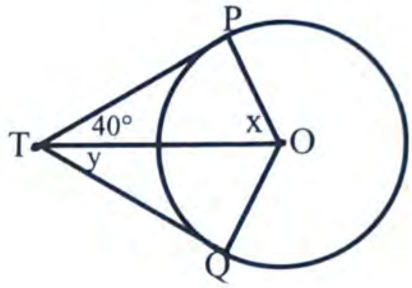
(ခ)



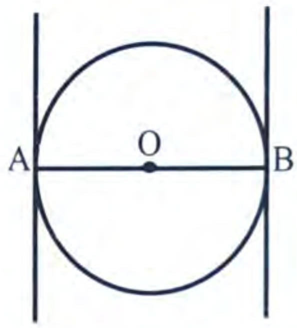
(ဂ)



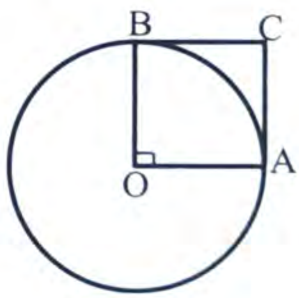
(ဃ)



၂။ ပေးထားသော ပုံသည် ဗဟို O ရှိသောစက်ဝိုင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ အချင်း AOB ကိုဆွဲပြီး A နှင့် B တို့၌ဝန်းထိမျဉ်းများကို ပုံအတိုင်းဆွဲပါ။ ဤဝန်းထိမျဉ်းများသည် ပြိုင်နေကြပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။



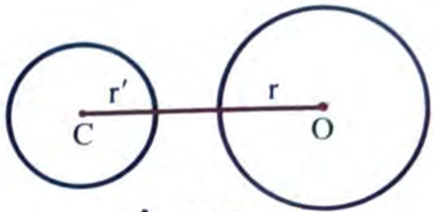
၃။ ဗဟို O ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ $\angle AOB = 90^\circ$ ဖြစ်စေမည့် အမှတ်နှစ်ခု A နှင့် B ကိုစက်ဝိုင်းပေါ်တွင်ယူပါ။ A နှင့် B တို့၌ ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများသည် ပုံအတိုင်း C ၌ ဖြတ်ကြပါစေ။ OACB သည် စတုရန်းတစ်ခု ဖြစ်ပါသလား။ အကြောင်းပြချက်ပေးပါ။



၃.၅ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုဖြတ်ခြင်း

O နှင့် C ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် r နှင့် r' အသီးသီးရှိသည့် အရွယ်မတူသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကိုဆွဲပါ။ $r > r'$ ဖြစ်ပါစေ။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုကို စက်ဝိုင်း O နှင့် စက်ဝိုင်း C ဟုခေါ်ပါ။ ဗဟိုနှစ်ခုကိုဆက်ပါ။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် အောက်ပါအနေအထား ငါးခုတို့အနက်မှ တစ်ခုခု ဖြစ်နိုင်သည်။

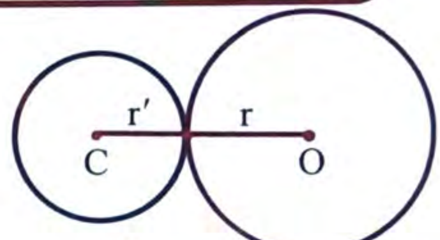
၁။ ပုံ ၃. ၁၀ တွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုသည် ကျန်စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်၌ရှိနေသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု မဖြတ်ကြပါ။ ပုံအရ $\mathbf{OC > r + r'}$ ဖြစ်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။



ပုံ ၃.၁၀

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ဗဟိုများအကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်အလျားနှစ်ခုပေါင်းလဒ် ထက်ကြီးလျှင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုသည် ကျန်စက်ဝိုင်း၏ အပြင်ဘက်၌ ကျရောက်နေပြီး အချင်းချင်း မဖြတ်ကြပါ။

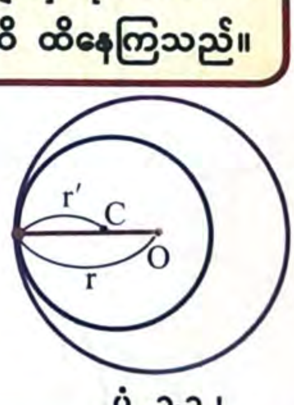
၂။ ပုံ ၃. ၁၁ တွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု အပြင်ထိ ထိနေသည်။ စက်ဝိုင်းများတွင် ဘုံအမှတ်တစ်ခုတည်းရှိနေသည်။ ထို အမှတ်ကို စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဘုံထိမှတ်ဟုခေါ်သည်။ ပုံအရ $\mathbf{OC = r + r'}$ ဖြစ်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။



ပုံ ၃.၁၁

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ဗဟိုများအကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်အလျားနှစ်ခုပေါင်းလဒ် နှင့်တူညီနေလျှင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုသည်အမှတ်တစ်ခုတည်း၌အပြင်ထိ ထိနေကြသည်။

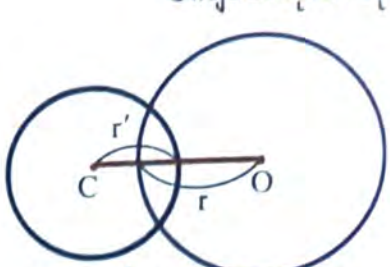
၃။ ပုံ ၃. ၁၂ တွင်စက်ဝိုင်း C သည် စက်ဝိုင်း O အတွင်း ကျရောက်နေပြီး စက်ဝိုင်းများ၌ ဘုံအမှတ်တစ်ခုတည်းသာ ရှိနေပြီး စက်ဝိုင်းနှစ်ခု အတွင်းထိ ထိနေသည်။ ဤအခြေအနေတွင် $\mathbf{OC = r - r'}$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါ အတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။



ပုံ ၃.၁၂

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟိုများအကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်အလျားများခြားနားခြင်း နှင့်တူညီနေလျှင် ထိုစက်ဝိုင်းနှစ်ခုသည် အမှတ်တစ်ခုတည်း၌ အတွင်းထိ ထိနေ ကြသည်။

၄။ ပုံ ၃. ၁၃ တွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်နေကြသည်။ ဤအခြေအနေတွင် $OC > r - r'$ ဖြစ်ပြီး $OC < r + r'$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။



ပုံ ၃.၁၃

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟိုများအကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်အလျားနှစ်ခုနုတ်လဒ်ထက်ကြီးနေပြီး အချင်းဝက်အလျားနှစ်ခုပေါင်းလဒ်ထက်ငယ်နေလျှင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် မတူညီသော အမှတ်နှစ်ခု၌ ဖြတ်ကြသည်။

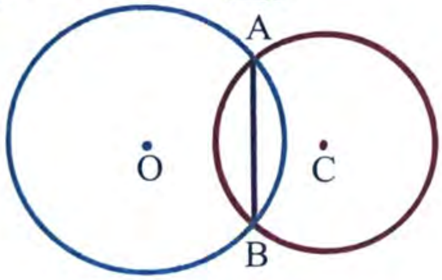
၅။ ပုံ ၃. ၁၄ တွင်စက်ဝိုင်း C သည် စက်ဝိုင်း O အတွင်း လုံးဝကျနေပြီး စက်ဝိုင်းများတွင် ဆုံမှတ်မရှိသောအခြေအနေဖြစ်သည်။ ဤအခြေအနေတွင် $OC < r - r'$ ဖြစ်ကြောင်း ထင်ရှားသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

ပုံ ၃.၁၄

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟိုများအကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်များခြားနားခြင်းအောက်ငယ်နေလျှင် စက်ဝိုင်းငယ်သည် စက်ဝိုင်းကြီး၏အတွင်းတွင် လုံးဝ ကျရောက်နေပြီး စက်ဝိုင်းနှစ်ခု မထိပါ။

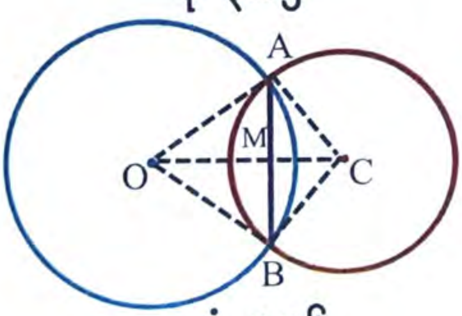
၃.၆ ဘုံလေးကြိုးနှင့်ဘုံဝန်းထိမျဉ်း

၃.၆.၁ ဘုံလေးကြိုး



ပုံ ၃.၁၅

ပုံ ၃. ၁၅ တွင် စက်ဝိုင်း O နှင့် စက်ဝိုင်း C တို့သည် မတူညီသောအမှတ်နှစ်ခု A နှင့် B တို့၌ဖြတ်နေကြပါစေ။ A နှင့် B ကို ဆက်သွယ်ပါ။ မျဉ်းပိုင်း AB သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခုစီအတွက် လေးကြိုးဖြစ်နေသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ယင်းကဲ့သို့သော လေးကြိုးကို စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ **ဘုံလေးကြိုး** (common chord) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၃.၁၆

ပုံ ၃. ၁၆ တွင် OC, OA, OB, AC နှင့် BC တို့ကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ $OA = OB$ နှင့် $CA = CB$ ဖြစ်သည်။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။ O သည် A နှင့် B တို့မှ တူညီစွာကွာဝေးနေသဖြင့် A နှင့် B တို့၏ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပေါ်တွင် ကျရောက်နေသည်။ အလားတူစွာ A နှင့် B

တို့မှ တူညီစွာကွာဝေးနေသော C သည်လည်း A နှင့် B တို့၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပေါ်တွင် ကျရောက်နေသည်။ ထို့ကြောင့် OC သည် A နှင့် B တို့၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် OC သည် AB ၏ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းဖြစ်သည်။ အကယ်၍ OC သည် AB ကို M ၌ ဖြတ်လျှင် M သည် ဘုံလေးကြိုး AB ၏ အလယ်မှတ်ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့ဖြတ်နေကြလျှင် ယင်းတို့၏ ဗဟိုများကိုဆက်သောမျဉ်းသည် ဘုံလေးကြိုးကို ထက်ဝက်ပိုင်းပြီး ထောင့်မတ်ကျသည်။

၃.၆.၂ ဘုံဝန်းထိမျဉ်း

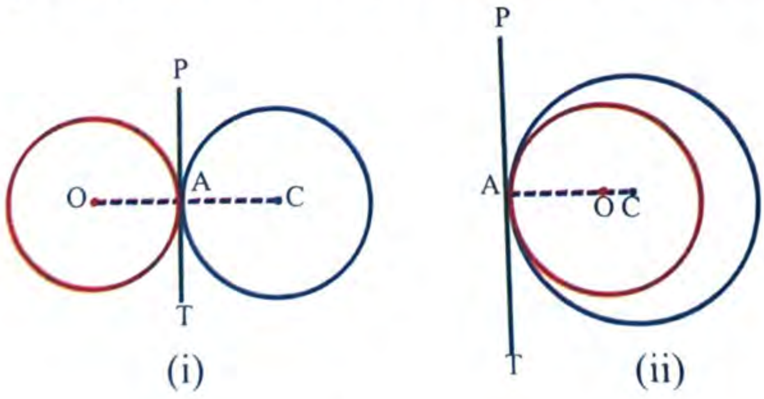
စက်ဝိုင်းနှစ်ခုလုံးကို ထိနေသောဝန်းထိမျဉ်းကို ထိုစက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ **ဘုံဝန်းထိမျဉ်း** (common tangent) ဟု ခေါ်သည်။

ပုံ ၃.၁၇

ပုံ ၃. ၁၇ (i) တွင် AB ကဲ့သို့ ဝန်းထိမျဉ်းကို **အတွင်းဘုံဝန်းထိမျဉ်း** (common internal tangent) ဟုခေါ်သည်။ အတွင်းဘုံဝန်းထိမျဉ်းသည် ဗဟိုနှစ်ခုဆက်သောမျဉ်းကို ဖြတ်သွားသည်။

ပုံ ၃. ၁၇ (ii) တွင် RS ကဲ့သို့ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းကို **အပြင်ဘုံဝန်းထိမျဉ်း** (common external tangent) ဟုခေါ်သည်။ အပြင်ဘုံဝန်းထိမျဉ်းသည် ဗဟိုနှစ်ခုဆက်သောမျဉ်းပြတ်ကို ဖြတ်မသွားပါ။

ပုံ (i) နှင့် ပုံ (ii) တွင် နောက်ထပ်ဘုံဝန်းထိမျဉ်းများ ဆွဲနိုင်ပါသေးသလား။



ပုံ ၃.၁၈

စက်ဝိုင်း O နှင့် စက်ဝိုင်း C တို့သည် ပုံ ၃. ၁၈ (i) မှာကဲ့သို့ အပြင်ထိ၊ ပုံ ၃. ၁၈ (ii) မှာကဲ့သို့ အတွင်းထိ ထိနေကြပါစေ။ ထိမှတ်ကို A ဟုထားပါ။ အမှတ် A တွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုခု၏ဝန်းထိမျဉ်း PAT ကို ဆွဲပါ။ ထိုဝန်းထိမျဉ်းသည် ကျန်စက်ဝိုင်း၏ ဝန်းထိမျဉ်းလည်း ဖြစ်နေသည်ကိုတွေ့ရှိရသည်၊ PAT သည် ဘုံဝန်းထိမျဉ်း ဖြစ်နေသည်။ O နှင့် A ၊ C နှင့် A တို့ကို ဆက်ပါ။ OA နှင့် CA တို့သည် အချင်းဝက်များ၊ PAT သည် ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်၍ $OA \perp PAT$ နှင့် $CA \perp PAT$ ဖြစ်သည်။

ပုံ (i) တွင် $\angle OAP + \angle CAP = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ ဖြစ်၍ OAC သည် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုဖြစ်သည်၊ ထို့ကြောင့် OC သည် ထိမှတ်ကို ဖြတ်သွားသည်။ ပုံ (ii) တွင် $\angle OAP = 90^\circ = \angle CAP$ ဖြစ်၍ CO ဆက်ဆွဲမျဉ်းသည် ထိမှတ် A ကို ဖြတ်သွားသည်။ ဤအချက်ကို အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

အပြင်ထိ သို့မဟုတ် အတွင်းထိ ထိနေသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ဗဟိုများဆက်သောမျဉ်းသည် ထိမှတ်ကို ဖြတ်သွားသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၂

၁။ အောက်ပါတို့တွင် စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏အချင်းဝက်များဖြစ်သော r နှင့် r′၊ ဗဟိုနှစ်ခု၏ အကွာအဝေး d တို့ကို ပေးထားသည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် ဖြတ်သည် သို့မဟုတ် ထိသည် သို့မဟုတ် မဖြတ်ဟု ဖော်ပြပါ။

(က) $r = 3.2$ cm, $r' = 2.5$ cm, $d = 6$ cm (ခ) $r = 2.7$ cm, $r' = 2$ cm, $d = 3$ cm

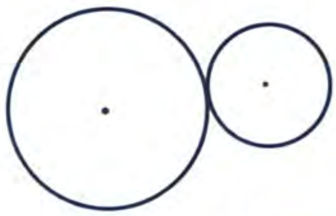
(ဂ) $r = 3$ cm, $r' = 2$ cm, $d = 5$ cm (ဃ) $r = 2.9$ cm, $r' = 1.7$ cm, $d = 1.2$ cm

(င) $r = 1.5$ cm, $r' = 2.3$ cm, $d = 0$ cm (စ) $r = 3.5$ cm, $r' = 2.3$ cm, $d = 4$ cm

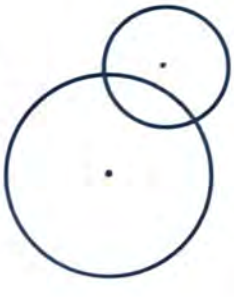
၂။ ပေးထားသော စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းများကို ရနိုင်သမျှ ဆွဲပေးပါ။

(က)

(ခ)



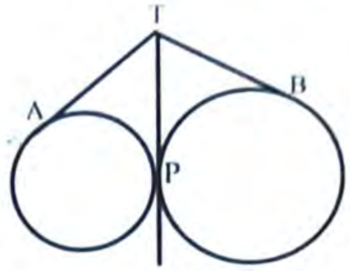
(ဂ)



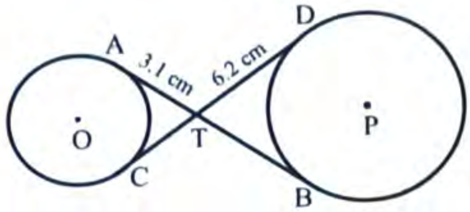
(ဃ)

(င)

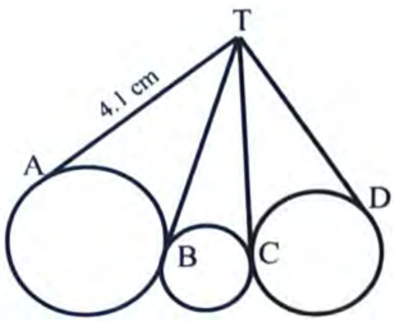
၃။ ပုံတွင် T သည် P အမှတ်ရှိ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းပေါ်တွင် ရှိသော အမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး TA နှင့် TB တို့သည် အမှတ် T မှ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုသို့ဆွဲထားသောဝန်းထိမျဉ်းများ အသီးသီးဖြစ်သည်။ TA = TB ဖြစ်ကြောင်း ပြပါ။



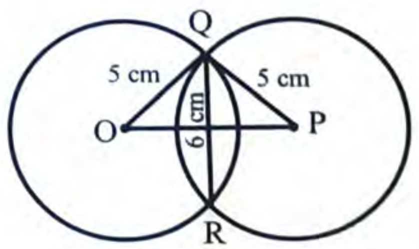
၄။ ပုံတွင် AB နှင့် CD တို့သည် အတွင်းဘုံဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။ TA = 3.1 cm နှင့် TD = 6.2 cm အသီးသီး ဖြစ်ကြလျှင် AB နှင့် CD တို့၏ အလျားများကိုရှာပါ။



၅။ ပုံတွင် TA, TB, TC နှင့် TD တို့သည်စက်ဝိုင်းများ၏ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းများဖြစ်ကြသည်။ TA = 4.1 cm ဖြစ်လျှင် TD ၏အလျားကိုရှာပါ။



၆။ အချင်းဝက် 5 cm စီရှိသော အရွယ်တူစက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့သည် Q နှင့် R တို့၌ ဖြတ်နေကြသည်။ O နှင့် P တို့သည် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟိုများ ဖြစ်ကြသည်။ ဘုံလေးကြိုး QR သည် 6 cm ရှိလျှင် ဗဟိုနှစ်ခုအကွာအဝေးကိုရှာပါ။



၃.၇ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ဒီဂရီတိုင်းတာခြင်း

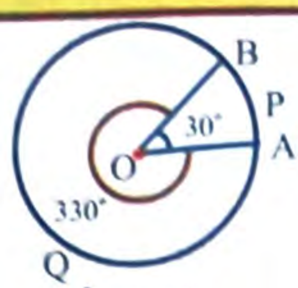
အဝန်းပိုင်းများ၏ပမာဏများ တစ်နည်းအားဖြင့် အလျားများကိုတိုင်းတာရာတွင် မလွယ်ကူပေ။ ပထမအနေဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ အလျားဆိုသည်မှာ အဘယ်နည်း။ ယင်းသည် ဖြေဆိုရန်ခက်ခဲသော မေးခွန်းဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းပုံအဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏အလျားကို အချို့သောနည်းလမ်းဖြင့် တိုင်းတာနိုင်သည်ဟု ယူဆမည်။ ဥပမာအားဖြင့် ကြိုးတစ်ချောင်းကို အဖျားစွန်းတစ်ခုမှစ၍ အဝန်းပိုင်းတစ်လျှောက်တွင်ချထားပြီးနောက် ကြိုးအလျားကိုတိုင်းယူခြင်းဖြင့် အဝန်းပိုင်း၏အလျားကို ရရှိနိုင်သည်။ ဤသို့ တိုင်းတာခြင်းမျိုးသည် အဝန်းပိုင်းအလျားကို အကြမ်းအားဖြင့် တိုင်းတာခြင်းမျှသာ ဖြစ်သည်။ တိကျသော တိုင်းတာမှုမျိုး မဟုတ်ပေ။ စက်ဝိုင်းတစ်ခု သို့မဟုတ် တူညီသောစက်ဝိုင်းများ၏အဝန်းပိုင်းအလျားများ တိုင်းတာမှုအတွက် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာကို ယခုကဲ့သို့ သတ်မှတ်မည်။

အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာဆိုသည်မှာ ထိုအဝန်းပိုင်း၏ ဗဟိုဌ်ခံဆောင် လားသောထောင့်၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာ ဖြစ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် ပုံ ၃. ၁၉ မှ

အဝန်းပိုင်း APB ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ = 30°

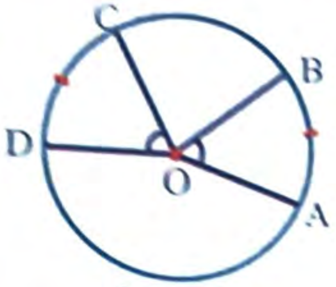
အဝန်းပိုင်း AQB ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ = 330°



ပုံ ၃.၁၉

၃.၈ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာအတွက်ဂုဏ်သတ္တိများ

(၁)

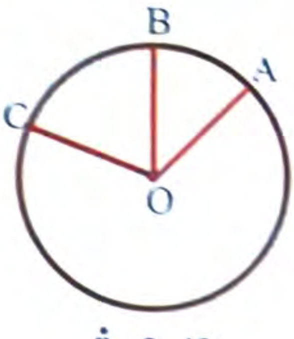


ပုံ ၃.၂၀

ပုံ ၃. ၂၀ တွင် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းပေါ်၌ ထပ်တူညီနေသည့်အဝန်းပိုင်း AB နှင့် အဝန်းပိုင်း CD ကိုယူပါ။ ထပ်တူညီခြင်းသဘောအရ အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုသည် အရွယ်တူကြပြီးတစ်ခုနှင့်တစ်ခု ထပ်ကြည့်လျှင် တစ်ထပ်တည်းကျနေမည်။ အဝန်းပိုင်း CD ကို C နှင့် A တစ်ထပ်တည်းကျသည်အထိ O ၌လှည့်ပါ။ OC သည် OA နှင့် လည်းကောင်း၊ OD သည် OB နှင့်လည်းကောင်း တစ်ထပ်တည်းကျလာကြောင်းတွေ့ရပြီး $\angle AOB = \angle COD$ ဖြစ်လာသည်။ ထို့ကြောင့် အဝန်းပိုင်း AB နှင့် အဝန်းပိုင်း CD တို့တွင် တူညီသော ဒီဂရီ အတိုင်းအတာများရှိသည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါအတိုင်း ကောက်ချက်ချနိုင်သည်။

စက်ဝိုင်းတစ်ခုတည်းတွင်ဖြစ်စေ၊ အရွယ်တူစက်ဝိုင်းနှစ်ခုတွင်ဖြစ်စေ ထပ်တူညီနေသည့်အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုတို့သည် တူညီသော ဒီဂရီအတိုင်းအတာများ ရှိကြသည်။

(၂)



ပုံ ၃.၂၁

အဝန်းပိုင်း AB နှင့် အဝန်းပိုင်း BC တို့သည် ပုံ ၃. ၂၁ တွင် ပြထားသကဲ့သို့ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ တစ်ဆက်တည်း ဖြစ်နေသော အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဖြစ်သည်။ အဝန်းပိုင်း AB နှင့် အဝန်းပိုင်း BC တို့ ပေါင်းစပ်လျှင် အဝန်းပိုင်း $\overset{\frown}{AC}$ ဖြစ်သည်။

အဝန်းပိုင်း AC ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာ	=	အဝန်းပိုင်း AB ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာ	+	အဝန်းပိုင်း BC ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာ

(၃) ပေးထားသော အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် x ဖြစ်လျှင် ထိုအဝန်းပိုင်း အလျား၏နှစ်ဆ၊ သုံးဆ အစရှိသော အဝန်းပိုင်းတို့၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာများသည်လည်း 2x, 3x စသည်ဖြင့်ရှိမည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် ပေးထားသောအဝန်းပိုင်းအလျား၏အဆ " n " ရှိသောအဝန်းပိုင်း၏ ဒီဂရီ အတိုင်းအတာသည် "nx" ဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိကို ရရှိသည်။

စက်ဝိုင်းတစ်ခု သို့မဟုတ် အရွယ်တူစက်ဝိုင်းနှစ်ခုပေါ်ရှိ အဝန်းပိုင်းများ၏ အလျားများသည် ယင်းတို့၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာများနှင့် တိုက်ရိုက်အချိုးတူကျနေသည်။

အကယ်၍ AB နှင့် CD တို့သည် O ဗဟိုရှိသော စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပိုင်းများဖြစ်လျှင်

$$\frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား}}{\text{အဝန်းပိုင်း CD ၏ အလျား}} = \frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာ}}{\text{အဝန်းပိုင်း CD ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာ}}$$

$$\therefore \frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား}}{\text{အဝန်းပိုင်း CD ၏ အလျား}} = \frac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် COD}} \qquad (1)$$

စက်ဝိုင်းတစ်ခုလုံး၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်သည် 360° ရှိသည်။ အထက်ပါဆက်သွယ်ချက် (၁) တွင် အဝန်းပိုင်း CD ၏အလျားအစား စက်ဝိုင်း၏အဝန်း သို့မဟုတ် စက်ဝန်း (circumference) တစ်ခုလုံးဖြင့်အစားထိုးလျှင် အောက်ပါအတိုင်း ရရှိမည်။

$$\frac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား}}{\text{စက်ဝန်း}} = \frac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{360^\circ}$$

$$\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား} = \frac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{360^\circ} \times \text{စက်ဝန်း} \qquad (2)$$

ဥပမာအားဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် 15° နှင့် စက်ဝန်းသည် 96 cm ဖြစ်ပါက

$$\text{အဝန်းပိုင်း ၏ အလျား} = \frac{15^\circ}{360^\circ} \times \text{စက်ဝန်း}$$

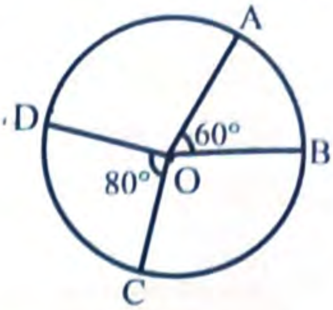
$$= \frac{15^\circ}{360^\circ} \times 96 = 4 \text{ cm} \quad \text{ဖြစ်သည်။}$$

ပုံစံတွက် ။ ပေးထားသောပုံကိုအသုံးပြုပြီး အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။

(က) အဝန်းပိုင်းကြီး ACB ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ

(ခ) အဝန်းပိုင်း AB ၏အလျား : အဝန်းပိုင်း CD ၏အလျား

(ဂ) အကယ်၍ စက်ဝန်းသည် 12 cm ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျားကို ရှာပါ။



(က) အဝန်းပိုင်းကြီး ACB ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ = $360^\circ -$ အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ

$= 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$

(ခ) $\dfrac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏ အလျား}}{\text{အဝန်းပိုင်း CD ၏ အလျား}} = \dfrac{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် AOB}}{\text{ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် COD}}$

$= \dfrac{60^\circ}{80^\circ} = \dfrac{3}{4}$

(ဂ) အကယ်၍ စက်ဝန်းသည် 12 cm ဖြစ်လျှင်

အဝန်းပိုင်း AB ၏အလျား = $\dfrac{\text{အဝန်းပိုင်း AB ၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာ}}{360^\circ} \times$ စက်ဝန်း

$= \dfrac{60^\circ}{360^\circ} \times 12 = 2 \text{ cm}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၃

၁။ ဗဟို O ရှိသောစက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် AOC နှင့် BOD တို့သည် အချင်းချင်းထောင့်မတ်ကျနေသောအချင်းများ ဖြစ်ကြသည်။ အဝန်းပိုင်းငယ် AB၊ အဝန်းပိုင်းကြီး AB၊ အဝန်းပိုင်း ABC နှင့် အဝန်းပိုင်း ADB တို့၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။

၂။ သုံးနားညီတြိဂံ ABC ၏ ထောင့်ပတ်စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အဝန်းပိုင်းကြီး BC နှင့် အဝန်းပိုင်းငယ် BC တို့၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာများကို ရှာပါ။

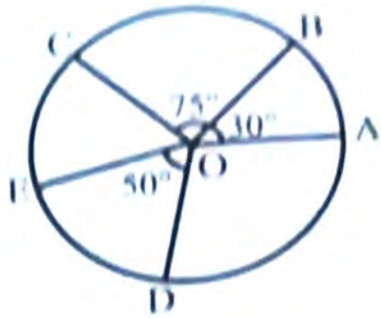
၃။ P နှင့် Q တို့သည် စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်များဖြစ်ကြသည်။ အကယ်၍

(က) အဝန်းပိုင်းကြီး၏အလျား = အဝန်းပိုင်းငယ်အလျား၏ 4 ဆ

(ခ) အဝန်းပိုင်းကြီး၏အလျား = အဝန်းပိုင်းငယ်အလျား၏ 5 ဆ

ရှိလျှင် အဝန်းပိုင်းကြီး PQ နှင့် အဝန်းပိုင်းငယ် PQ တို့၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာများကိုရှာပါ။

၄။ ပေးထားသောပုံမှ အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။



(က) အဝန်းပိုင်းငယ် AC ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ

(ခ) အဝန်းပိုင်းကြီး ADC ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ

(ဂ) အဝန်းပိုင်းကြီး ADB ၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာ

(ဃ) အဝန်းပိုင်းငယ် AB နှင့် အဝန်းပိုင်းငယ် DE တို့၏ဒီဂရီအတိုင်းအတာများပေါင်းလဒ်

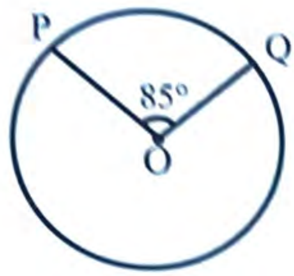
(င) အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏အလျား : အဝန်းပိုင်းငယ် DE ၏အလျား

(စ) အဝန်းပိုင်းကြီး ADC ၏အလျား : အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏အလျား

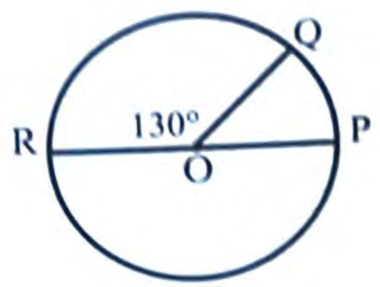
(ဆ) အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏အလျား : စက်ဝန်း

၅။ ပေးထားသောပုံများတွင် စက်ဝန်းသည် 72 cm ဖြစ်လျှင် အဝန်းပိုင်း PQ ၏အလျားကို ရှာပါ။

(က)



(ခ)



အခန်း ၄ ပမာဏသင်္ချာ

အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာသည် ထိုအဝန်းပိုင်းမှ စက်ဝိုင်းဗဟိုတွင် ခံဆောင်ထားသောထောင့်၏ ဒီဂရီအတိုင်းအတာဖြစ်သည်ကို ယခင်ကသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု သင်ခန်းစာတွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အဝန်းအလျား (စက်ဝန်း) ရှာသောပုံသေနည်းကို လက်တွေ့ပြုလုပ်၍ ထုတ်ဖော်မည်။ ထို့ပြင် အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏အလျား၊ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာနှင့် စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခု၏ဧရိယာ ရှာသောပုံသေနည်းအသီးသီးကိုလည်း ထုတ်ဖော်မည်။ စက်ဝိုင်းပုံ တိုင်းတာမှုအတွက် အရေးပါသောကိန်းဖြစ်သည့် ပိုင် (pi) "π" အကြောင်းလည်း လေ့လာမည်။

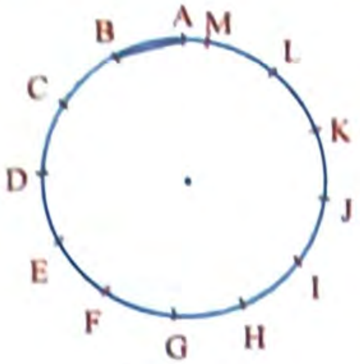
ဤသင်ခန်းစာကို လေ့လာသင်ယူခြင်းဖြင့် စက်ဝိုင်းပုံမျဉ်းကွေးတို့၏အလျား၊ စက်ဝိုင်းနှင့် စက်ဝိုင်းစိတ်တို့၏ဧရိယာများ၊ ဆလင်ဒါပုံသဏ္ဌာန်ရှိ အရာဝတ္ထုတို့၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာနှင့် ထုထည်များစသည်တို့ကိုရှာသော ပုံသေနည်းများကို သိရှိပြီး ထိုပုံသေနည်းများကို အသုံးပြု၍ ရှာလိုသော အရာဝတ္ထုများ၏ အတိုင်းအတာများကို အလွယ်တကူရှာနိုင်မည်။

၄.၁ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏စက်ဝန်း (Circumference) ကိုရှာခြင်း

အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏အလျားနှင့် စက်ဝန်းတို့၏အချိုးသည် ယင်းတို့၏ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်များနှင့် အချိုးညီသည်ဟု သတ်မှတ်ခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခုအခါ တိုင်းတာရန်မလွယ်ကူသောစက်ဝန်း အလျားကို ရှာသည့်ပုံသေနည်းကို လက်တွေ့များပြုလုပ်၍ရှာဖွေမည်။ လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်များမှ ရရှိလာသည့် အချက်အလက်များကိုရေးသွင်းရန် အောက်ပါခေါင်းစဉ်များပါဝင်သည့် ဇယားတစ်ခု ကို အဆင်သင့် ရေးဆွဲထားပါ။ လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်တစ်ခုကို အနည်းဆုံး စမ်းသပ်ချက်နှစ်မျိုး လုပ်ဆောင်ရန်လိုသည်။

အချင်းဝက်	အချင်း	စက်ဝန်း	$\dfrac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (၁) ကွန်ပါကိုအသုံးပြု၍ရှာခြင်း



ပုံ ၄.၁

အချင်းဝက် 2 cm ရှိသောစက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ သင်၏ကွန်ပါကို 1 cm ဖွင့်၍ စက်ဝန်းပေါ်တွင်တူညီသောအပိုင်းများစိတ်ပိုင်းပြီး အပိုင်းများကို ရေတွက်ပါ။ နောက်ဆုံး 1 cm မပြည့်သောအပိုင်းကို သီးခြားတိုင်းယူပါ။ ပုံ ၄.၁ ကိုကြည့်ပါက အပိုင်းတစ်ပိုင်းစီတွင် 1 cm ရှိသော AB ကဲ့သို့သော မျဉ်းဖြောင့်အလျားသည် အဝန်းပိုင်း AB ၏အလျားအောက်ငယ်သည်ကိုတွေ့ရသည်။ သို့ဖြစ်၍ ဤတိုင်းတာမှုမျိုးသည် တိကျမှု မရှိနိုင်ပါ။ လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်(၁) ကို ပုံ ၄.၁ ၏ တိုင်းတာချက်များအရ အောက်ပါ နမူနာဇယားတွင် ဖြည့်စွက်ထားသည်။

အချင်းဝက်	အချင်း	စက်ဝန်း	$\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$
2 cm	4 cm	12.3 cm	$\frac{12.3}{4} = 3.075$

အချင်းဝက် 3 cm, 5 cm, 7 cm အသီးသီးရှိသော စက်ဝိုင်းများရေးဆွဲပြီး ရှေ့က အတိုင်း ကွန်ပါကို 1 cm ဖွင့်၍ စမ်းသပ်ချက်များကိုပြုလုပ်ကြည့်ပါ။ အချင်းဝက်ပမာဏ ကြီးနိုင်သမျှကြီးသော စက်ဝိုင်းကို ရေးဆွဲပြီး အထက်ပါနည်းလမ်းအတိုင်းရှာပါက စက်ဝန်းအလျား၏ အနီးစပ်ဆုံးတန်ဖိုး ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (၂) စက်ဝိုင်းကိုလှိမ့်၍ရှာခြင်း

ပုံ ၄.၂

ပုံ ၄.၃

ကတ်ထူပြားအဝိုင်းကဲ့သို့သော စက်ဝိုင်းပုံတစ်ခုကိုညီညာသော ပြင်ညီပေါ်တွင်ထောင်၍ ဖြောင့်တန်းစွာသွားအောင်လှိမ့်ပါ။ ပုံ ၄.၂ ကိုကြည့်ပါ။ တစ်ပတ်ပြည့်အောင် လှိမ့်ပြီးသောအခါ ရပ်ပါ။ မူလနေရာနှင့် နောက်ဆုံးရောက်ရှိသော နေရာတို့ကြား အကွာအဝေးကိုတိုင်းပါ။ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းကို ပုံ ၄.၃ တွင်ပြထားသည့်အတိုင်းရှာပါ။ စက်ဝိုင်းပုံပစ္စည်းနှစ်မျိုးဖြင့် စမ်းသပ်ချက်ကိုပြုလုပ်ပါ။ ရရှိသောအချက်များကို ဇယားတွင်ဖြည့်ပါ။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (၃) ကြိုးဖြင့်ရစ်ပတ်၍ရှာခြင်း

ပုံ ၄.၄

အခြေတွင် စက်ဝိုင်းပုံရှိသော နို့ဆီဘူး၊ အချိုရည်ဘူး၊ ရေပိုက်လုံးကဲ့သို့သော ကြိုက်ရာပစ္စည်းတစ်ခုခုကို ယူပါ။ ဆန့်မထွက်သော ကြိုးစတစ်စကို ယူပြီး အစတစ်ဖက်ကို လက်မဖြင့် ဖိထားပါ။ ကျန်လက်တစ်ဖက်ဖြင့် ကြိုးကို တင်းတင်းဆွဲ၍ ပစ္စည်းတွင် ရစ်ပတ်ပါ။ ပုံ ၄.၄ တွင်ကြည့်ပါ။ စပြီးရစ်ပတ်သောနေရာသို့ရောက်လျှင် တစ်ပတ်ဟု မှတ်ပြီး ကြိုးပတ်အရေအတွက် အတိအကျကို မိမိစိတ်ကြိုက် ရစ်ပတ်ပါ။ ထို့နောက် ပိုသောကြိုးအစကို ဖြတ်ပစ်ပြီး ရစ်ထားသောကြိုးကို ပြန်လည်ဖြေယူ၍ ကြိုး၏အလျားကိုတိုင်းပါ။ စက်ဝန်းတစ်ခုစာရရန် ကြိုးအလျားကို ရစ်ပတ်သော အကြိမ်အရေအတွက်ဖြင့်စားပါ။ စက်ဝိုင်းပုံ၏အချင်းကို ပုံ ၄.၃ တွင် ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်း ရှာပြီးဇယားတွင် ဖြည့်ပါ။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (၂) နှင့် (၃) တို့သည် တိကျသောစက်ဝန်းကို ရရှိစေသော်လည်း အလွန်ကြီးမားသော စက်ဝိုင်းပုံပစ္စည်းများအတွက် ဤစမ်းသပ်ချက်မျိုးပြုလုပ်ရန်မှာ မလွယ်ကူပေ။ ပတ်ဝန်းကျင်တွင် ဤစမ်းသပ်ချက်မျိုးပြုလုပ်ရန် မလွယ်ကူသော စက်ဝိုင်းပုံပစ္စည်းများကို သင်တွေ့ရှိပါသလား။

စက်ဝိုင်းပုံအားလုံးအတွက် $\dfrac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ ၏တန်ဖိုးများကိုကြည့်ရာ တန်ဖိုးအားလုံးသည် 3 ထက် အနည်းငယ်ကြီးကြောင်း တွေ့ရသည်။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် (၄) ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံအသုံးပြု၍ရှာခြင်း

(က)

ပုံ ၄.၅

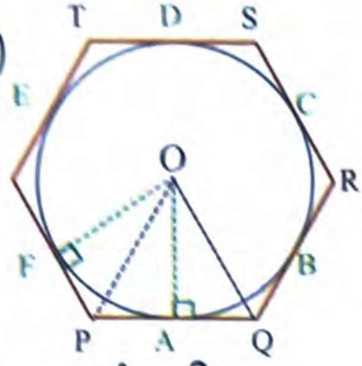
အချင်းဝက်တစ်ယူနစ်ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ ထိုအချင်းဝက်ဖြင့် စက်ဝန်းကို အပိုင်းများပိုင်းပါ။ အရွယ်တူအပိုင်း 6 ပိုင်းရမည်။ စက်ဝန်းနှင့်ဖြတ်သောအမှတ်ခြောက်ခုကို အစဉ်လိုက်မျဉ်းဖြောင့်များဖြင့် ဆက်ပါ။ ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံတစ်ခု ရမည်။ ထို့နောက် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများကိုဆွဲပါ။ အနားတစ်ဖက်လျှင် တစ်ယူနစ်စီရှိသောသုံးနားညီတြိဂံခြောက်ခုရသည်။ ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံ၏ပတ်လည်အနားသည် 6 ယူနစ်၊ စက်ဝိုင်း၏အချင်းသည် 2 ယူနစ် ဖြစ်သဖြင့်

$$\frac{\text{ဉသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံ ၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{စက်ဝိုင်း ၏ အချင်း}} = \frac{6}{2} = 3$$

$\therefore$ ဥသုံညီဆဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား = 3 × စက်ဝိုင်း၏အချင်း -----(1)

ပုံ ၄.၅ အရ စက်ဝန်းသည် ဥသုံညီဆဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားထက်ကြီးသည်ကို တွေ့ရသည်။ ထို့ကြောင့် (1) အရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏သုံးဆထက်ကြီးသည်။

(ခ)



ပုံ ၄.၆

အချင်းဝက်တစ်ယူနစ်ရှိသော O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းတစ်ခု ဆွဲပါ။ ထိုအချင်းဝက်ဖြင့်ပင် စက်ဝန်းကို အပိုင်းများပိုင်းပါ။ အရွယ်တူ အပိုင်း 6 ပိုင်းရမည်။ အဝန်းပေါ်ရှိပိုင်းမှတ်များကို A, B, C, D, E, F ဟု အစဉ်လိုက်မှတ်ပါ။ ထိုအမှတ်တို့၌ အချင်းဝက်ကို ထောင့်မတ်ကျသော ဝန်းထိမျဉ်းများဆွဲပါ။ ဝန်းထိဥသုံညီဆဌဂံ PQRSTU ကိုရရှိမည်။ စက်ဝိုင်းသည် ဥသုံညီဆဌဂံ PQRSTU အတွင်းတွင် ကျရောက်နေသည်ကို တွေ့ရသည်။ ပုံ ၄.၆ ကို ကြည့်ပါ။ ယခုယင်းဆဌဂံ၏ ပတ်လည်အနားကိုရှာမည်။ O နှင့် P၊ O နှင့် Q တို့ကိုဆက်သောအခါ သုံးနားညီ ΔOPQ ကို ရရှိမည်။

OA $\perp$ PQ (အချင်းဝက် $\perp$ ဝန်းထိမျဉ်း) ဖြစ်သောကြောင့် ΔOPQ တွင် AP = AQ

AP = AQ = x ယူနစ်ထားပါ။ ထိုအခါ PQ = 2AP = 2x ယူနစ်ဖြစ်ပြီး

OP = OQ = PQ အရ OP = 2x ယူနစ် ဖြစ်သည်။

$\angle$မှန် ΔOAP တွင်

$$OP^2 = OA^2 + AP^2 \text{ (ပိုက်သာဂိုရပ်သီအိုရမ်)}$$

$$(2x)^2 = 1^2 + x^2$$

$$4x^2 = 1 + x^2$$

$$3x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0.58 \text{ (ဒသမ 2 နေရာအထိ)}$$

$$\therefore PQ = 2x = 2 \times 0.58 = 1.16 \text{ ယူနစ်}$$

$\therefore$ဥသုံညီဆဌဂံ PQRSTU ၏ပတ်လည်အနား = 6PQ = 6 × 1.16 =6.96 ယူနစ်

$$\frac{\text{ဥသုံညီဆဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား}}{\text{စက်ဝိုင်း၏အချင်း}} = \frac{6.96}{2} = 3.48 \text{ ယူနစ်}$$

ဥသဘ်ုညီဆဋ္ဌဂံ၏ ပတ်လည်အနား = 3.48 × စက်ဝိုင်း၏အချင်း -----(2)

ပုံ ၄.၆ အရ စက်ဝန်းသည် ဝန်းထိဥသဘ်ုညီဆဋ္ဌဂံ PQRSTU ၏ ပတ်လည်အနားအောက် ငယ်သည်။ ထို့ကြောင့် (2) အရ စက်ဝန်းသည် အချင်း၏ 3.48 ဆအောက်ငယ်သည်။

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက် 4 (က) နှင့် (ခ) အရ

အချင်း၏ 3 ဆ < စက်ဝန်း < အချင်း၏ 3.48 ဆ

၄.၂ π ၏တန်ဖိုး

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်များမှ ရရှိလာသော တန်ဖိုးများအရ စက်ဝိုင်းအားလုံးအတွက် $\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}}$ သည် တူညီနေကြောင်းတွေ့ရသည်။ ထိုတန်ဖိုးကို ဂရိအက္ခရာ "π" (pi) ဖြင့်ဖော်ပြပြီး ပိုင် ဟုဖတ်သည်။ ဂရိသင်္ချာပညာရှင် အာခိမိဒိ (Archimedes, 270-212 BC) သည် 48 နား ရှိသော စက်ဝိုင်းတွင်းကျ ဥသဘ်ုညီဗဟုဂံကို ဆွဲ၍လည်းကောင်း၊ 48 နားရှိ ဝန်းထိဥသဘ်ုညီ ဗဟုဂံကို ဆွဲ၍လည်းကောင်း တွက်ချက်ခဲ့သည်။ ထိုတွက်ချက်မှုများအရ π ၏တန်ဖိုးသည် $3\frac{10}{71}$ ထက်အနည်းငယ်ကြီးကြောင်း အာခိမိဒိက တွေ့ရှိခဲ့သည်။ ထို့ကြောင့် π သင်္ကေတကို **အာခိမိဒိကိန်းသေ** ဟုလည်းခေါ်သည်။

16 ရာစုတွင် သင်္ချာပညာရှင် ဗီရက်တာ (Vieta, 1540-1603 AD) က အာခိမိဒိနည်း အတိုင်းအနားပေါင်း 393216 နားပါရှိသော ဥသဘ်ုညီဗဟုဂံကို အသုံးပြု၍ π ၏ တန်ဖိုးကို ရှာဖွေခဲ့ရာ π သည် 3.1415926537 နီးပါးရှိကြောင်း တွေ့ရှိခဲ့သည်။ 1961 ခုနှစ်တွင် ကွန်ပျူတာဖြင့် π ၏တန်ဖိုးကို တွက်ချက်ခဲ့ရာ ဒသမတစ်သိန်းနှစ်ရာခြောက်ဆယ့်ငါးနေရာအထိ ရရှိခဲ့သည်။ π ကို ဒသမကိန်းဖြင့် ဖော်ပြရာတွင် အဆုံးရှိဒသမကိန်းမဖြစ်သကဲ့သို့ ပြန်ထပ် ဒသမကိန်းလည်း မဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပြီးဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် π သည် ရာရှင်နယ်ကိန်း တစ်ခု မဟုတ်ပါ။ ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် π ကို 3.141 နှင့် 3.142 ကြားတွင် ဖော်ပြသည်။

$\frac{22}{7}$ ကို ဒသမကိန်းဖြင့်ဖော်ပြပါက 3.142857... ဖြစ်၍ π နှင့်ယှဉ်ကြည့်လျှင် အရာ ရောက်ဂဏန်း 3 လုံးသာတူကြောင်း တွေ့ရသည်။

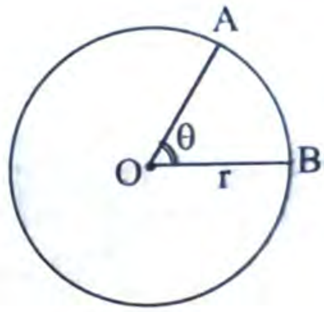
၄.၂.၁ စက်ဝန်းပုံသေနည်း

လက်တွေ့ပြုလုပ်ချက်များအရ $\frac{\text{စက်ဝန်း}}{\text{အချင်း}} = \pi$ ဖြစ်သည်။ အကယ်၍ အလျားကို ယူနစ်တူများဖြင့် တိုင်းတာရာတွင် c သည် စက်ဝန်း၊ d သည် အချင်းနှင့် r သည် အချင်းဝက်ဖြစ်လျှင် $\frac{c}{d} = \pi$ ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် စက်ဝန်းကိုရှာသော အောက်ပါပုံသေနည်းကို ရရှိသည်။

$$c = \pi d = 2\pi r$$

၄.၃ အဝန်းပိုင်းတစ်ခု၏အလျားကိုရှာခြင်း

O ဗဟိုရှိပြီးအချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် AB သည် အဝန်းပိုင်းငယ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး ယင်း၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်သည် θ° ဖြစ်ပါစေ။



ပုံ ၄.၇

$$\frac{\text{အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏အလျား}}{\text{စက်ဝန်း}} = \frac{\theta^\circ}{360^\circ}$$

$$\text{အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏ အလျား} = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \text{စက်ဝန်း}$$

$$\therefore \text{အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏ အလျား} = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$$

ပုံစံတွက် ၁။ အချင်း 20 cm ရှိသောဘီးတစ်ခု၏စက်ဝန်းကိုရှာပါ။ ($\pi = 3.14$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

အချင်း = d = 20 cm ကို $c = \pi d$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$c = 3.14 \times 20 = 62.8 \text{ cm}$$

ထို့ကြောင့် စက်ဝန်းသည် 62.8 cm ဖြစ်ပါသည်။

ပုံစံတွက် ၂။ မော်တော်ကားတစ်စီးမှ ဘီးတစ်ခု၏အချင်းဝက်သည် 28 cm ဖြစ်သည်။ ထိုမော်တော်ကားသည် 440 m ခရီးကိုသွားပါက မော်တော်ကားဘီးသည် ဘီးပတ်ပေါင်း မည်မျှလည်ရမည်နည်း။ ($\pi = \frac{22}{7}$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

အချင်းဝက် = r = 28 cm ကို $c = 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 28 = 176 \text{ cm}$$

∴ ဘီးတစ်ပတ်အပြည့်လည်ရာတွင် ရောက်ရှိသောခရီး = 176 cm

ကားဘီးစုစုပေါင်းသွားသောခရီး = 440 m = 44000 cm

$$\text{လည်ရသော ဘီးပတ်အရေအတွက်} = \frac{44000}{176} = 250$$

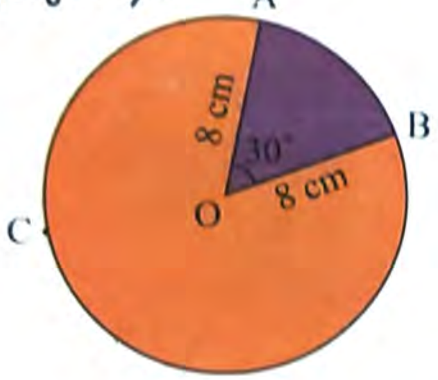
ပုံစံတွက် ၃။ စက်ဝိုင်းပုံရေကန်တစ်ကန်၏ စက်ဝန်းသည် 66 m ဖြစ်လျှင် ထိုရေကန်၏အချင်းဝက်ကို ရှာပါ။ ($\pi = \frac{22}{7}$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

$c = 66$ m ကို $c = 2\pi r$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$66 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$r = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ m}$$

ပုံစံတွက် ၄။



ဗဟို O နှင့် အချင်းဝက် 8 cm ရှိသောစက်ဝိုင်းတွင် စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ဗဟိုခံဆောင်ထောင့်သည် 30° ဖြစ်သည်။ စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ ပတ်လည်အနားနှင့်အဝန်းပိုင်းကြီး ACB ၏အဝန်းအလျားတို့ကိုရှာပါ။ အဖြေကိုအရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးထိရှာပါ။ ($\pi = 3.14$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

$r = 8$ cm, $\theta = 30°$ ကိုအဝန်းပိုင်းအလျား $= \frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r$ တွင်အစားသွင်းသော်

အဝန်းပိုင်းငယ် AB ၏အလျား $= \frac{30°}{360°} \times 2 \times 3.14 \times 8 = 4.187$ cm

စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ပတ်လည်အနား = အဝန်းပိုင်းငယ် AB အလျား + OA + OB

$= 4.187 + 8 + 8$

$= 20.187 = 20.2$ cm

အဝန်းပိုင်းကြီး ACB ၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် $= 360° - 30° = 330°$

အဝန်းပိုင်းကြီး ACB ၏အလျား $= \frac{330°}{360°} \times 2 \times 3.14 \times 8$

$= 46.053 = 46.1$ cm

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၁

၁။ နာရီတစ်လုံး၏ မိနစ်လက်တံသည် 10 cm ရှည်သည်။ ထိုမိနစ်လက်တံသည်
(က) 45 မိနစ် (ခ) 12 နာရီ
အပြည့်လည်ပတ်ပြီးသောအခါ ထိုမိနစ်လက်တံထိပ်ဖျားသည် ခရီးမည်မျှသွားခဲ့သနည်း။

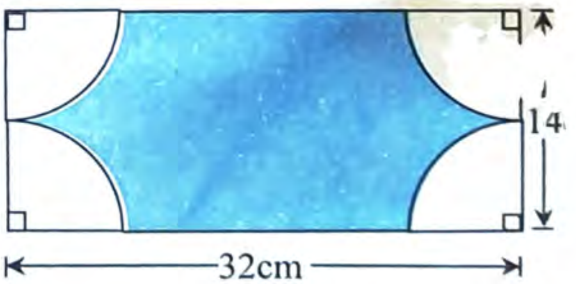
၂။ လေယာဉ်ပုံစံငယ်တစ်ခုသည် 20 m အချင်းဝက်ရှိ စက်ဝိုင်းပုံလမ်းကြောင်းတစ်ခုအတိုင်း ပျံဝဲနေ၏။ ထိုလေယာဉ်ငယ် တစ်ပတ်ပျံဝဲလျှင် ခရီးမည်မျှရောက်မည်နည်း။

၃။ မော်တော်ကားဘီး အချင်းသည် 42 စင်တီမီတာ ဖြစ်သည်။
(က) ထိုကားဘီး၏အဝန်းကိုရှာပါ။
(ခ) ထိုကားဘီးသည် အပတ်ပေါင်း 50 လည်ပတ်လျှင် မော်တော်ကားသည် ခရီးမီတာမည်မျှ ရောက်ရှိမည်နည်း။

၄။ အောက်ပါအဝန်းပိုင်းတို့၏ အလျားများကို ရှာပါ။
(က) အချင်းဝက် 7 cm ၊ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် 120°
(ခ) အချင်း 10 cm ၊ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် 60°
(ဂ) အချင်း 35 cm ၊ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် 36°
(ဃ) အချင်းဝက် 10.5 m ၊ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် 45°

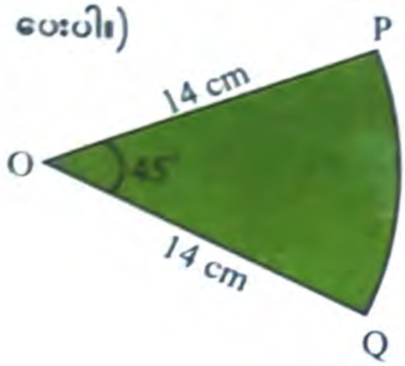
၅။ အပြေးပြိုင်ပွဲအတွက် 400 မီတာရှည်သော စက်ဝိုင်းပုံပြေးလမ်းတစ်ခုကို ပြုလုပ်လိုပါက အချင်းဝက်မည်မျှထား၍ ပြုလုပ်ရမည်နည်း။ အဖြေကို အရာရောက်ဂဏန်း 3 လုံးအထိ အမှန်ယူပါ။

၆။ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း ထောင့်မှန်စတုဂံပုံသတ္တုပြားတစ်ချပ်၏ ထောင့်စွန်းများတွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏လေးပုံတစ်ပုံအပိုင်းများကို ဖြတ်လိုက်လျှင် ကျန်ရှိသောအပိုင်း၏ ပတ်လည်အနားကိုရှာပါ။

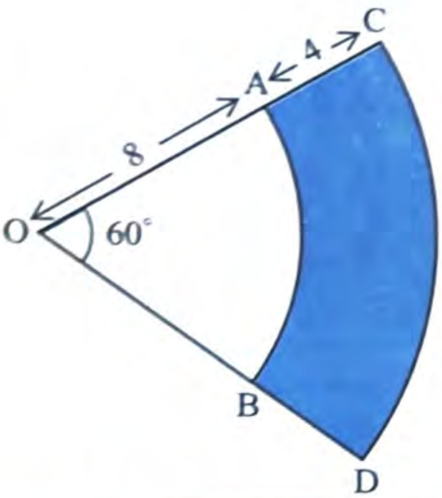


၇။ မော်တော်ကားတစ်စီးသည် 660 မီတာခရီးကို သွားသောအခါ ထိုကား၏ဘီးသည် အပတ်ပေါင်း 500 လည်ရ၏။
(က) ထိုကားဘီး၏ အဝန်းကိုရှာပါ။
(ခ) ထိုကားဘီး၏ အချင်းဝက်ကို စင်တီမီတာဖြင့်ရှာပါ။

လူတစ်ဦးသည် 800 km ရှိသော ကမ္ဘာမျက်နှာပြင်အကွာအဝေးကို တိုင်းတာရာတွင် ယင်းအကွာအဝေးသည် ကမ္ဘာ့စက်ဝန်း၏ $\frac{1}{50}$ ရှိသည်ဟု ခန့်မှန်းခဲ့သည်။ ထိုသို့ဆိုလျှင် ကမ္ဘာ၏ အချင်းဝက်သည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။ (အဖြေကို အရာရောက်ဂဏန်း 2 လုံးဖြင့် ပေးပါ။)

၉။ 

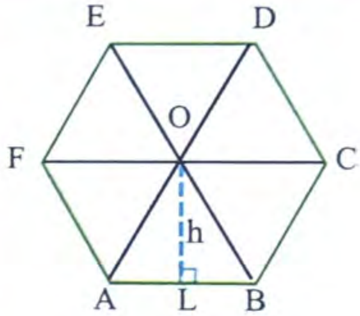
O ဗဟိုရှိပြီး အချင်းဝက် 14 cm နှင့် ဗဟိုခံဆောင့်ထောင့် $\angle POQ = 45^\circ$ ရှိသော စက်ဝိုင်းစိတ် POQ ၏ပုံဖြစ်သည်။ ထိုပုံ၏ ပတ်လည်အနားကို ရှာပါ။ ($\pi = \frac{22}{7}$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

၁၀။ 

ပေးထားသောပုံတွင် AB နှင့် CD တို့သည် အချင်းဝက် 8 cm နှင့် 12 cm အသီးသီးရှိသော ဗဟိုတူစက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ အဝန်းပိုင်းများ ဖြစ်ကြသည်။ ဆေးရောင်ခြယ်ထားသောအပိုင်း၏ ပတ်လည်အနားကိုရှာပါ။ ($\pi = 3.14$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

၄.၄ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း

စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုမရှာမီ ဥသုံ့ညီဗဟုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ဦးစွာရှာမည်။ ဥသုံ့ညီဗဟုဂံအတွင်းရှိ အမှတ်တစ်ခုသည် ထောင့်စွန်းတိုင်းမှ တူညီစွာကွာဝေးလျှင် ထိုအမှတ်ကို **ဥသုံ့ညီဗဟုဂံ၏ ဗဟို**ဟုခေါ်သည်။ ဗဟိုမှဥသုံ့ညီဗဟုဂံ၏အနားများပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းများဆွဲလျှင် ထိုထောင့်မတ်မျဉ်းတို့၏ အလျားများတူညီကြသည်။ ထိုကဲ့သို့သော ထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဥသုံ့ညီဗဟုဂံ၏ **ဗဟိုမှထောင့်မတ်မျဉ်း** (apothem) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၄.၈

ပုံ ၄.၈ တွင် ABCDEF သည် ဥသုံ့ညီဆဋ္ဌဂံတစ်ခု ဖြစ်ပြီး၊ O သည် ဆဋ္ဌဂံ၏ ဗဟိုဖြစ်သည်။ O နှင့် A, B, C, D, E, F တို့ကိုဆက်ပါ။ ထိုအခါ ဥသုံ့ညီဗဟုဂံကို ထပ်တူညီတြိဂံ 6 ခုဖြင့် ပိုင်းဖြတ်ပြီးဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ဗဟုဂံ၏ဧရိယာသည် ထပ်တူညီတြိဂံတစ်ခုဧရိယာ၏ 6 ဆနှင့်ညီသည်။

$OL \perp AB$ ကိုဆွဲပါ။ $OL = h$ ဖြစ်ပါစေ။

ဗဟုဂံ၏ပတ်လည်အနား $= p$ ဖြစ်ပါစေ။ ထိုအခါ $p = 6AB$ ဖြစ်သည်။

ဗဟုဂံ၏ဧရိယာ $= 6 \times \Delta AOB$ ၏ဧရိယာ

$$= 6 \times \frac{1}{2} \times AB \times h$$

$$= \frac{1}{2} h \times 6AB$$

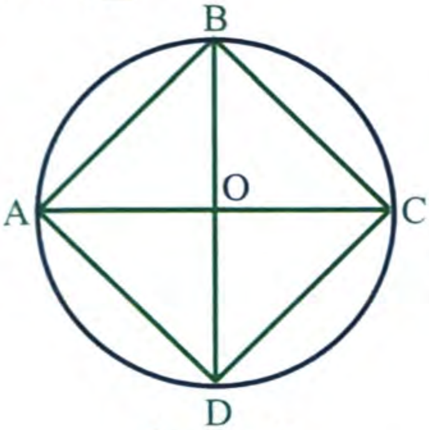
$$= \frac{1}{2} hp$$

ဥသုံညီဗဟုဂံ၏ဧရိယာကို ထိုပုံသေနည်းသုံး၍ ရှာနိုင်သည်။

ဥသုံညီဗဟုဂံ၏ဧရိယာ $= \frac{1}{2} \times$ ဗဟိုမှထောင့်မတ်မျဉ်း $\times$ ပတ်လည်အနား

ယခုစက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုရှာမည်။

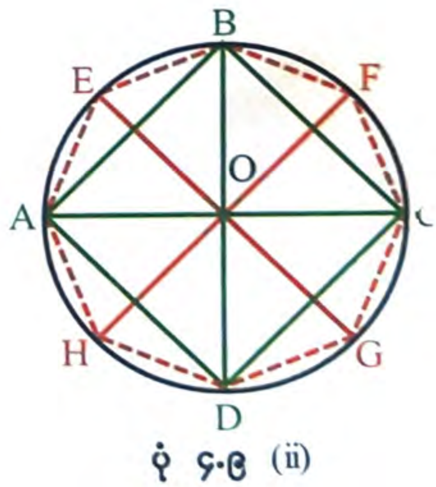
ပထမနည်း



ပုံ ၄.၉ (i)

O ဗဟိုရှိပြီး အချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ဆွဲပါ။ အချင်းချင်းထောင့်မတ်ကျနေသော အချင်းမျဉ်း AOC နှင့် BOD တို့ကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက် AB, BC, CD နှင့် DA တို့ကိုဆွဲပါ။ စက်ဝိုင်းတွင်းကျစတုရန်း ABCD ကိုရမည်။ ပုံ ၄.၉ (i) ကိုကြည့်ပါ။

$\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$ နှင့် $\angle DOA$ တို့၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများဆွဲရာ စက်ဝိုင်းကို E, F, G, H တို့၌အသီးသီးတွေ့ပါစေ။ A, E, B, F, C, G, D, H, A ကို အစဉ်လိုက် မျဉ်းဖြောင့်များဖြင့်ဆက်ပါ။ ဥသုံညီအဋ္ဌဂံ AEBFCGDH ကိုရမည်။ ပုံ ၄.၉ (ii) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ ၄.၉ (ii)

ပုံ ၄.၉ (iii)

ဆက်လက်၍ $\angle AOE$, $\angle EOB$, $\angle BOF$, $\angle FOC$, $\angle COG$, $\angle GOD$, $\angle DOH$ **နှင့်** $\angle HOA$ **တို့၏ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းများဆွဲရာ ပုံ ၄.၉ (iii) တွင်ပြထားသည့်အတိုင်း စက်ဝိုင်းကို I, J, K, L, M, N, P, Q တို့၌ အသီးသီး တွေ့ပါစေ။ ထို့နောက် A, I, E, J,...,Q, A တို့ကို မျဉ်းဖြောင့်များဖြင့် အစဉ်လိုက်ဆက်သွယ်လျှင် အနား 16 နားပါသောဥသုံ့ညီဗဟုဂံတစ်ခုရမည်။ ထိုပုံကို ထင်ရှားစွာ ဖော်ပြနိုင်ခြင်း မရှိ၍ ဆွဲသားထားခြင်း မရှိပါ။**

ထိုအနား 16 နားပါသော ဥသုံ့ညီဗဟုဂံသည် စက်ဝိုင်းနှင့် များစွာနီးကပ်လာကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။ ထိုဗဟုဂံ၏ ထောင့် 16 ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းများဆွဲခြင်းဖြင့် အနား 32 နားပါသော ဥသုံ့ညီဗဟုဂံတစ်ခုကို ရရှိမည်။ ထိုဗဟုဂံသည် ရှေ့ပိုင်းတွင်ရရှိထားသော ဗဟုဂံများထက် စက်ဝိုင်းနှင့်ပိုမိုနီးကပ်စွာရှိသည်။ အထက်ပါနည်းအတိုင်း 64, 128, 256,... အနားများပါသော ဥသုံ့ညီဗဟုဂံများကို ဆွဲသားခဲ့လျှင် အနားအရေအတွက် ပိုများလေလေ ယင်းတို့သည် စက်ဝိုင်းနှင့်ပိုမိုနီးကပ်လေဖြစ်ကြောင်း သိရှိရသည်။

အထက်ပါတွေ့ရှိချက်များအရ ဥသုံ့ညီဗဟုဂံ၏ အနားအရေအတွက် အကန့်အသတ်မရှိ များလာသောအခါ ထိုဗဟုဂံ၏ ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာတို့သည် စက်ဝိုင်း၏ ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာနီးပါးအသီးသီး တူညီလာကြောင်းတွေ့ရှိရသည်။ ထို့ပြင် တြိဂံများသည်ပို၍ပို၍သေးငယ်လာတာ ဥသုံ့ညီဗဟုဂံ၏ ဗဟိုမှထောင့်မတ်မျဉ်းများသည် စက်ဝိုင်း၏အချင်းဝက်နီးပါး ရှိလာကြောင်း တွေ့ရသည်။

ထိုတွေ့ရှိချက်များအရ ဗဟုဂံ၏အနားအရေအတွက် အကန့်အသတ်မရှိ များလာသောအခါ ဥသုံ့ညီဗဟုဂံ၏ဧရိယာကို စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာအဖြစ်သို့လည်းကောင်း၊ ဗဟုဂံ၏ပတ်လည်အနားကို စက်ဝိုင်း၏ပတ်လည်အနားအဖြစ်သို့လည်းကောင်း၊ ဗဟုဂံ၏ ဗဟိုမှထောင့်မတ်မျဉ်းကို စက်ဝိုင်း၏အချင်းဝက်အဖြစ်သို့လည်းကောင်း ပြောင်းလဲ၍ယူနိုင်သည်။ ထိုအခါ

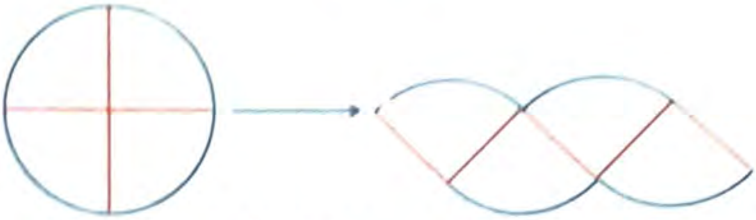
ဥသုံ့ညီဗဟုဂံ၏ဧရိယာ $= \frac{1}{2} \times$ ဗဟိုမှထောင့်မတ်မျဉ်း $\times$ ပတ်လည်အနား

စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာ $= \frac{1}{2} \times r \times 2\pi r$

$= \pi r^2$

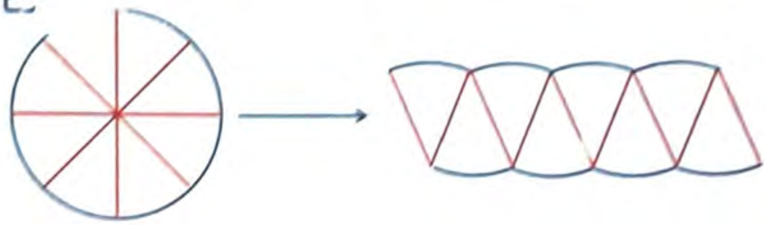
$$\textbf{စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာ} = \pi r^2$$

ဒုတိယနည်း



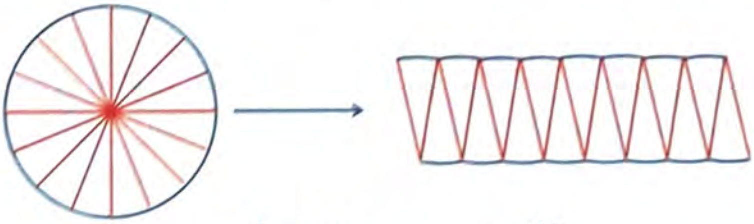
(i)　ပုံ ၄.၁၀　(ii)

စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို စက္ကူပေါ်တွင် ရေးဆွဲပြီး ပုံ ၄.၁၀ (i) တွင် ပြထားသကဲ့သို့ အရွယ်တူစက်ဝိုင်းစိတ်များပိုင်းပါ။ ထိုစက်ဝိုင်းစိတ်များကို ဖြတ်ယူပြီး ပုံ ၄.၁၀ (ii) မှာကဲ့သို့ တစ်ခုနှင့်တစ်ခုကပ်၍ဆက်ပါ။ မျဉ်းကွေးလေးခု၏ အလျားများပေါင်းခြင်းသည် မူလစက်ဝိုင်း၏ စက်ဝန်းနှင့်တူညီသည်။



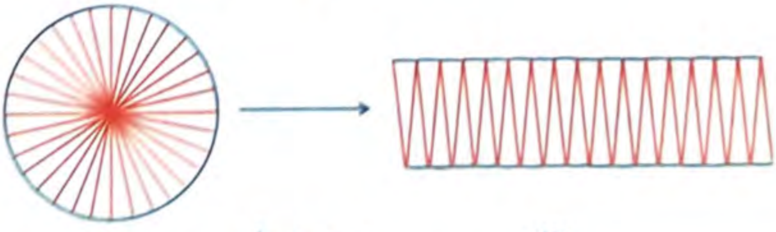
(i)　ပုံ ၄.၁၁　(ii)

စက်ဝိုင်းကို အရွယ်တူစက်ဝိုင်းစိတ် ရှစ်စိတ်ပိုင်းပြီး အထက်ပါအတိုင်း စက်ဝိုင်းစိတ်များကိုဖြတ်ယူပြီး ပုံ ၄.၁၁ (ii) မှာကဲ့သို့ ကပ်၍ဆက်ပါ။



(i)　ပုံ ၄.၁၂　(ii)

စက်ဝိုင်းကို အရွယ်တူစက်ဝိုင်းစိတ် 16 စိတ်ပိုင်းပြီး အထက်ပါအတိုင်း စက်ဝိုင်းစိတ်များကိုဖြတ်ယူပြီး ပုံ ၄.၁၂ (ii) မှာကဲ့သို့ ကပ်၍ဆက်ပါ။



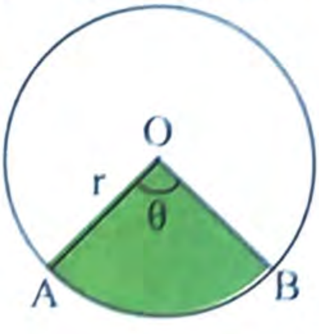
(i)　ပုံ ၄.၁၃　(ii)

တစ်ဖန် စက်ဝိုင်းကို အရွယ်တူစက်ဝိုင်းစိတ်ပေါင်း 32 စိတ်ပိုင်းပြီး ယခင်နည်းအတိုင်း စက်ဝိုင်းစိတ်များကို ဖြတ်ပြီးကပ်ဆက်ပါ။ ပုံ ၄.၁၃ (ii) ကိုကြည့်ခြင်းဖြင့် စက်ဝိုင်းစိတ် အရေအတွက် တိုးလာလေလေ ဆက်ထားသောပုံများသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ နီးပါးဖြစ်လာလေကို တွေ့ရသည်။ စက်ဝိုင်းစိတ်များကို 64, 128, 256,... စသည်ဖြင့် အရေအတွက် များနိုင်သမျှ များအောင်ပိုင်းသောအခါ စက်ဝိုင်းစိတ်များဆက်ထားသောပုံသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံနီးပါး ပြောင်းလဲသွားသည်ကိုတွေ့ရပြီး ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ဧရိယာနှင့် စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာတို့သည် တူညီလုနီးပါး ဖြစ်လာသည်။ ပုံ၏အပေါ်ပိုင်းနှင့် အောက်ပိုင်းတို့ပေါင်းခြင်းသည် စက်ဝန်းဖြစ်သည်။ အပေါ်ပိုင်းသည် စက်ဝန်းတစ်ဝက်ဖြစ်ပြီး ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျားနီးပါးနှင့် တူညီကာ စက်ဝိုင်း၏အချင်းဝက်သည် အနံနီးပါးနှင့် တူညီသည်။

အကယ်၍စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်သည် r ဖြစ်ပါက ပြောင်းလဲလာသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျားသည် πr ၊ အနံသည် r နှင့် ဧရိယာသည် πr^2 ဖြစ်သည်။ ထိုအခါ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာသည် πr^2 ဖြစ်သည်။

၄.၅ စက်ဝိုင်းစိတ်၏ဧရိယာရှာခြင်း

AOB သည် O ဗဟိုရှိပြီး အချင်းဝက် r ရှိသော စက်ဝိုင်း၏ စက်ဝိုင်းစိတ်တစ်ခု ဖြစ်သည်။ အဝန်းပိုင်း AB ၏ ဗဟိုခံဆောင်ထောင့် $\angle AOB = \theta^{\circ}$ ဖြစ်ပါစေ။



$$\frac{\text{စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ဧရိယာ}}{\text{စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာ}} = \frac{\theta^{\circ}}{360^{\circ}}$$

$$\text{စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ဧရိယာ} = \frac{\theta^{\circ}}{360^{\circ}} \times \text{စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာ}$$

$$\therefore \text{စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ဧရိယာ} = \frac{\theta^{\circ}}{360^{\circ}} \times \pi r^2$$

ပုံစံတွက် ၁။ အချင်း 7 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ဧရိယာကိုရှာပါ။($\pi = \frac{22}{7}$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

$d = 7$ cm

$r = \frac{7}{2}$ cm ကို $A = \pi r^2$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$A = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{77}{2} = 38.5 \text{ cm}^2$$

$\therefore$ ပေးရင်းစက်ဝိုင်း၏ဧရိယာ $= 38.5 \text{ cm}^2$

ပုံစံတွက် ၂။ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 154 m^2 ဖြစ်လျှင် ထိုစက်ဝိုင်း၏အချင်းကိုရှာပါ။

($\pi = \frac{22}{7}$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

$A = 154\ m^2$ ကို $A = \pi r^2$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$\pi r^2 = 154$$

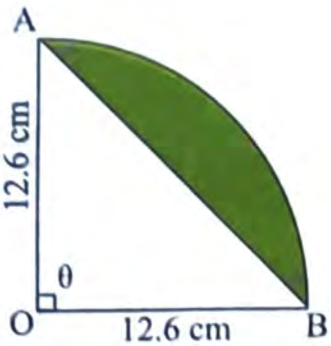
$$\frac{22}{7} r^2 = 154$$

$$r^2 = 49$$

$$r = 7\ m$$

$\therefore$ အချင်း $= 2r = 2 \times 7 = 14\ m$

ပုံစံတွက် ၃။ ဖော်ပြထားသောပုံသည် O ဗဟိုရှိပြီးအချင်းဝက် 12.6 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ပုံဖြစ်သည်။ အရောင်ခြယ်ထားသောအပိုင်း၏ဧရိယာကိုရှာပါ။ ($\pi = \frac{22}{7}$ ကိုအသုံးပြုပါ။)



$\theta = 90^\circ$, $r = 12.6$ cm ကိုစက်ဝိုင်းစိတ်ဧရိယာ $= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$ တွင်အစားသွင်းသော်

စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ဧရိယာ $= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 12.6 \times 12.6$

$= 124.74\ cm^2$

$\angle$မှန်ΔAOB ၏ဧရိယာ $= \frac{1}{2} \times$ အခြေ $\times$ အမြင့်

$= \frac{1}{2} \times 12.6 \times 12.6$

$= 79.38\ cm^2$

အရောင်ခြယ်ထားသောအပိုင်း၏ဧရိယာ

= စက်ဝိုင်းစိတ် AOB ၏ဧရိယာ − $\angle$မှန်ΔAOB ၏ဧရိယာ

$= 124.74 - 79.38 = 45.36\ cm^2$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၂

ဤလေ့ကျင့်ခန်းတွင် π ကို $\frac{22}{7}$ ဖြင့် အသုံးပြုပါ။

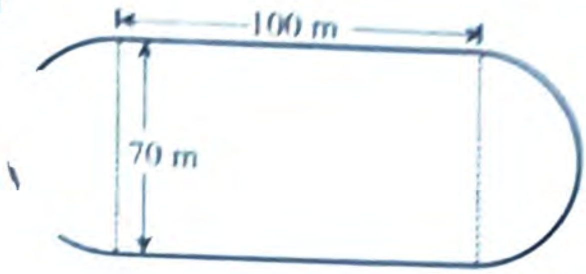
၁။ ပေး　　အချင်းဝက်များရှိသည့် စက်ဝိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကိုရှာပါ။

(က　　(ခ) 14 cm　　(ဂ) 10 cm　　(ဃ) 2 cm

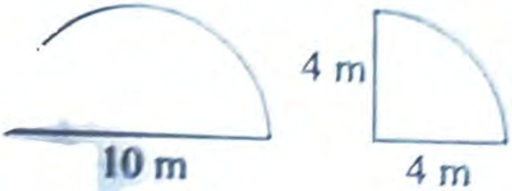
၂။ 　　သ 21 cm ရှိသော မှန်ပြားဝိုင်းတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

၃။ လ　ပတ်နာရီတစ်လုံး၏ မိနစ်လက်တံသည် 1 cm ရှည်သည်။ ထိုမိနစ်လက်တံ၏ 1 နာရီ အတွက် ဖြတ်သန်းသွားသော ဧရိယာသည် မည်မျှရှိမည်နည်း။

၄။



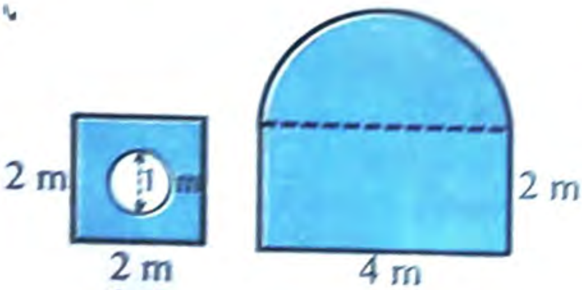
ပေးထားသောပုံသည် အပြေးပြိုင်ကွင်းတစ်ခုဖြစ်၍ အလယ်တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်ပြီး ထို၏ နှစ်ဖက်တွင် စက်ဝိုင်းခြမ်းပုံဖြစ်လျှင် စက်ဝိုင်းခြမ်းများ အပါအဝင် ကွင်း၏ပတ်လည်အနားနှင့် ထို အပြေးပြိုင်ကွင်း၏ ဧရိယာတို့ကိုရှာပါ။



(က)　　(ခ)

ပေးထားသောပုံတွင် ပုံ (က) သည် စက်ဝိုင်းခြမ်း တစ်ခုဖြစ်ပြီး ပုံ (ခ) သည် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးပုံ တစ်ပုံဖြစ်လျှင် ထိုပုံတို့၏ ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာများကိုရှာပါ။

၆။



(က)　　(ခ)

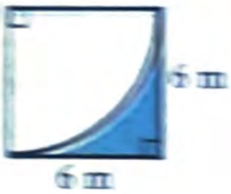
ပေးထားသောပုံ၌ ပုံ (က) တွင် အတွင်းစည်း သည် စက်ဝိုင်းပုံဖြစ်၍ အပြင်စည်းသည် စတုရန်း ပုံဖြစ်သည်။ ပုံ (ခ) တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် စက်ဝိုင်းခြမ်းကို ဆက်စပ်ထားသောပုံ ဖြစ်သည်။ ထိုပုံတို့မှ ခြယ်မှုန်းထားသောအပိုင်းတို့၏ ဧရိယာ များကိုရှာပါ။

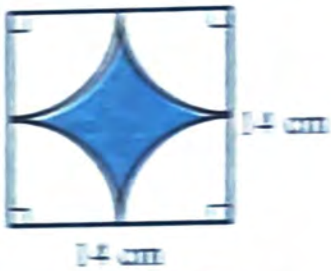
၇။ **စက်ဝိုင်းတို့၏** ဧရိယာများသည် (က) 341 cm^2 (ခ) 154 cm^2 (ဂ) 22 cm^2 (ဃ) 132 cm^2 အသီးသီးဖြစ်ကြလျှင် ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏ အချင်းဝက်များကိုရှာပါ။

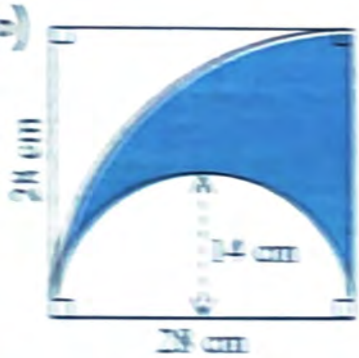
၈။ စတုရန်းပုံ မြက်ခင်းတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်သည် 6 m ရှိသည်။ ထိုမြက်ခင်း၏ အလယ် တွင်အချင်း 4 m ရှိသော စက်ဝိုင်းပုံပန်းခင်းတစ်ခုရှိလျှင် ထိုမြက်ခင်း၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

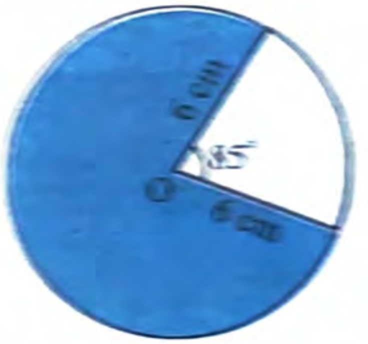
၉။ အလျား 360 cm ၊ အနံ 6 cm ရှိသော လေးထောင့်မှန်စတုဂံပုံ အလူမီနီယံပြား တစ်ပြားမှ အချင်း 6 cm ရှိသော ပုလင်းအဖုံးဝိုင်းများ ရနိုင်သလောက် ဖြတ်ယူသော် အပိုင်းပိုင်းစဉ်ရှု ရရှိ၍ အလူမီနီယံပြားဧရိယာ၏ မည်မျှကျန်သနည်း။

၁၀။ ပေးထားသောပုံများရှိ ခြယ်မှုန်းထားသော အပိုင်းတို့၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။

(က)


(ခ)


(ဂ)


(ဃ)


၁၁။ ဧရိယာ 13.86 cm² ရှိသော စက်ဝိုင်းပုံသဏ္ဌာန်ပြားတစ်ခု၏ စက်ဝန်းကို ရှာပါ။

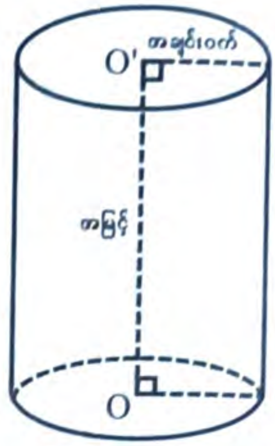
၁၂။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခု၏ အချင်းဝက်များအချိုးသည် 2 : 1 ဖြစ်လျှင် ထိုစက်ဝိုင်းတို့၏

(က) စက်ဝန်းများအချိုး (ခ) ဧရိယာများအချိုး တို့ကို ရှာပါ။

၁၃။ ပေးထားသောပုံသည် ယပ်တောင်တစ်ခုကို အပြည့် ဖြန့်ထားသောပုံ ဖြစ်သည်။ အရောင်ခြယ်ထားသော အပိုင်းကို စက္ကူဖြင့် ဖုံးအုပ်လိုလျှင် အသုံးပြုရမည့် စက္ကူဧရိယာကို ရှာပါ။

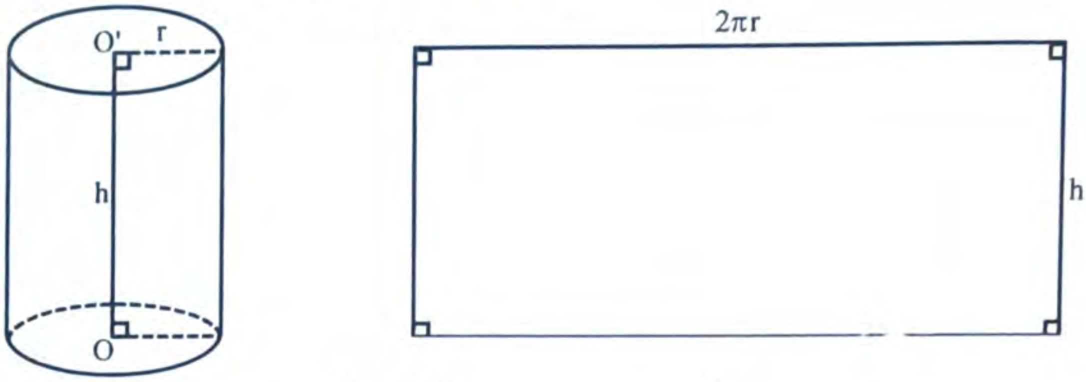
၄.၆ ဆလင်ဒါ (Cylinder)

ကျွန်ုပ်တို့၏ ပတ်ဝန်းကျင်၌ တိုင်လုံး၊ ရေပိုက်လုံး၊ လေထိုးတံ၊ နို့ဆီဘူးအစရှိသည့် အောက်ခြေစက်ဝိုင်းပုံရှိသော ဖုရှည်မှန်များကို တွေ့မြင်နိုင်သည်။ ယင်းတို့ကို **စက်ဝိုင်းဖုရှည်မှန်** (right circular cylinder) **အတိုအားဖြင့် ဆလင်ဒါ** (cylinder) ဟုခေါ်သည်။ ဆလင်ဒါ၏ ထိပ်ဝနှစ်ဖက်တို့သည် တူညီသော စက်ဝိုင်းပုံသဏ္ဌာန်များ ဖြစ်သည်။ ဘေးပတ်လည်မျက်နှာပြင်မှာ အခုံးဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ နို့ဆီဘူးကဲ့သို့ ဆလင်ဒါအပိတ်တစ်ခုတွင် စက်ဝိုင်းပုံပြင်ညီနှစ်ခုနှင့် မျက်နှာပြင်ခုံး ဟူ၍ မျက်နှာပြင် နှစ်မျိုးပါဝင်သည်။ စက်ဝိုင်းနှစ်ခုတို့၏ ဗဟိုများကို ဆက်သွယ်သောမျဉ်းသည် အောက်ခံအခြေပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျလျက်ရှိသည်ကိုတွေ့ရသည်။ ထိုဗဟိုနှစ်ခု၏အကွာအဝေးကို **ဆလင်ဒါ၏အမြင့်** ဟုခေါ်သည်။ ထိပ်ဝနှစ်ဖက်ရှိ စက်ဝိုင်း၏အချင်းဝက်ကို **ဆလင်ဒါ၏အချင်းဝက်** ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၄.၁၅

၄.၆.၁ ဆလင်ဒါ၏မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာရှာခြင်း



(i) ပုံ ၄.၁၆ (ii)

ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ မျက်နှာပြင်ခုံးကို ဖြန့်လိုက်ပါက ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။ ပုံ ၄.၁၆ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျားသည် ဆလင်ဒါထိပ်ဝ၏စက်ဝန်းဖြစ်ပြီး အနံသည် ဆလင်ဒါ၏အမြင့်ဖြစ်သည်။ သို့ဖြစ်၍

ဆလင်ဒါ၏ မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ = ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ဧရိယာ

= အလျား × အနံ

= စက်ဝန်း × ဆလင်ဒါ၏အမြင့် ဖြစ်သည်။

အကယ်၍ ဆလင်ဒါအချင်းဝက်သည် r၊ အမြင့်သည် h၊ မျက်နှာပြင်ခုံး၏ဧရိယာ A ကို ရှာသောပုံသေနည်းကို အောက်ပါအတိုင်းရရှိသည်။

ဆလင်ဒါ၏မျက်နှာပြင်ခုံးဧရိယာ $A = 2\pi rh$

၄.၆.၂ ဆလင်ဒါ၏ထုထည်ရှာခြင်း

ဒုရှည်မှန်၏ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့် ဟုသိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။

ဆလင်ဒါ၏ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

အကယ်၍ ဆလင်ဒါအောက်ခြေ၏အချင်းဝက်မှာ r ဖြစ်သော် အောက်ခြေစက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာသည် πr^2 ဖြစ်၏။ ထိုအခါ ဆလင်ဒါ၏ထုထည် V ကိုရှာသောပုံသေနည်းကို အောက်ပါ အတိုင်းရရှိသည်။

ဆလင်ဒါ၏ထုထည် = အောက်ခြေဧရိယာ × အမြင့်

$$V = \pi r^2 h$$

ပုံစံတွက် ၁။ ဆလင်ဒါတစ်ခု၏ အချင်းဝက်သည် 4 cm ရှိပြီး အမြင့်သည် 14 cm ရှိသော် ယင်း၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။ ($\pi = \frac{22}{7}$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

$r = 4\text{ cm}, \quad h = 14\text{ cm}$

$V = \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times 14 = 704\text{ cm}^3$

$\therefore$ ဆလင်ဒါ၏ထုထည် $= 704\text{ cm}^3$

ပုံစံတွက် ၂။ 1 km ရှည်သောဝိုင်ယာကြိုးခွေတစ်ခု၏ထိပ်ဝဖြတ်ပိုင်းပုံမှာ 3 mm အချင်းရှိသော် ထိုဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ အလေးချိန်ကိုရှာပါ။ ဝိုင်ယာကြိုး $1\text{ cm}^3 = 7.5\text{ g}$ ဖြစ်သည်။ ($\pi = 3.14$ ကိုအသုံးပြုပါ။)

ဝိုင်ယာကြိုးအရှည် $= 1\text{ km} = 1000\text{ m} = 100000\text{ cm}$

ဝိုင်ယာကြိုးအချင်းဝက် $= \frac{3}{2}\text{ mm} = 1.5\text{ mm} = 0.15\text{ cm}$

$r = 0.15\text{ cm}, h = 100000\text{ cm}$ ကို $V = \pi r^2 h$ တွင်အစားသွင်းသော်

ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏ထုထည် $= 3.14 \times 0.15 \times 0.15 \times 100000$

$= 7065\text{ cm}^3$

$\therefore$ ဝိုင်ယာကြိုးခွေ၏အလေးချိန် $= 7065 \times 7.5\text{ g} = 52987.5\text{ g}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၃

၁။ အောက်ပါတို့ကို ရှာပါ။

(က) အချင်း 7 cm နှင့်အမြင့် 20 cm ရှိသော ဆလင်ဒါ၏မျက်နှာပြင်စုံဧရိယာ

(ခ) အချင်း 7 cm နှင့်အမြင့် 20 cm ရှိသော ဆလင်ဒါ၏ထုထည်

(ဂ) အချင်းဝက် 4 mm နှင့်ထုထည် 704 mm^3 ရှိသော ဆလင်ဒါ၏အမြင့်

(ဃ) အမြင့် 5 m နှင့်မျက်နှာပြင်စုံဧရိယာ 1100 m^2 ရှိသော ဆလင်ဒါ၏အချင်းဝက်

(င) ထုထည် 924 cm^3 နှင့်အမြင့် 6 cm ရှိသော ဆလင်ဒါ၏အချင်း

၂။ ခေါက်ဆီထည့်သော ကန်ဘောင်သည် ဆလင်ဒါပုံဖြစ်ပြီး အချင်း 14 m နှင့် အမြင့် 5 m ဖြစ်လျှင် ထိုခေါက်ဆီလှောင်ကန်၏ မျက်နှာပြင်စုံဧရိယာနှင့် ထိပ်ဝဧရိယာတို့ကိုရှာပါ။

၃။ လမ်းကြိတ်စက်တစ်ခု၏ တလိမ့်တုံးသည် 2.1 m ကျယ်၍ အချင်းသည် 1.5 m ဖြစ်သည်။

(က) တလိမ့်တုံးတစ်ပတ်လျှင် (ခ) အပတ်ပေါင်း 50 လည်လျှင်

ဧရိယာမည်မျှကြိတ်သနည်း။

၄။ အချင်း 14 cm ဖြစ်၍ အမြင့် 30 cm ရှိသော နှစ်ဖက်ပိတ် ဆလင်ဒါတစ်ခုကို ဆေးသုတ်လိုသော် ဆေးသုတ်ရမည့် ဧရိယာကိုရှာပါ။

၅။ အချင်း 1.4 m နှင့် အနက် 10 m ရှိသော ရေတွင်းတစ်တွင်းကို တူးဖော်လိုပါက မြေကြီးထုထည်ပမာဏ မည်မျှတူးထုတ်ရမည်နည်း။

၆။ အချင်း 3 m ၊ အမြင့် 2.8 m ရှိသော တစ်ဖက်ပွင့် ဆလင်ဒါပုံ တိုင်ကီတစ်လုံး ပြုလုပ်ရန်အတွက် သံပြားဧရိယာ မည်မျှလိုမည်နည်း။ ထိုတိုင်ကီတွင် ရေအပြည့်ထည့်မည်ဆိုပါက ရေလီတာ မည်မျှဆံ့မည်နည်း။

၇။ အရည် 1 လီတာ ဝင်ဖျော်ရည်ဘူးများ ထုတ်လုပ်သော စက်ရုံတစ်ရုံသည် အချင်း 10 cm ရှိသော ဖျော်ရည်ဘူး ထုတ်လုပ်လိုလျှင် အမြင့်မည်မျှရှိရမည်နည်း။

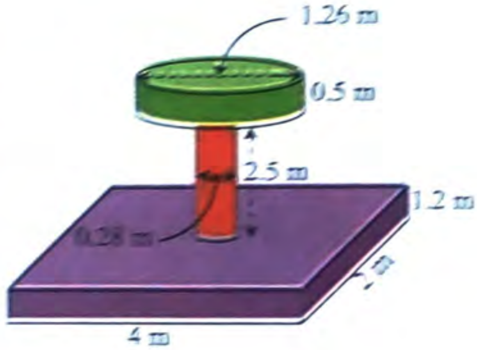
၈။ စက်ဝိုင်းပုံရေကူးကန်တစ်ကန်သည် 1.4 m နက်၍ 8 m ကျယ်၏။ တစ်နာရီလျှင် 2000 လီတာနှုန်းဖြင့် ရေဖြည့်သွင်းသော် ရေကန်ရေပြည့်ရန် အချိန်မည်မျှကြာမည်နည်း။

၉။ ဆလင်ဒါပုံသဏ္ဌာန်ရှိ ပေါင်ဒါဘူးငယ်တစ်ဘူးသည် 4 cm မြင့်၍ 7 cm အချင်းရှိ၏။ 2.2 m × 0.7 m × 0.1 m အတွင်းဘက်အတိုင်းအတာရှိသည့် ထောင့်မှန်ဒုပုံသေတ္တာမှ ပေါင်ဒါမှုန့်များကို ဆလင်ဒါပုံ ပေါင်ဒါဘူးငယ်များထဲသို့ထည့်ပါက ဘူးငယ်ပေါင်းမည်မျှရမည်နည်း။

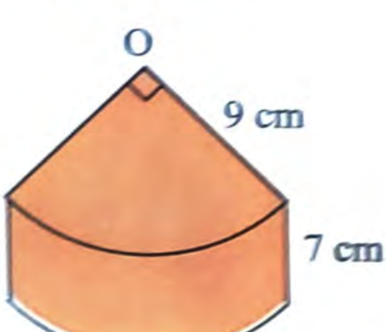
၁၀။ ဆလင်ဒါပုံသတ္တုပြွန် ခွက်တစ်ခွက်၏ အတွင်းဘက်အတိုင်းအတာများမှာ အချင်းဝက် 8.4 cm ရှိ၍ 20 cm မြင့်၏။ ထိုခွက်ကို 2 mm ထုသော သတ္တုဖြင့်ပြုလုပ်ထားလျှင် အသုံးပြုထားသောသတ္တု၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

၁၁။ မွေးနေ့ကိတ်ကို ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း အမြင့် 6 cm စီရှိသော ဆလင်ဒါပုံသုံးခုဖြင့် ပြုလုပ်ထားသည်။ အောက်ခြေဆလင်ဒါ၏အချင်းမှာ 28 cm၊ အလယ်ဆလင်ဒါ၏ အချင်းမှာ 14 cm နှင့် ထိပ်ဆုံးဆလင်ဒါ၏ အချင်းမှာ 7 cm အသီးသီး ဖြစ်ကြသည်။ ကိတ်မုန့်၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။

၁၂။ ပေးထားသောပုံသည် 4 m × 2 m × 1.2 m အတိုင်းအတာရှိသောထောင့်မှန်ဒုဝေါ်တွင် အချင်း 0.28 m ၊ အမြင့် 2.5 m ရှိဆလင်ဒါနှင့် အချင်း 1.26 m ၊ အမြင့် 0.5 m ရှိသောဆလင်ဒါတို့ကို တင်ထားသောပုံဖြစ်သည်။ ပုံတစ်ခုလုံးကို သတ္တုတစ်မျိုးဖြင့်ပြုလုပ်ထားလျှင် အသုံးပြုထားသော သတ္တု၏ ထုထည်ကိုရှာပါ။



၁၃။ အချင်းဝက် 9 cm နှင့် အမြင့် 7 cm ရှိသည့် ဆလင်ဒါပုံ ကိတ်မုန့်တစ်ခုမှ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း လေးပုံတစ်ပုံ ဖြတ်ထုတ်လိုက်လျှင် ဖြတ်ထုတ်လိုက်သော ကိတ်မုန့်၏ထုထည်ကို ရှာပါ။



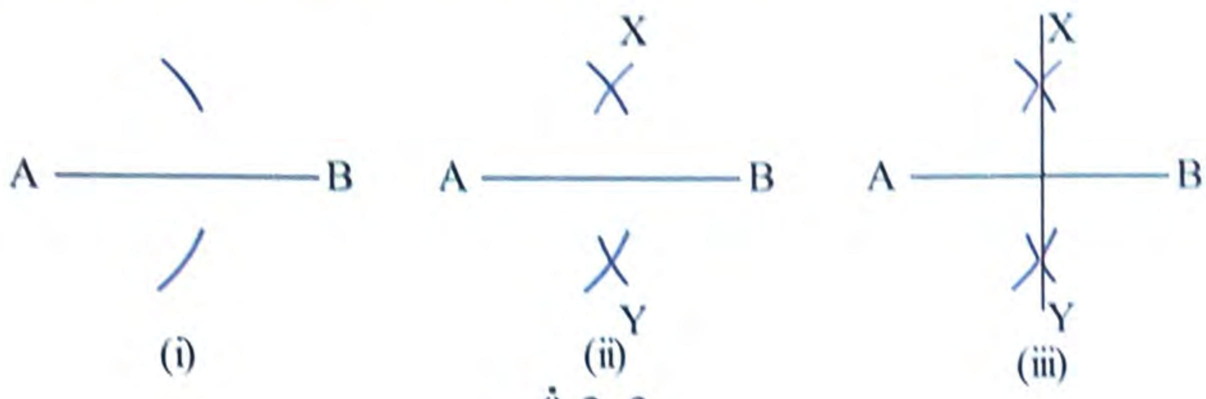
အခန်း ၅ အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ

မျဉ်းတံနှင့် ကွန်ပါကို အသုံးပြု၍ ထောင့်တူများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း၊ ပြင်ပမှတ်တစ်ခုမှ ပေးရင်းမျဉ်းပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းများ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း၊ ပေးရင်းမျဉ်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၌ထောင့်မတ်မျဉ်းဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်းတို့ကို သင်ယူခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း၊ အမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ ပေးရင်းမျဉ်းနှင့်ပြိုင်သောမျဉ်း၊ အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်း၊ စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၌ ဝန်းထိမျဉ်းနှင့် ပြင်ပမှတ်မှ စက်ဝိုင်းသို့ဝန်းထိမျဉ်းတို့ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနိုင်မည် ဖြစ်သည်။

၅.၁ ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ခုဆောက်လုပ်ခြင်း

ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းဆိုသည်မှာ ထိုမျဉ်းပိုင်းကိုထောင့်မတ်ကျပြီး အညီအမျှ နှစ်ပိုင်း ပိုင်းထားသောမျဉ်း ဖြစ်သည်။ မျဉ်းတံနှင့်ကွန်ပါကို အသုံးပြုပြီး ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ခုကို ဆောက်လုပ်မည်။

ပေးထားချက်။ ။ မျဉ်းပိုင်း AB
ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ AB ၏ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်း



ပုံ ၅.၁

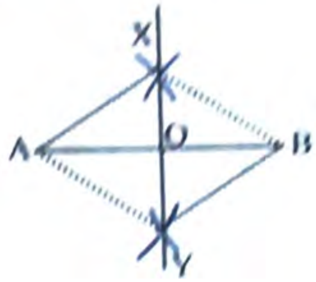
အဆင့် (၁) AB ၏တစ်ဝက်ထက်ကြီးသော အချင်းဝက်ဖြင့် A ကို ဗဟိုပြု၍ အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကို AB ၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်စီတွင် ဆွဲပါ။ ပုံ ၅.၁ (i) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၂) တစ်ဖန် B ကိုဗဟိုပြု၍ ထိုအချင်းဝက်ဖြင့်ပင် အဝန်းပိုင်းများကိုဆွဲရာ ယခင် ဆွဲထားသော အဝန်းပိုင်းများကို အမှတ် X နှင့် Y တို့၌ ဖြတ်ပါစေ။ ပုံ ၅.၁ (ii) ကို ကြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) X နှင့် Y ကို ဆက်ပါ။ XY သည် AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်း ဖြစ်သည်။ ပုံ ၅.၁(iii) ကို ကြည့်ပါ။

အောက်လုပ်ဆွဲထားသော XY သည် AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်ကျမျဉ်း ဖြစ်ကြောင်းကို အောက်ပါအတိုင်းသက်သေပြနိုင်သည်။

AX, AY, BX နှင့် BY တို့ကို ဆက်ပါ။ XY နှင့် AB ၏ ဖြတ်မှတ်ကို O ဟုထားမည်။



$\triangle AXY$ နှင့် $\triangle BXY$ တို့တွင်

$AX = BX$ (အချင်းဝက်တူများ)

$AY = BY$ (အချင်းဝက်တူများ)

$XY = XY$ (ဘုံအနား)

$\therefore \triangle AXY \cong \triangle BXY$ (န န န ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \angle AXY = \angle BXY$

$\triangle AXO$ နှင့် $\triangle BXO$ တို့တွင်

$AX = BX$

$\angle AXO = \angle BXO$ (ပြပြီး)

$XO = XO$ (ဘုံအနား)

$\triangle AXO \cong \triangle BXO$ (န ထ န ထပ်တူညီခြင်း)

$AO = BO$

$\angle AOX = \angle BOX$

သို့သော် $\angle AOX + \angle BOX = 180^\circ$ (ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ)

$\therefore \angle AOX + \angle AOX = 180^\circ$

$\therefore 2\angle AOX = 180^\circ$

$\therefore \angle AOX = \angle BOX = 90^\circ$

$\therefore XY \perp AB$

ထို့ကြောင့် XY သည် AB ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၁

၁။ AB သည်စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏လေးကြိုးမျဉ်းဖြစ်သည်။ AB၏ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဆွဲပါ။

၂။ ကြိုက်ရာ $\triangle PQR$ ကို ဆွဲပြီး PQ ၏ထက်ဝက်ပိုင်း ထောင့်မတ်မျဉ်းကို ဆွဲပါ။

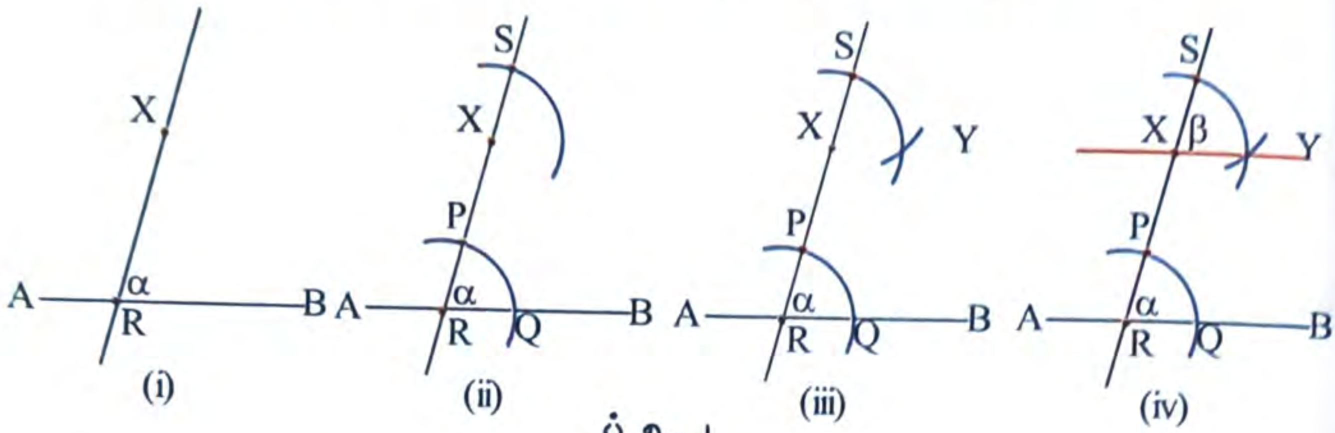
၃။ တြိဂံတစ်ခုကို စိတ်ကြိုက်ဆွဲပါ။ ထို့နောက်အနားတစ်ခုစီ၏ ထက်ဝက်ပိုင်းထောင့်မတ်မျဉ်း များကိုဆွဲပါ။

၅.၂ ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင်မရှိသောအမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ပေးရင်းမျဉ်းနှင့်အပြိုင်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆောက်လုပ်ခြင်း

မျဉ်းတံနှင့်ကွန်ပါကိုအသုံးပြုပြီး ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင် မရှိသော အမှတ်တစ်ခုကို ဖြတ်၍ ပေးရင်းမျဉ်းနှင့်အပြိုင်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲမည်။

ပေးထားချက်။ ။ ပေးရင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်း AB နှင့် ယင်းမျဉ်းပေါ်တွင် မရှိသောအမှတ်တစ်ခု X

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ အမှတ် X ကို ဖြတ်လျက် AB နှင့် ပြိုင်နေသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း



ပုံ ၅.၂

အဆင့် (၁) X ကို ဖြတ်၍ မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲရာ AB ကို R ၌ဖြတ်ပါစေ။ ထောင့် XRB ကို α ဟု ထားမည်။ ပုံ ၅.၂ (i) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၂) α နှင့် တူသော ထောင့်တစ်ခုကို X တွင်ဆောက်လုပ်မည်။ R ကို ဗဟိုပြု၍ သင့်တော်သောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲရာ RX နှင့် RB တို့ကို P နှင့် Q အသီးသီးတို့၌ဖြတ်ပါစေ။ PR အချင်းဝက်ဖြင့်ပင် X ကို ဗဟိုထား၍ အဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ RX ဆက်ဆွဲမျဉ်းကို S ၌ဖြတ်ပါစေ။ ပုံ ၅.၂ (ii) ကို ကြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) S ကို ဗဟိုထား၍ အချင်းဝက် PQ ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲရာ အဆင့် (၂) တွင် ဆွဲထားသော အဝန်းပိုင်းကို Y ၌ဖြတ်ပါစေ။ ပုံ ၅.၂ (iii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၄) X နှင့် Y ကို ဖြတ်၍မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ထောင့် SXY ကို β ဟု ထားမည်။ β သည် α နှင့်တူသောထောင့်တစ်ခုဖြစ်သည်။ ရလာသော XY မျဉ်းသည် AB နှင့် ပြိုင်သောဆွဲလိုသည့် မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်သည်။

XY မျဉ်းသည် ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့် AB နှင့်အပြိုင်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်ကြောင်း အောက်ပါ အတိုင်းသက်သေပြနိုင်သည်။

P နှင့် Q ကို ဆက်ပါ။ S နှင့် Y ကို ဆက်ပါ။

ΔPQR နှင့် ΔSYX တို့တွင်

$PQ = SY$

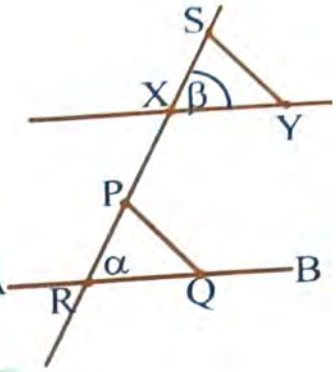
$PR = SX$

$RQ = XY$

$\therefore \Delta PQR \cong \Delta SYX$ (နနန ထပ်တူညီခြင်း)

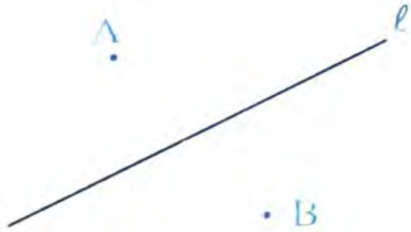
$\therefore \alpha = \beta$ (လိုက်ဖက်ထောင့်)

$\therefore XY \parallel AB$



လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၂

၁။ ပေးထားသောပုံတွင် A ကို ဖြတ်၍ ℓ နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။ B ကိုဖြတ်၍ ℓ နှင့် ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။



၂။ ကြိုက်ရာ ΔABC ကိုဆွဲ၍

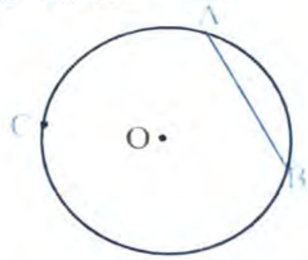
(က) C ကိုဖြတ်ပြီး AB နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။

(ခ) B ကိုဖြတ်ပြီး AC နှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။

၃။ ပေးထားသောပုံတွင် O သည် စက်ဝိုင်း၏ ဗဟို၊ AB သည် လေးကြိုးမျဉ်းဖြစ်သည်။

(က) AB နှင့်ပြိုင်သော အချင်းမျဉ်းကိုဆွဲပါ။

(ခ) C ကိုဖြတ်၍ AB နှင့်ပြိုင်သော လေးကြိုးမျဉ်းကိုဆွဲပါ။

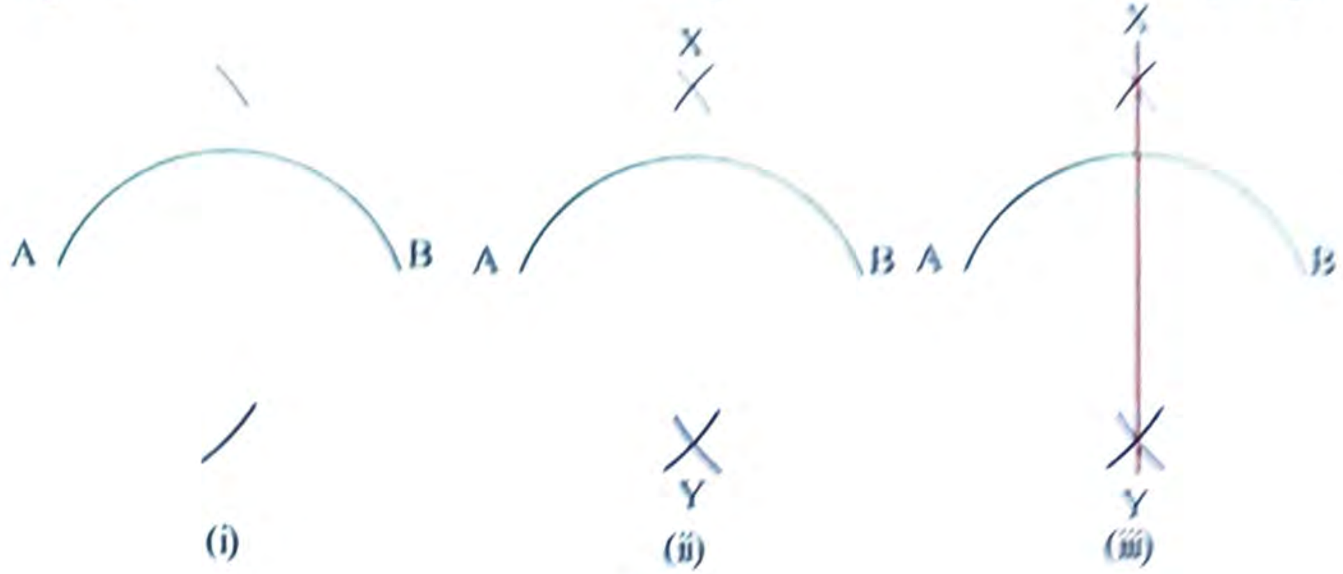


၅.၃ ပေးထားသောအဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ခြင်း

ပေးထားသောအဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲမည်။

ပေးထားချက်။ ။ အဝန်းပိုင်း AB

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ O ဗဟိုရှိသော အဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆွဲရန်။



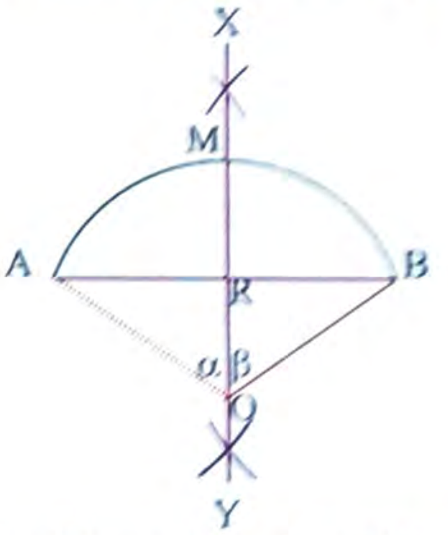
ပုံ ၅. ၃

အဆင့် (၁) A ကို ဗဟိုထား၍ AB ၏ တစ်ဝက်ထက်ကြီးသော အချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်း နှစ်ခုကို တစ်ဖက်စီတွင်ဆွဲပါ။ ပုံ ၅. ၃ (i) ကိုကြည့်ပါ။

(၂) တစ်ဖန် B ကို ဗဟိုပြု၍အဆင့် (၁) တွင် အသုံးပြုသော အချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်း နှစ်ခုဆွဲရာ A မှ ဆွဲထားသော အဝန်းပိုင်းများကို X နှင့် Y တို့၌ ဖြတ်ပါစေ၊ ပုံ ၅. ၃(ii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) X နှင့် Y ကိုဖြတ်၍မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းသည် ပေးရင်းအဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသည့်မျဉ်းဖြစ်သည်။

XY သည် ပေးထားသောအဝန်းပိုင်း AB ကို ထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖြစ်ကြောင်းကို အောက်ပါအတိုင်းသက်သေပြနိုင်သည်။



ဗဟို O မှ A နှင့် B ကို ဆက်ပါ။

ΔARO နှင့် ΔBRO တို့တွင်

$AO = BO$ (အချင်းဝက်များ)

$RO = RO$ (ဘုံအနား)

$\angle ARO = \angle BRO = 90^\circ$

$\therefore \Delta ARO \cong \Delta BRM$ (မနန ထပ်တူညီခြင်း)

$\therefore \alpha = \beta$

α နှင့် β သည် အဝန်းပိုင်း AM နှင့် BM တို့၏ ဗဟိုခံဆောင်တောင့်များဖြစ်ကြသောကြောင့် အဝန်းပိုင်း AM = အဝန်းပိုင်း BM ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၃

၁။ သင့်လျော်သော အကွေးပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပြီး ထိုအကွေးပိုင်းကို တစ်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းကို ဆွဲပါ။

၂။ ပေးထားသောစက်ဝိုင်းရှိ AB, BC နှင့် CA အကွေးပိုင်းများ၏ အလယ်မှတ်များရှိ တင်ဂျင့်များ ဖြင့်ရသည့် တြိဂံကို ဆွဲပါ။

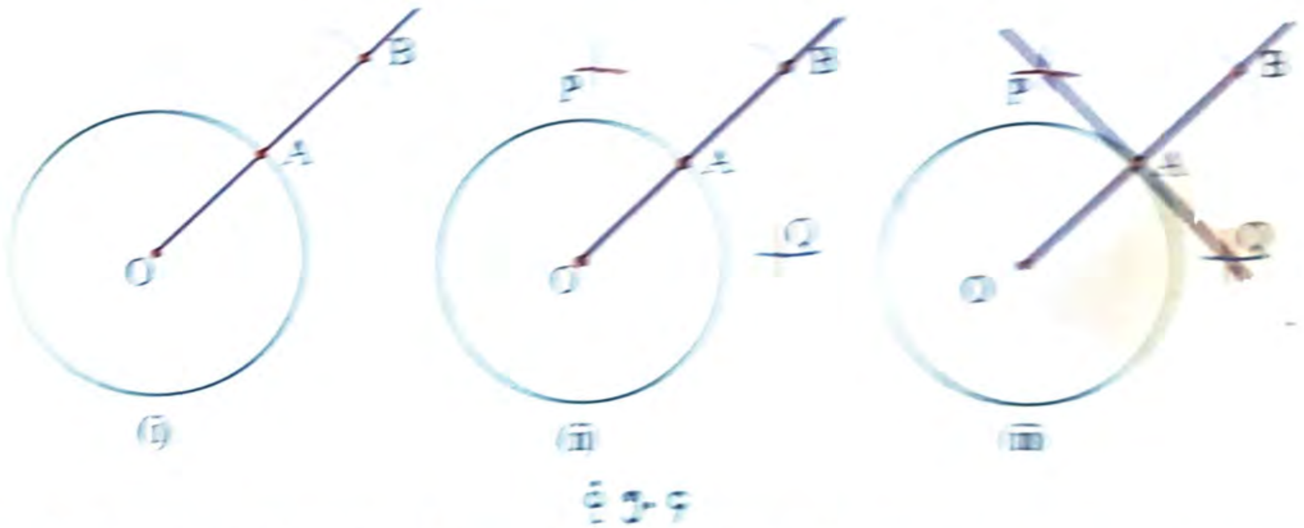
၃။ ပေးထားသောစက်ဝိုင်းရှိ အကွေးပိုင်း AB ကိုတစ်ဝက်ပိုင်းသည့် မျဉ်းကိုဆွဲပါ။ R ကိုဖြတ်၍ ထိုမျဉ်းနှင့်အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။

၅.၄ ဝန်းထိမျဉ်းများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

၅.၄.၁ ပေးထားသောစက်ဝိုင်းပေါ်ရှိအမှတ်တစ်ခု၌ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

ပေးထားချက်။ ။O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းနှင့် ထိုစက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ် A

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။A ၌ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲရန်။



ပုံ ၅.၄

အဆင့် (၁) OA ကို ဆက်ဆွဲပါ။ A ကို ဗဟိုထား၍ OA အရှည်ထက်ငယ်သော အချင်းဝက်ဖြင့် ဆွဲရာ OA ဆက်ဆွဲမျဉ်းကို B ၌ဖြတ်ပါစေ။ (ပုံ ၅.၄ (i) ကိုကြည့်ပါ)

အဆင့် (၂) O ကို ဗဟိုပြု၍ OB တစ်ဝက်ထက်ကြီးသော အချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကို တစ်ဖက်စီတွင်ဆွဲပါ။ တစ်ဖန် B ကို ဗဟိုပြု၍ ထိုအချင်းဝက်ဖြင့်ပင် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဆွဲပါ။ မူလ အဝန်းပိုင်းများကို P နှင့် Q တို့၌ဖြတ်ပါစေ။ ပုံ ၅. ၄(ii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) P နှင့် Q ကိုဖြတ်၍မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းသည် OB ကို A ၌ ထောင့်မတ်ကျသည့် လိုအပ်သောဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်သည်။

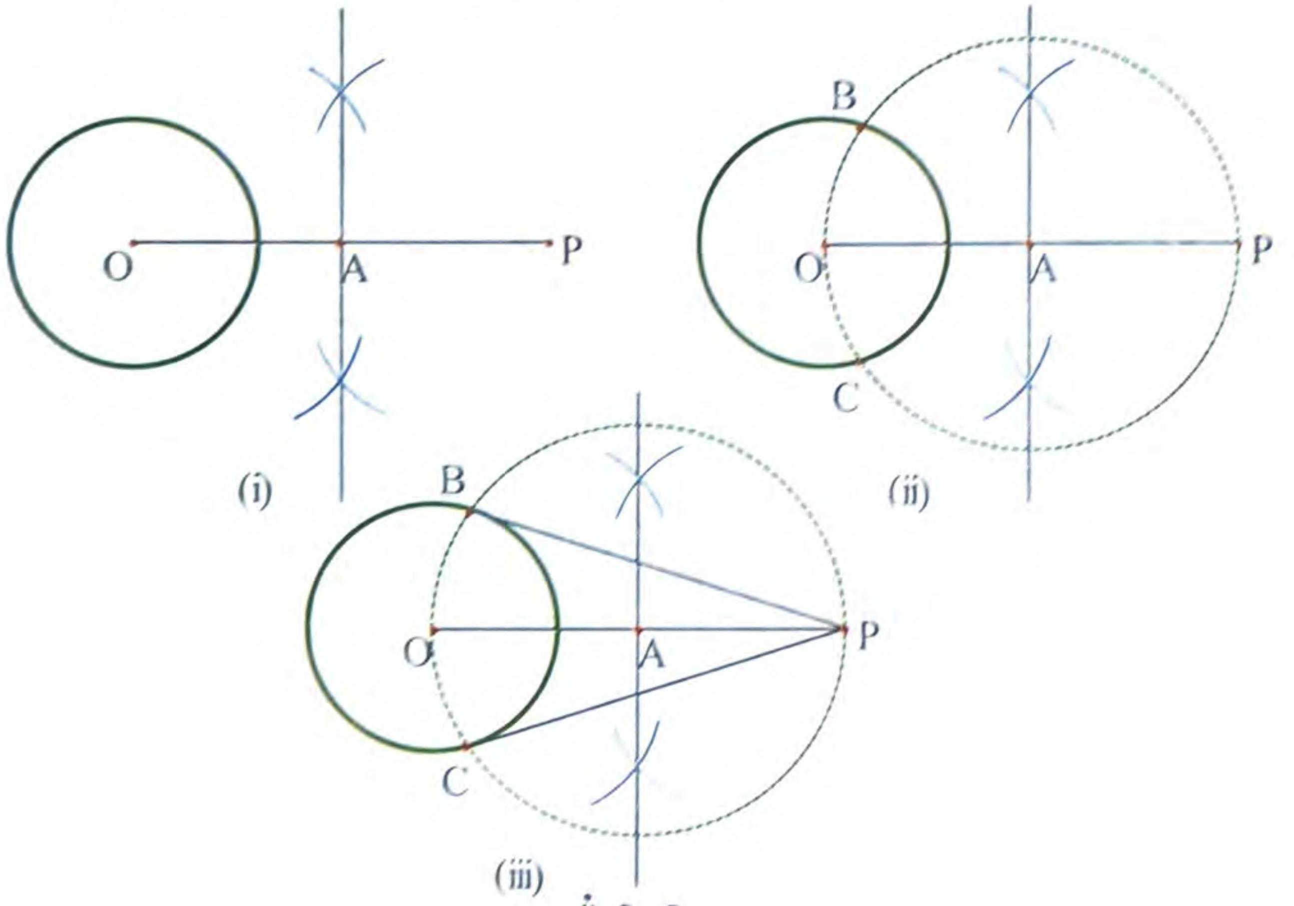
PQ သည်ပေးထားသော စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခု၌ ထိုစက်ဝိုင်း၏ ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်ကြောင်းကို အောက်ပါအတိုင်းသက်သေပြနိုင်သည်။

A သည် စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပြီး အချင်းဝက် OA ၏ ပြင်ပအစွန်းမှတ်ဖြစ်သည်။ ဆောက်လုပ်ဆွဲသားချက်အရ PQ သည် OB ကို A ၌ ထောင့်မတ်ကျမျဉ်း ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် P နှင့် Q ကို ဖြတ်ဆွဲသောမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းကို A ၌ထိသော ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်သည်။

၅.၄.၂ ပြင်ပမှတ်တစ်ခုမှပေးထားသောစက်ဝိုင်းသို့ဝန်းထိမျဉ်းများဆောက်လုပ်ဆွဲသားခြင်း

ပေးထားချက်။ ။O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းနှင့် ယင်းပြင်ပရှိ အမှတ် P

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။P မှစက်ဝိုင်းသို့ ဝန်းထိမျဉ်းများဆွဲရန်။



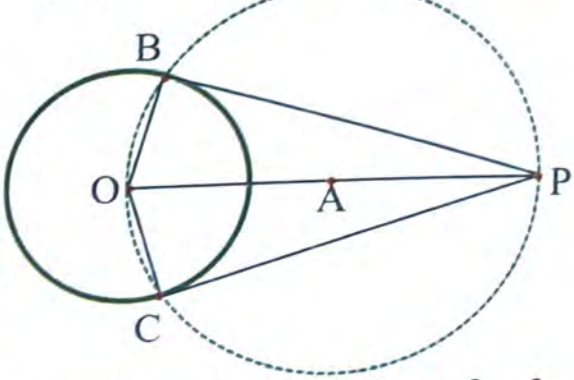
ပုံ ၅. ၅

အဆင့် (၁) O နှင့် P ကို ဆက်ပါ။ OP ၏အလယ်မှတ်ကို ရရန် ၅. ၁ ကဲ့သို့ ထောင့်မတ်ကျ ထက်ဝက်ပိုင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ အလယ်မှတ်ကို A ဟုမှတ်ပါ။ ပုံ ၅. ၅ (i) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၂) A ကို ဗဟိုပြု၍ OA အချင်းဝက်ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ စက်ဝိုင်း A နှင့် စက်ဝိုင်း O တို့၏ဖြတ်မှတ်များကို B နှင့် C ဟုမှတ်ပါ။ စက်ဝိုင်း A သည် P ကိုလည်း ဖြတ်သွားကြောင်း တွေ့ရသည်။ ပုံ ၅. ၅ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) P နှင့် B ၊ P နှင့် C တို့ကိုဆက်ပါ။ PB နှင့် PC တို့သည် ပြင်ပမှတ် P မှ စက်ဝိုင်းသို့ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ ပုံ ၅. ၅ (iii) ကိုကြည့်ပါ။

PB နှင့် PC တို့သည် ပြင်ပမှတ် P မှ စက်ဝိုင်းသို့ ဆွဲသော ဝန်းထိမျဉ်းများ ဖြစ်ကြောင်း အောက်ပါအတိုင်း သက်သေပြနိုင်သည်။



OB နှင့် OC တို့ကိုဆက်ပါ။

A ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းတွင်

$\angle OBP = 90^\circ$ (စက်ဝိုင်းခြမ်းအတွင်းထောင့်)

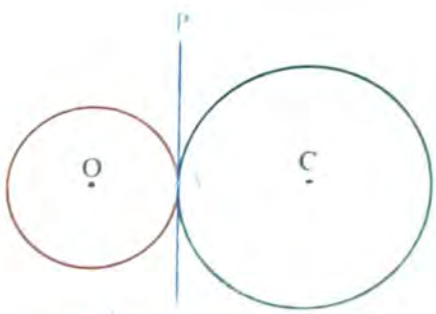
$OB \perp PB$

O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းတွင် PB သည် အချင်းဝက် OB ကို အစွန်းမှတ် B ၌ထောင့်မတ်ကျနေသောမျဉ်းဖြစ်သည်။

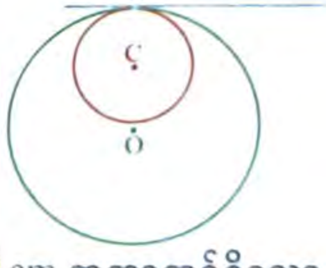
ထို့ကြောင့် PB သည် စက်ဝိုင်း O သို့ ဝန်းထိမျဉ်းဖြစ်သည်။ ထို့အတူ PC သည်လည်း ဝန်းထိမျဉ်း ဖြစ်ကြောင်းပြနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၄

၁။ ပုံတွင် AP သည် စက်ဝိုင်း O နှင့် စက်ဝိုင်း C တို့၏ ဘုံဝန်းထိမျဉ်း ဖြစ်သည်။ P မှ ပေးထားသော စက်ဝိုင်းများသို့ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းစီ ဆွဲပါ။



၂။ ပုံတွင် BQ သည် စက်ဝိုင်း O နှင့် စက်ဝိုင်း C တို့၏ ဘုံဝန်းထိမျဉ်းများဖြစ်သည်။ Q မှ ပေးထားသော စက်ဝိုင်းများသို့ ဝန်းထိမျဉ်းတစ်ကြောင်းစီဆွဲပါ။



၃။ အချင်းဝက် 2 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုဆွဲပြီး ဗဟိုမှ 5 cm အကွာတွင်ရှိသော ပြင်ပမှတ် R မှ စက်ဝိုင်းသို့ဝန်းထိမျဉ်းများဆွဲပါ။

အခန်း ၆ ညွှန်ထောင့်များနှင့်အချိုးကျပုံဆွဲခြင်း

ဤအခန်းတွင် အရာဝတ္ထုများ၏တည်နေရာကိုသတ်မှတ်ရာ၌အသုံးပြုသည့် ညွှန်ထောင့်များနှင့် ဒီဂြီတိုင်းတာချက်ကိုအခြေခံသော အချိုးကျပုံဆွဲခြင်းအကြောင်းကိုလက်တွေ့အသုံးပြုပုံများနှင့်တကွ လေ့လာကြမည်ဖြစ်သည်။

ဤသင်ခန်းစာကို လေ့လာပြီးပါက အရာဝတ္ထုတစ်ခု၏ တည်နေရာကို ညွှန်ထောင့်များဖြင့်ဖော်ပြခြင်း အချိုးကျပုံများရေးဆွဲခြင်းတို့ကို လက်တွေ့ဘဝနှင့် ချိတ်ဆက်အသုံးချတတ်မည်။

၆.၁ တည်ရာညွှန်ထောင့်များ

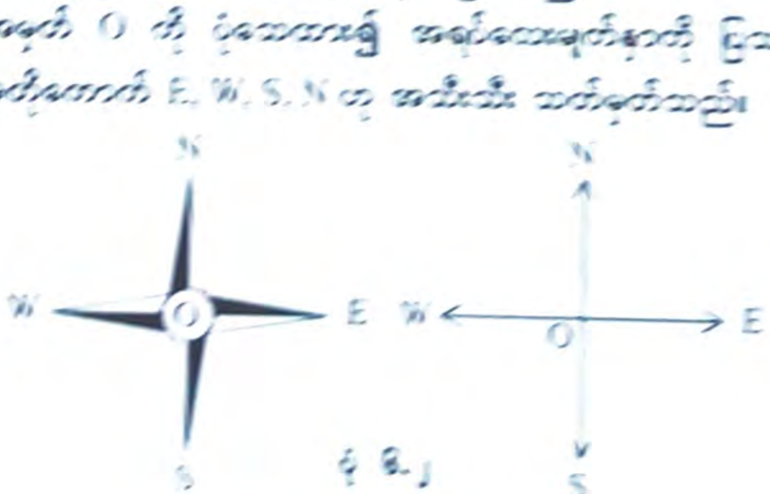
၆.၁.၁ အရပ်လေးမျက်နှာ

အရာဝတ္ထုတစ်ခု၏ တည်နေရာကို သတ်မှတ်ညွှန်ပြရာတွင် နေရာတစ်ခုကိုပုံသေထားပြီး ထိုနေရာမှညွှန်ပြပြောဆိုရသည်။ အရှေ့ (East)၊ အနောက် (West)၊ တောင် (South) မြောက် (North) ဟူသော အရပ်လေးမျက်နှာကို သိရှိနည်းကာ သတ်မှတ်နိုင်ရန် သံလိုက်အပ် တပ်ဆင်ထားသည့် သံလိုက်အိမ်မြှောင် (compass) ကို အသုံးပြုသည်။ ပုံ ၆.၁ တွင်ကြည့်ပါ။

သံလိုက်အိမ်မြှောင်ကို မည်သည့်အရပ်သို့လှည့်သည် ဖြစ်စေ သံလိုက်အပ်သည် မြောက်အရပ်သို့သာ အမြဲညွှန်ပြလျက်ရှိသည်။ မြောက်နှင့်တောင်အရပ်တို့ကို ပြသောမျဉ်းနှင့် ထောင့်မတ်ကျသောမျဉ်းသည် အရှေ့နှင့်အနောက်အရပ်တို့ကို ပြသည်။ မြောက်အရပ်သို့ မျက်နှာမူ၍ လက်ယာဘက်သို့ 90° လှည့်လျှင် အရှေ့အရပ်ဖြစ်ပြီး မြောက်အရပ်သို့ မျက်နှာမူ၍ လက်ဝဲဘက်သို့ 90° လှည့်လျှင် အနောက်အရပ် ဖြစ်သည်။

ပုံ ၆.၁

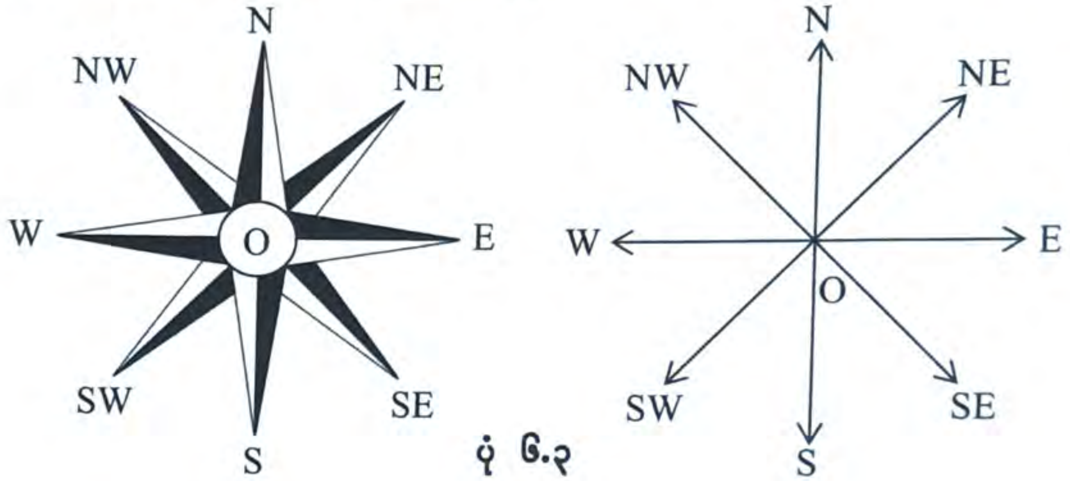
ပုံ ၆.၂ တွင် အမှတ် O ကို ပုံသေထား၍ အရပ်လေးမျက်နှာကို ပြထားသည်။ အရပ်လေးမျက်နှာကို အတိုကောက် E, W, S, N ဟု အသီးသီး သတ်မှတ်သည်။



ပုံ ၆.၂

၆.၁.၂ အရပ်ရှစ်မျက်နှာ

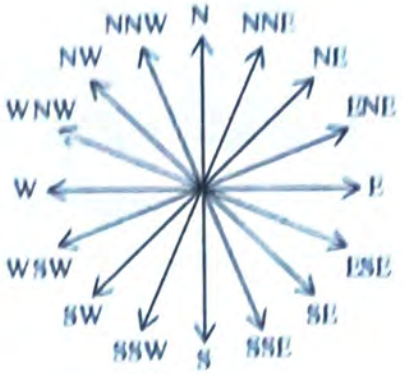
ပုံ ၆.၂ မှ O ကိုဖြတ်၍မြောက်နှင့်အရှေ့အရပ်ကြားတွင်လည်းကောင်း မြောက်နှင့်အနောက်အရပ်ကြားတွင်လည်းကောင်း အလယ်တည့်တည့်ကျသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းစီကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ အရှေ့နှင့်မြောက်အရပ်ကြားတွင် အရှေ့မြောက် (North East) အရပ်၊ အရှေ့နှင့်တောင်အရပ်ကြားတွင် အရှေ့တောင် (South East) အရပ်၊ အနောက်နှင့်မြောက်အရပ်ကြားတွင် အနောက်မြောက် (North West) အရပ်၊ အနောက်နှင့်တောင်အရပ်ကြားတွင် အနောက်တောင် (South West) အရပ်ဟူ၍ အရပ်မျက်နှာအသီးသီး ထပ်မံရရှိမည်။ ထပ်မံရရှိလာသောအရပ်မျက်နှာများကို အတိုကောက် NE, SE, NW, SW ဟု အသီးသီးသတ်မှတ်သည်။ ထိုအရပ်မျက်နှာများနှင့် မူလအရပ်မျက်နှာများကြားတွင် 45° စီရှိကြသည်။ ပုံ ၆.၃ တွင် အမှတ် O ကိုပုံသေထား၍ အရပ်ရှစ်မျက်နှာကို ပြသထားသည်။



ပုံ ၆.၃

၆.၁.၃ အရပ်တစ်ဆယ့်ခြောက်မျက်နှာ

အရပ်ရှစ်မျက်နှာကို ထပ်မံ၍စိတ်ပိုင်းလျှင် အရပ်တစ်ဆယ့်ခြောက်မျက်နှာဖြစ်ပေါ်လာသည်။ မြောက်အရပ်နှင့်အရှေ့မြောက်အရပ်၏ အလယ်တည့်တည့်အရပ်မျက်နှာကို မြောက်-အရှေ့မြောက်အရပ်ဟု ခေါ်သည်။ ထို့အတူ အရှေ့အရပ်နှင့် အရှေ့မြောက်အရပ်တို့၏ အလယ်တည့်တည့်အရပ်မျက်နှာကို အရှေ့-အရှေ့မြောက်အရပ် ဟုခေါ်သည်။ မြောက်အရပ်၊ မြောက်-အရှေ့မြောက်အရပ်၊ အရှေ့မြောက်အရပ်၊ အရှေ့-အရှေ့မြောက်အရပ်နှင့် အရှေ့အရပ် တို့ကြားတွင် တစ်ခုနှင့် တစ်ခု $22\frac{1}{2}^{\circ}$ ရှိကြသည်။ အခြားသောအရပ်မျက်နှာများကိုလည်း ပုံ ၆.၄ တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ခေါ်ဝေါ်ကြ၏။



NNE - မြောက်-အရှေ့မြောက်အရပ်

ENE - အရှေ့-အရှေ့မြောက်အရပ်

ESE - အရှေ့-အရှေ့တောင်အရပ်

SSE - တောင်-အရှေ့တောင်အရပ်

SSW - တောင်-အနောက်တောင်အရပ်

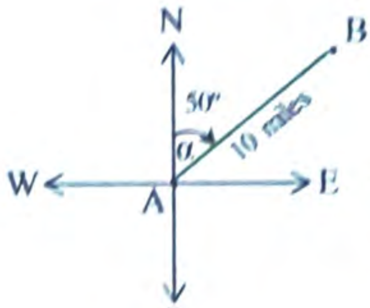
WSW - အနောက်-အနောက်တောင်အရပ်

WNW - အနောက်-အနောက်မြောက်အရပ်

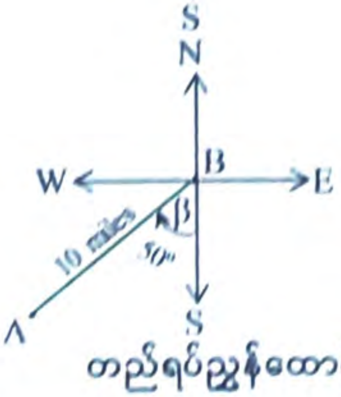
NNW - မြောက်-အနောက်မြောက်အရပ်

ပုံ ၆.၄

ဥပမာ ၁။ A နှင့် B တို့သည်တစ်ခုနှင့်တစ်ခု 10 miles ကွာဝေးသော သင်္ဘောနှစ်စင်း ဖြစ်သည်ဆိုပါစို့။ သင်္ဘော B သည် သင်္ဘော A မှ မည်သည့်အရပ်တွင်ရှိသည်ကို သိလိုပါက A တွင် အရပ်လေးမျက်နှာဆွဲ၍ စဉ်းစားရမည်။



$\alpha = 50°$ ဖြစ်လျှင် သင်္ဘော B သည် သင်္ဘော A မှ မြောက် 50° အရှေ့ အရပ်တွင်ရှိသည်။ B သည် A ၏ N 50° E တွင်ရှိသည်ဟု သင်္ကေတအားဖြင့်ဖော်ပြနိုင်သည်။ ယင်းကို B ၏ A မှ တည်ရပ်ညွှန်ထောင့် (direction B from A) ဟုခေါ်သည်။

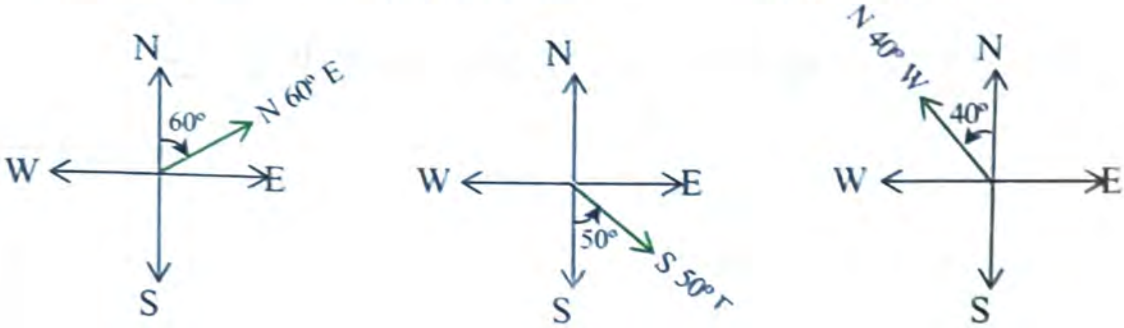


တစ်ဖန်သင်္ဘော A သည် သင်္ဘော B မှ မည်သည့်အရပ်တွင်ရှိသည်ကို သိလိုလျှင် B တွင် အရပ်လေးမျက်နှာထား၍ စဉ်းစားရမည်။ $\beta = 50°$ ဖြစ်၍ A သည် B ၏ တောင် 50° အနောက်၊ တစ်နည်း S 50° W တွင်ရှိသည်။

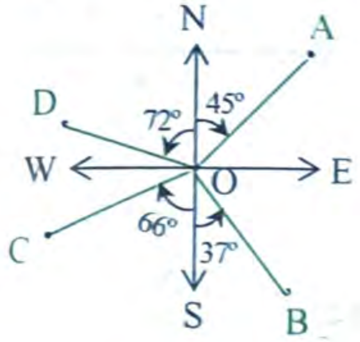
တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များကို ဖော်ပြရာတွင် အရပ်မျက်နှာကို N နှင့် S မှစတင်ပြီး E သို့မဟုတ် W ဖြင့် အဆုံးသတ်ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။ (ဥပမာ။ N 20° W, S 70° E)

ဥပမာ ၂။ အောက်ပါတည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များကို ပုံတစ်ပုံစီဖြင့် ဖော်ပြမည်။

(က) N 60° E (ခ) S 50° E (ဂ) N 40° W



ပုံစံတွက်။ ပေးထားသောပုံတွင် O မှ A, B, C, D တို့၏တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များကို ဖော်ပြပါ။



A သည် O ၏ N 45° E တွင်ရှိသည်။

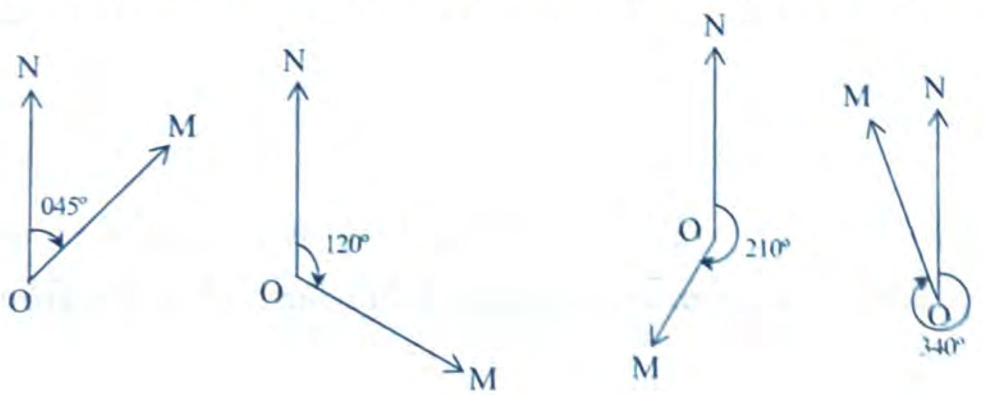
B သည် O ၏ S 37° E တွင်ရှိသည်။

C သည် O ၏ S 66° W တွင်ရှိသည်။

D သည် O ၏ N 72° W တွင်ရှိသည်။

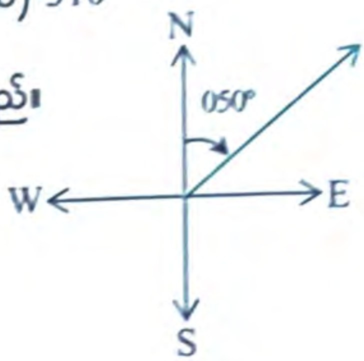
၆.၂ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့်ပြနည်း

မြောက်အရပ်မျက်နှာတစ်ခုတည်းမှ လက်ယာရစ်လှည့်ပတ်ပြီး (နာရီလက်တံလည်သည့်အတိုင်း) တိုင်း၍ရသောဒီဂရီဖြင့် ဖော်ပြသည့်နည်းကို **ပတ်လည်ညွှန်ထောင့် (bearing) ဖြင့်ပြနည်း** ဟုခေါ်သည်။ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်တန်ဖိုးကို ဂဏန်းသုံးလုံးဖြင့် ဖော်ပြရမည်။ ဥပမာအားဖြင့် 6° **အစား** 006°, 45° **အစား** 045° စသည်ဖြင့် ဖော်ပြသည်။ မြောက်အရပ်ကို 0° ဟု လက်ခံထားမည်။ အရှေ့အရပ်သည် 090°၊ တောင်အရပ်သည် 180° နှင့် အနောက်အရပ်သည် 270° ဖြစ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်အချို့ကို ပုံများဖြင့်ဖော်ပြထားပါသည်။

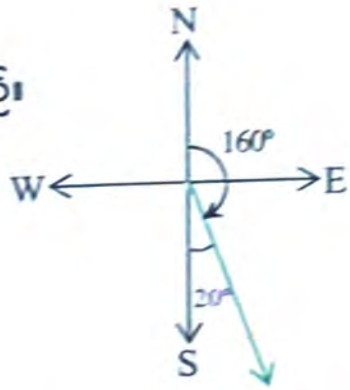


ဥပမာ ၁။ အောက်ပါပတ်လည်ညွှန်ထောင့်များကို တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များဖြင့် ဖော်ပြမည်။

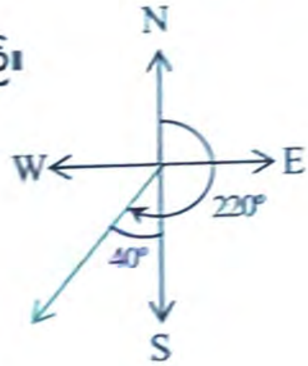
(က) 050°   (ခ) 160°   (ဂ) 220°   (ဃ) 310°



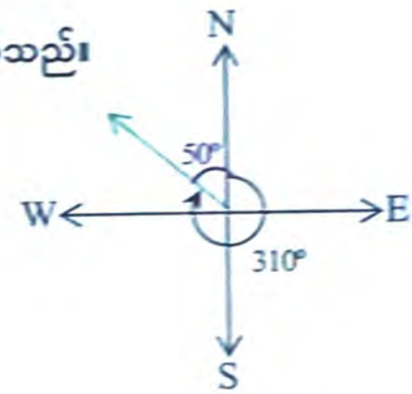
(က) 050° ကို တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ဖော်ပြလျှင် N 50° E ဖြစ်သည်။



(ခ) 160° ကို တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ဖော်ပြလျှင် S 20° E ဖြစ်သည်။



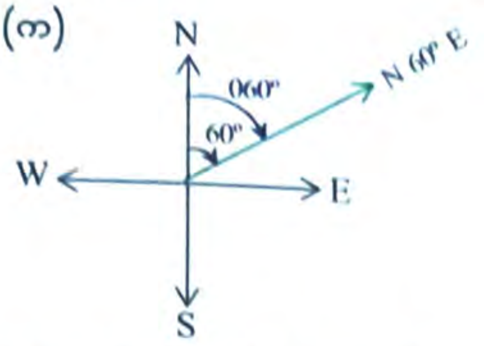
(ဂ) 220° ကို တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ဖော်ပြလျှင် S 40° W ဖြစ်သည်။



(ဃ) 310° ကို တည်ရပ်ညွှန်ထောင့်ဖြင့် ဖော်ပြလျှင် N 50° W ဖြစ်သည်။

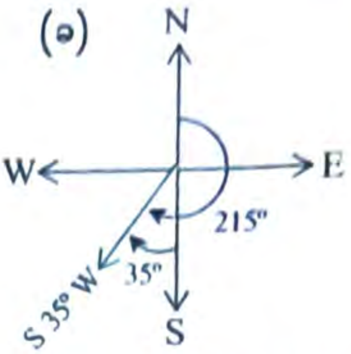
ဥပမာ ၂။ (က) N 60° E   (ခ) S 35° W   (ဂ) N 30° W   (ဃ) S 40° E တို့တို့ပတ်လည်ညွှန်ထောင့် သင်္ကေတဖြင့် ဖော်ပြမည်ဆိုပါစို့။ ဦးစွာယင်းတို့ကို ပုံဖြင့်ဖော်ပြမည်။

(က)



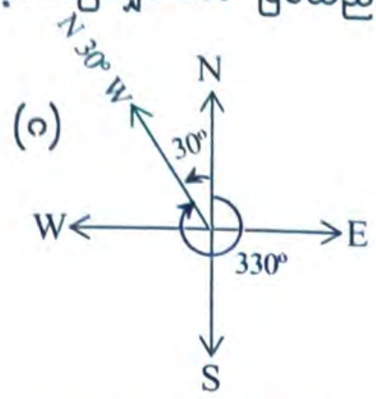
N 60° E ကို ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့်ဖော်ပြလျှင် 060° ဖြစ်သည်။

(ခ)



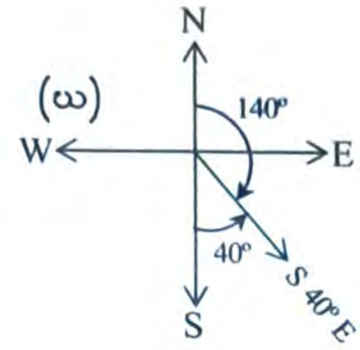
S 35° W ကို ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့်ဖော်ပြလျှင် 215° ဖြစ်သည်။

(ဂ)



N 30° W ကို ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့်ဖော်ပြလျှင် 330° ဖြစ်သည်။

(ဃ)

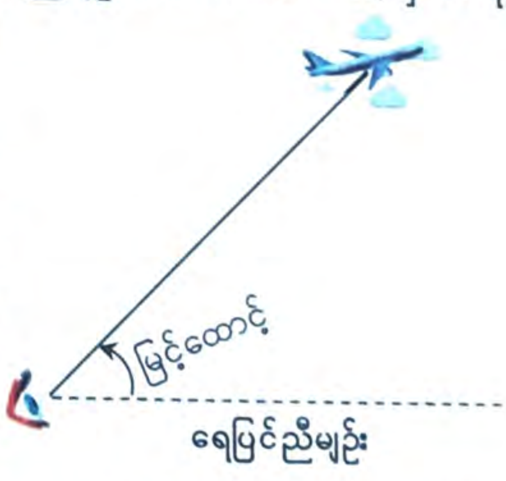


S 40° E ကို ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့်ဖော်ပြလျှင် 140° ဖြစ်သည်။

၆.၃ မြင့်ထောင့်နှင့်နိမ့်ထောင့်

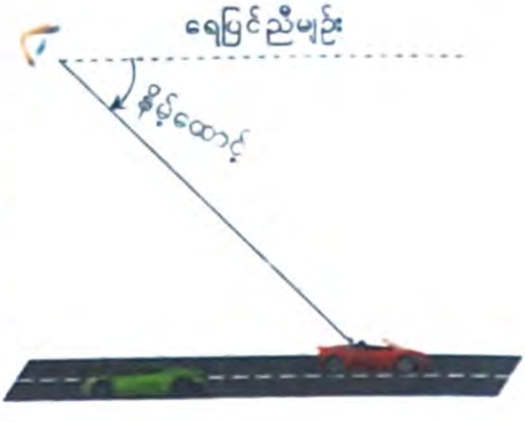
အရာဝတ္ထုများ၏ တည်နေရာကိုညွှန်ပြရာတွင် ရေပြင်ညီမျဉ်း (horizontal line) မှ ဒီဂရီမည်မျှစောင်း၍တည်ရှိနေသည်ဟုလည်းဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

ကမ္ဘာ့မြေမျက်နှာပြင်အထက်တွင် ပျံသန်းနေသောလေယာဉ်ပျံတစ်စင်း၏တည်နေရာကို ရှာလိုသည်ဆိုပါစို့။ ရှေးဦးစွာမျက်စိနှင့် တစ်ပြေးတည်းဖြစ်သောရေပြင်ညီမျဉ်းကိုစ၍ ချိန်ကြည့်ရမည်။ ထို့နောက် မျက်စိဖြင့် လေယာဉ်ပျံကို မြင်ရသည်အထိ အထက်သို့ မော့၍ ကြည့်ရမည်။



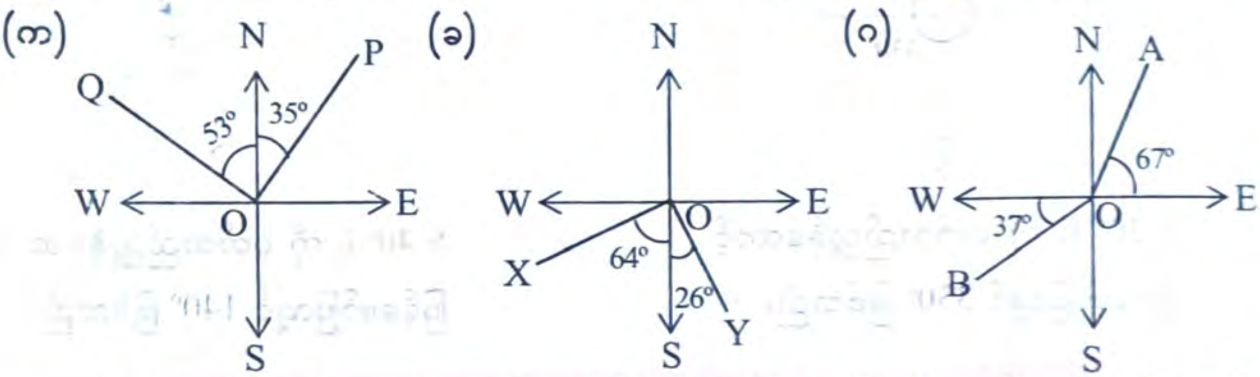
ထိုသို့ ရေပြင်ညီမျဉ်းမှ အပေါ်ဘက်သို့ မော့ကြည့်ရသောထောင့်ကို **မြင့်ထောင့် (angle of elevation)** ဟုခေါ်သည်။

အထပ်မြင့်တိုက်ပေါ်မှ လမ်းပေါ်တွင် ရပ်ထားသောကားတစ်စီး၏ တည်နေရာကိုရှာလိုသည်ဆိုပါစို့။ ရှေးဦးစွာ မျက်စိနှင့် တစ်ပြေးတည်းဖြစ်သောရေပြင်ညီမျဉ်းကိုစ၍ ချိန်ကြည့်ရမည်။ ထို့နောက် မျက်စိဖြင့် ကြည့်လိုသောကားသို့ မြင်ရသည်အထိ အောက်သို့ငုံ့၍ကြည့်ရမည်။ ထိုသို့ ရေပြင်ညီမျဉ်းမှ အောက်ဘက်သို့ငုံ့၍ကြည့်ရသောထောင့်ကို **နိမ့်ထောင့် (angle of depression)** ဟုခေါ်သည်။



လေ့ကျင့်ခန်း ၆.၁

၁။ အောက်ပါပုံအသီးသီးရှိ ပေးထားသောအမှတ်များ၏ O မှတည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များကိုရှာပါ။



၂။ အောက်ပါတည်ရပ်ညွှန်ထောင့်များကို ပုံကြမ်းများဆွဲ၍ ဖော်ပြပါ။ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ပုံစံဖြင့်လည်း ရေးပြပါ။

(က) N 34° E (ခ) N 34° W (ဂ) S 43° E (ဃ) S 73° W

၃။ အောက်ပါပတ်လည်ညွှန်ထောင့်များကို ပုံကြမ်းများဆွဲ၍ ဖော်ပြပါ။

(က) 025° (ခ) 098° (ဂ) 210° (ဃ) 345°

၄။ အောက်ဖော်ပြပါ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်များသည် မည်သည့်အရပ်မျက်နှာများကို ဖော်ပြနေသနည်း။

(က) 022° 30' (ခ) $112\frac{1}{2}^{\circ}$ (ဂ) $202\frac{1}{2}^{\circ}$ (ဃ) 292° 30'

၅။ ENE အရပ်နှင့် ဆန့်ကျင်ဘက်ဖြစ်သော အရပ်ကိုရှာပါ။

၆။ သင်္ဘောတစ်စင်းသည် ပင်လယ်ပြင်တွင် NNE အရပ်သို့ ခုတ်မောင်းနေရာမှ နာရီလက်တံအတိုင်း $67\frac{1}{2}$" လှည့်လိုက်သော် သင်္ဘောဦးတည်ခုတ်မောင်းနေသည့် အရပ်မျက်နှာကိုရှာပါ။

၇။ ကလေးတစ်ယောက်သည် စွန်တစ်ခုကို မြင့်ထောင့် 52" 25' ဖြင့် လွှတ်တင်ထားလျှင် ထောင့်မတ်မျဉ်းနှင့် စွန်ကြိုးကြားရှိထောင့်ကို ရှာပါ။ (စွန်ကြိုးသည် ဖြောင့်တန်းနေသည်ဟု ယူဆပါ။)

၈။ ဆေးသုတ်သမားတစ်ယောက်သည် တိုက်နံရံတစ်ခုကိုမှီ၍ လှေကားထောင်ထားရာ လှေကားသည် တိုက်နံရံနှင့် 27" စောင်း၍တည်ရှိနေလျှင် လှေကားအခြေမှ ကြည့်သောအခါ လှေကားထိပ်သည် မြေပြင်မှ မြင့်ထောင့်မည်မျှတွင် တည်ရှိနေသနည်း။

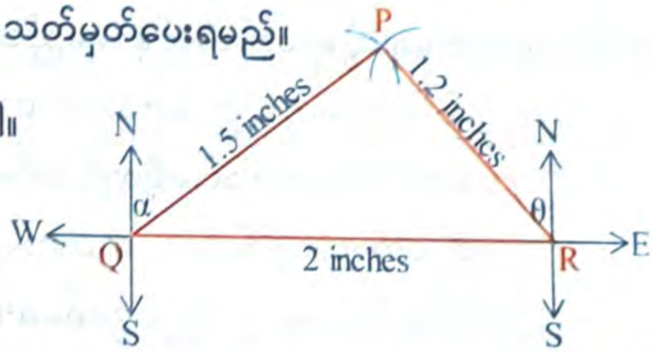
၆.၄ အချိုးကျပုံဆွဲ၍ညွှန်ထောင့်နှင့်အကွာအဝေးကိုရှာခြင်း

လက်တွေ့ဘဝရှိပစ္စည်းများကို တိကျသောအချိုးအစားတစ်ခုဖြင့်ချဲ့၍ဆွဲခြင်း သို့မဟုတ် ချုံ့၍ဆွဲခြင်းမျိုးကို **အချိုးကျပုံဆွဲခြင်း** ဟုခေါ်သည်။ မြေပြင်ပေါ်ရှိ အတိုင်းအတာများ၏ညွှန်ထောင့်နှင့်အကွာအဝေးတို့ကို အချိုးကျပုံများဆွဲခြင်းဖြင့် လက်တွေ့အတိုင်းအတာများနှင့်အနီးစပ်ဆုံးရှာနိုင်ကြောင်းကို အောက်ပါဥပမာများနှင့်တကွ လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ ၁။ P, Q, R ကျောင်းသုံးကျောင်းရှိရာ R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူး 20 miles အကွာ တွင်ရှိပြီး Q နှင့် R ကို လမ်းဖြောင့်တစ်ခုဖြင့်ဆက်သွယ်ထားသည်။ P သည် လမ်း QR ၏ မြောက်ဘက်တွင်ရှိပြီး၊ Q မှ 15 miles ၊ R မှ 12 miles အကွာတွင်တည်ရှိနေသော် P သည် Q နှင့် R တို့၏ မည်သည့်အရပ်မျက်နှာ၌ ရှိသည်ကိုရှာမည်ဆိုပါစို့။

ရှေးဦးစွာ သင့်လျော်သောစကေးကို သတ်မှတ်ပေးရမည်။

စကေး။ 10 miles = 1 inch ထားပါ။
20 miles = 2 inches
15 miles = 1.5 inches
12 miles = 1.2 inches

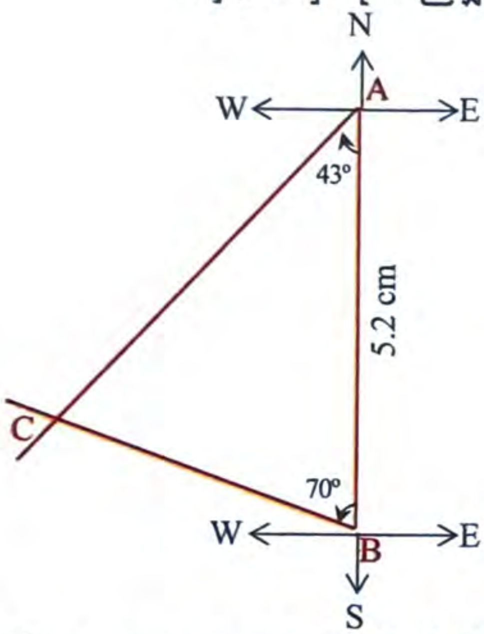


Q တွင် အရပ်လေးမျက်နှာဆွဲပါ။ R သည် Q ၏ အရှေ့စူးစူး 20 miles အကွာတွင်ရှိသည်ဆိုသောကြောင့် Q မှ အရှေ့ဘက် 2 inches အကွာအဝေးတွင် R ကိုထားပါ။ P သည် Q မှ 15 miles အကွာ QR မျဉ်း၏မြောက်ဘက်တွင်ရှိသောကြောင့် Q ကိုဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက်

1.5 inches ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို QR ၏ မြောက်ဘက်တွင်ဆွဲပါ။ တစ်ဖန် R တွင် အရပ်လေးမျက်နှာကိုဆွဲပါ။ P သည် R မှ 12 miles အကွာတွင်ရှိသောကြောင့် R ကို ဗဟိုပြု၍ အချင်းဝက် 1.2 inches ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို QR ၏မြောက်ဘက်တွင်ဆွဲပါ။ ပထမအဝန်းပိုင်းကို P ၌ဖြတ်ပါစေ။ ထို့နောက် P နှင့် Q ၊ P နှင့် R တို့ကိုဆက်ပါ။ ထိုအခါ ကျောင်းသုံးကျောင်း၏ တည်နေရာကို ဖော်ပြသည့်ပုံကို ရရှိသည်။ α နှင့် θ တို့ကို ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်းသုံး၍ တိုင်းတာခြင်းဖြင့် $\alpha = 53^\circ$ နှင့် $\theta = 42^\circ$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ထို့ကြောင့် P သည် Q ၏ N 53° E အရပ်တွင်ရှိပြီး R ၏ N 42° W အရပ်တွင်ရှိသည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် P သည် Q ၏ 053° အရပ်တွင်ရှိပြီး R ၏ 318° အရပ်တွင်ရှိသည်။

ပုံစံတွက်။ ဥယျာဉ် A သည် မြို့ B ၏ မြောက်စူးစူး 52 miles အကွာတွင်တည်ရှိ၍ မြို့ C သည် ဥယျာဉ် A ၏ S 43° W တွင်ရှိပြီး မြို့ B ၏ N 70° W တွင်ရှိသော် C သည် A နှင့် B မှ မိုင်မည်မျှစီ ဝေးသနည်း။



စကေး။ 10 miles = 1 cm ထားပါ။

52 miles = 5.2 cm

ပုံကိုအချိုးကျဆွဲပြီးနောက် တိုင်းတာကြည့်သောအခါ

AC = 5.3 cm နှင့် BC = 3.9 cm ရရှိသည်။

စကေးအရ

A မှ C ၏အကွာအဝေး $= 5.3 \times 10 = 53$ miles

B မှ C ၏အကွာအဝေး $= 3.9 \times 10 = 39$ miles

အချိုးကျပုံများရေးဆွဲရာတွင်လိုက်နာရမည့်အချက်များ

(၁) ပုံကြမ်းတစ်ခုကိုဆွဲ၍ ပေးထားသောအလျားများနှင့် ထောင့်များကိုမှတ်ထားပါ။

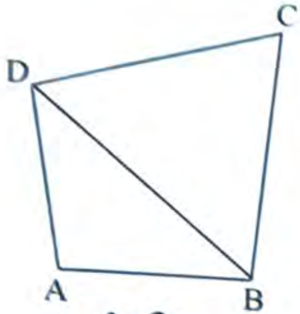
(၂) စကေးကိုပေးထားခြင်းမရှိလျှင်သင့်လျော်သောစကေးကိုရွေးပါ။ ထိုစကေးကိုအချိုးကျပုံ၏ အောက်တွင်ဖြစ်စေ၊ အထက်တွင်ဖြစ်စေရေးပါ။

(၃) ပုံကြမ်းကိုသေချာစွာကြည့်ရှုစစ်ဆေးပြီးလျှင် ပုံချောကိုသေသပ်မှန်ကန်စွာဆွဲပါ။ ပုံကို သေသပ်စွာနှင့် တိကျပြတ်သားစွာဆွဲနိုင်မှသာ အဖြေမှန်ကို ရမည်ဖြစ်သည်။

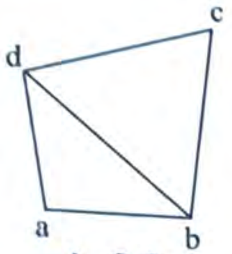
(၄) အလိုရှိသော အကွာအဝေးနှင့် အမြင့် စသည်တို့ကို အဖြေပေးရာ၌ စကေးဖြင့်ပြန်လည်တွက်၍ ပကတိအတိုင်းအတာများကိုသာပေးပါ။

ပေကြိုးဖြင့်မြေတိုင်းခြင်း

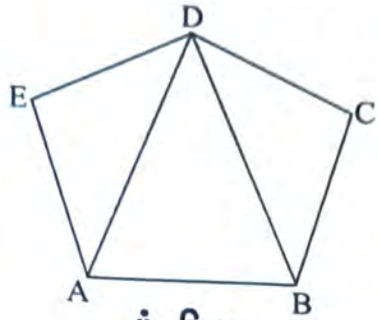
ပေကြိုးဖြင့်မြေတိုင်းခြင်းကို သေးငယ်သောမြေနေရာများ တိုင်းတာရာတွင် အသုံးပြုလေ့ရှိသည်။ တိုင်းလိုသောမြေကွက်သည် ပုံ ၆.၅ မှာကဲ့သို့စတုဂံပုံဖြစ်ပါက ရှေးဦးစွာစာရွက်မျဉ်းထစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ထို့နောက် တြိဂံနှစ်ခုရအောင် ထောင့်ဖြတ်သို့ တိုင်းရသည်။ ရရှိလာသော အတိုင်းအတာများကို ပုံကြမ်းတွင် ထည့်သွင်းရေးဆွဲပြီးလျှင် သင့်လျော်သော အတိုင်းအတာစကေးကိုအသုံးပြု၍ ပုံ ၆.၆ ကဲ့သို့ အချိုးကျပုံကိုရေးဆွဲနိုင်သည်။



ပုံ ၆.၅



ပုံ ၆.၆



ပုံ ၆.၇

အကယ်၍မြေကွက်သည်ငါးထောင့်ပုံဖြစ်နေလျှင် ပုံ ၆.၇ ကဲ့သို့ တြိဂံများဖွဲ့၍တိုင်းတာနိုင်သည်။ မြေကွက်ပေါ်ရှိ သစ်ပင်၊ ရေတွင်းစသည်တို့ကို ထည့်သွင်းရေးဆွဲလိုသောအခါ ယင်းတို့နှင့်မြေကွက်၏ထောင့်စွန်းနှစ်ခုအကွာအဝေးကို တိုင်းတာ၍ ကွန်ပါအသုံးပြုပြီး အချိုးကျပုံတွင် ထည့်သွင်းရေးဆွဲနိုင်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၆.၂

၁။ A သည် B ၏ တောင်စူးစူး 9.5 miles ၊ C ၏ အနောက်စူးစူး 12 mile အကွာတွင်ရှိ၏။ C သည် B ၏ မည်သည့်အရပ်တွင်တည်ရှိ၍ မိုင်မည်မျှကွာဝေးသနည်း။

၂။ ကျေးရွာ A သည် ကျေးရွာ B ၏ အနောက်ဘက်တည့်တည့် 4 miles အကွာတွင်ရှိ၍ကျေးရွာ C သည် B ၏ အရှေ့တောင်တည့်တည့် 7 miles အကွာတွင်ရှိသော် A သည် C ၏ မည်သည့်အရပ်၊ မိုင်မည်မျှအကွာတွင် တည်ရှိသနည်း။

၃။ ရွာတန်းရှည်ရွာသည် သာယာကုန်းရွာ၏အရှေ့စူးစူး 6 miles အကွာတွင်တည်ရှိ၍ထန်းပင်ကုန်းရွာသည် ပထမနှစ်ရွာကို ဆက်ထားသောလမ်း၏တောင်ဘက်တွင် ရှိပြီး ရွာတန်းရှည်ရွာမှ 4 miles၊ သာယာကုန်းရွာမှ 5 miles အကွာတွင် တည်ရှိသည်။ ထန်းပင်ကုန်းရွာသည် ရွာတန်းရှည်ရွာနှင့် သာယာကုန်းရွာတို့၏ မည်သည့်အရပ်တွင် တည်ရှိနေသနည်း။

သင်္ဘောတစ်စင်းသည် နေရာတစ်ခုမှ အရှေ့စူးစူးသို့ 45 miles သွားပြီးလျှင် မြောက်စူးစူးသို့လှည့်၍ 30 miles သွားပြီး ကျောက်ချနေသည်။ သင်္ဘောသည် စထွက်သောနေရာမှ မိုင်မည်မျှဝေး၍ မည်သည့်ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်အရပ်တွင် ရောက်နေသနည်း။

၅။ လူတစ်ယောက်သည် နေရာ A မှထွက်၍ တောင်စူးစူးသို့ 2 miles လျှောက်ရာ နေရာ B သို့ ရောက်၏။ B မှ အနောက်တောင်ထောင့်တည့်တည့်သို့ 3 miles လျှောက်ရာ နေရာ C သို့ရောက်၏။ ထို့နောက် အနောက်စူးစူးသို့ 1 mile လျှောက်ရာ နေရာ D သို့ရောက်၏။ D သည် A မှ မည်မျှဝေး၍ မည်သည့်အရပ်တွင်ရှိနေသနည်း။

၆။ A, B, C, D အိမ်လေးလုံးရှိရာ B သည် A ၏အရှေ့စူးစူး 650 m အကွာတွင်ရှိ၍ C သည် B ၏ S 30° E အရပ် 460 m အကွာတွင်ရှိ၏။ D သည် C ၏ S 60° W အရပ်တွင် ရှိ၍ C မှ 350 m ကွာဝေးသော် D သည် A မှ မီတာမည်မျှဝေး၍ A ၏မည်သည့် အရပ်တွင်တည်ရှိသနည်း။

၇။ အပြေးသမားနှစ်ဦးသည် တူညီသော စမှတ်မှ နံနက် 6:00 အချိန်တွင် စပြေးရာ တစ်ဦးသည် မြောက်ဘက်သို့ မျက်နှာမူ၍ တစ်နာရီလျှင် 6 miles နှုန်းဖြင့် ပြေးပြီး အခြားတစ်ဦးသည် N 68° E အရပ်သို့ တစ်နာရီလျှင် 8 miles နှုန်းဖြင့်ပြေးသော် နံနက် 8:00 တွင်ရှိနေမည့် အပြေးသမားနှစ်ဦးကြားရှိ အကွာအဝေးကိုရှာပါ။

၈။ အလျား 650 m ရှည်သော လမ်း MN သည် M မှ အရှေ့အရပ်သို့ ဖြောင့်တန်းစွာ တည်ရှိနေသည်။ ထိုလမ်း၏ဘေးတွင်ရှိသော သစ်ပင်တစ်ပင်သို့ M နှင့် N တို့မှ ပတ်လည်ညွှန်ထောင့်ဖြင့်တိုင်းလျှင် 053° နှင့် 305° အသီးသီးဖြစ်ကြသော် သစ်ပင်နှင့် လမ်း MN မည်မျှကွာဝေးသနည်း။

၉။ တြိဂံပုံရှိသော ABC မြေကွက်တစ်ခု၏အနားများမှာ AB = 34 m, BC = 26 m, AC = 32 m ရှိသော် 1 လက်မလျှင် 10 m စကေးဖြင့် အချိုးကျပုံတစ်ပုံကိုဆွဲပြီးလျှင် A, B, C ထောင့်သုံးခုကို တိုင်းပါ။

၁၀။ ကျောင်းတစ်ကျောင်းတည်းမှ ကျောင်းသားသုံးယောက်တို့သည် ယင်းတို့နေအိမ်အသီးသီးသို့ ပြန်လာကြ၏။ ပထမကျောင်းသား၏အိမ်သည် ကျောင်း၏အရှေ့မြောက်အရပ် 600 m အကွာတွင် ရှိပြီး ဒုတိယကျောင်းသား၏အိမ်သည် ကျောင်း၏အရှေ့တောင်အရပ် 530 m နှင့် တတိယကျောင်းသား၏အိမ်သည် ကျောင်း၏တောင်အရပ် 510 m အကွာ တွင်ရှိလျှင် အိမ်အသီးသီးကြားတွင်ရှိသော အကွာအဝေးတို့ကို ရှာပါ။

၁၁။ ကြိဝံပုံမြေကွက်တစ်ခုကိုတိုင်းရာ အနားတစ်ဖက်သည် 260 m ရှိ၍ ယင်း၏အစွန်းနှစ်ဖက်တွင်ရှိသောထောင့်များမှာ 42° နှင့် 56° အသီးသီးရှိသော် ထိုမြေကွက်၏စနစ်ပုံကို ရေးဆွဲပြီးလျှင် ကျန်အနားနှစ်ဖက်ကိုရှာပါ။

၁၂။ ထောင့်မှန်ကျ၍ ဖြောင့်တန်းနေသော လမ်းနှစ်ခုဆုံရာလမ်းထောင့်မှ ကျောင်းသားနှစ်ယောက်သည် လမ်းနှစ်လမ်းအတိုင်း ထွက်ခွာသွားကြသည်။ တစ်ယောက်သည် 12 miles နှင့် အခြားတစ်ယောက်သည် 9 miles ရောက်ကြသောအခါ အဝန်းမြေကြသည်။ သူတို့နှစ်ယောက်သည် တစ်ယောက်နှင့်တစ်ယောက် ခရီးမိုင်မည်မျှအကွာတွင် ရှိနေကြသနည်း။

၁၃။ P, Q, R ရွာသုံးရွာသည် မျဉ်းတစ်ကြောင့်တည်းရှိနေပြီး P မှ Q သို့ 3.5 miles, Q မှ R သို့ 2.5 miles ကွာဝေး၏။ S ရွာသည် P မှ 3.7 miles, Q မှ 1.5 miles ကွာဝေးလျှင် R မှ မိုင်မည်မျှကွာဝေးသနည်း။