ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ
ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

ကျောင်းသုံးစာအုပ်

သင်္ချာ

အဋ္ဌမတန်း

နိုင်ငံတော်မှ အခမဲ့ထောက်ပံ့ပေးပါသည်။
အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း
သင်ရိုးမာတိကာနှင့် ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ
၂၀၂၂-၂၀၂၃

၂၀၂၂ ခုနှစ်၊ မတ်လ၊ အုပ်ရေ - ၁၂၈၅၃၅၃ အုပ်

၂၀၂၂ - ၂၀၂၃ ပညာသင်နှစ်

**အခြေခံပညာ သင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည်။**

အလုပ်အမိန့်အမှတ် - H ၃၄ / ၂၂ ဖြင့်

မြဝတီစာပေတိုက်၊ ရန်ကုန်မြို့တွင် ပုံနှိပ်သည်။

အင္ဂမတန်း

သချာ်-၁

ကျောင်းသုံးစာအုပ်မိတ်ဆက်

ဤအခန်းတွင် သင်္ချာ ၁ ဘာသာရပ်အကြောင်းနှင့် ယင်းဘာသာရပ်ကို လက်တွေ့ဘဝတွင် အသုံးချပုံများကိုပိုမိုနားလည်နိုင်စေမည့်အသိပညာ၊ ကျွမ်းကျင်မှုအသစ်များဖွံ့ဖြိုးလာရန် ဆရာ၊ ဆရာမများနှင့်အတူ အဖွဲ့လိုက်လုပ်ငန်းများ လုပ်ဆောင်သင်ယူမည်။ ထို့အပြင် ပြဿနာအခက်အခဲများကိုဖြေရှင်းထုတ်ရန်နှင့် စဉ်းစားတွေးခေါ်ဖန်တီးတတ်ရန် လေ့လာသင်ယူမည်။ အချို့စာသင်ချိန်များတွင် အဖွဲ့လိုက်လုပ်ဆောင်ကြပြီး၊ အချို့စာသင်ချိန်များတွင် အတန်းလိုက် သို့မဟုတ် တစ်ဦးချင်း လေ့လာသင်ယူကြမည်ဖြစ်သည်။

သင်ယူရမည့်အကြောင်းအရာများ

ဤအဋ္ဌမတန်း၊ သင်္ချာ ၁ ဘာသာရပ်ကျောင်းသုံးစာအုပ်တွင် အောက်ပါအဓိကအကြောင်းအရာများ ပါဝင်သည်။

အခန်း ၁	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ
အခန်း ၂	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ထပ်ကိန်းများ
အခန်း ၃	အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများ
အခန်း ၄	အမြှောက်ပုံသေနည်းများနှင့်ဆခွဲကိန်းခွဲနည်းများ
အခန်း ၅	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ
အခန်း ၆	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများ
အခန်း ၇	မညီမျှချက်
အခန်း ၈	မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများ
အခန်း ၉	အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါညီမျှခြင်းများ
အခန်း ၁၀	ပုံသေနည်းများကိုတည်ဆောက်ခြင်းအသုံးပြုခြင်းနှင့်ပဓာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်း
အခန်း ၁၁	ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ပေါ်တွင်အမှတ်များနေရာချထားခြင်း
အခန်း ၁၂	စာရင်းအင်းသင်္ချာ
အခန်း ၁၃	အချိုးတူနှင့်ရာခိုင်နှုန်း
အခန်း ၁၄	လူမှုရေးသင်္ချာ

သင်ယူကြရမည့်နည်းလမ်းများ

သင်ခန်းစာအားလုံးတွင် တက်ကြွစွာပါဝင်သင်ယူနိုင်ရန် အထောက်အကူပြုမည့် C -၅လုံး ကို အရေးပါသော ၂၁ ရာစုကျွမ်းကျင်မှုများအဖြစ် ဆရာက အသုံးပြုသင်ကြားပေးမည်။

- ✓ ပူးပေါင်းဆောင်ရွက်ခြင်း (Collaboration) - သင်ခန်းစာများသင်ယူရာတွင် ကျောင်းသားများသည် အတန်းဖော်များနှင့်အုပ်စုဖွဲ့ပြီး အတွေးအခေါ်များမျှဝေခြင်း၊ အဖြေများ အတူရှာဖွေခြင်းတို့ကို လုပ်ဆောင်မည်။
- ✓ ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း (Communication) - ဘာသာစကားသင်ခန်းစာများတွင်သာမက ဘာသာရပ်အားလုံးတွင် သင်ခန်းစာများကို ရေးခြင်း၊ ဖတ်ခြင်း၊ ပြောခြင်း၊ နားထောင်ခြင်းနှင့် နှုတ်ဖြင့်ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း၊ ကိုယ်အမူအရာဖြင့် ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း စသည့် ကျွမ်းကျင်မှုများ ဖွံ့ဖြိုးလာမည်။
- ✓ လေးနက်စွာဆန်းစစ်ဝေဖန်ခြင်းနှင့်ပြဿနာဖြေရှင်းခြင်း (Critical Thinking and Problem Solving) - ဖြေရှင်းရန် စိတ်ဝင်စားဖွယ်ပြဿနာများ၏အဖြေများကို ရှာဖွေခြင်းနှင့်တင်ပြခြင်း၊ အမှားများကို ရှာဖွေခြင်းနှင့် ပြုပြင်ခြင်းတို့ပြုလုပ်ရလိမ့်မည်။
- ✓ တီထွင်ဖန်တီးခြင်း (Creativity and Innovation) - ဘောင်ခတ်ထားသည့် အခြေအနေထဲမှ ထွက်၍ တွေးခေါ်ခြင်းသည် အရေးပါသော ၂၁ ရာစု ကျွမ်းကျင်မှု တစ်ခုဖြစ်သည်။ အတွေးအခေါ်သစ်များရရှိရန်၊ နည်းလမ်းသစ်များဖြင့် ပြဿနာများဖြေရှင်းရန် ကျောင်းသားများကို အားပေးလိမ့်မည်။
- ✓ နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်ခြင်း (Citizenship) - နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်စေရန် ကျောင်းလူမှုအဖွဲ့အစည်းတွင် တက်ကြွစွာ ပါဝင်လုပ်ဆောင်ခြင်း၊ တရားမျှတခြင်း၊ သဘောထားကွဲလွဲမှု ဖြေရှင်းခြင်း စသည်တို့ကို လေ့ကျင့်သင်ယူရမည်။

တသင်နှစ်အဆုံးတွင်သိရှိသွားပြီးလုပ်ဆောင်နိုင်မည့်ရလဒ်များ

အဋ္ဌမတန်း သင်္ချာ ဘာသာရပ်ကို သင်ကြားပြီးသောအခါ ကျောင်းသူ ကျောင်းသား များသည် အောက်ပါတို့ကို လုပ်ဆောင်နိုင်မည်။

- ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် ဖော်ပြတတ်ပြီး ယင်းတို့၏ပကတိတန်ဖိုးများကို ရှာတတ်မည်။
- ရာရှင်နယ်ကိန်းများအချင်းချင်း ပေါင်းခြင်း နုတ်ခြင်း မြှောက်ခြင်းနှင့် စားခြင်းဆိုင်ရာ ပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းတတ်မည်။
- ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ထပ်ကိန်း ထပ်ကိန်းရင်းများနှင့် ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာဥပဒေသများကို နားလည်သဘောပေါက်၍ ပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းတတ်မည်။
- အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာဥပဒေသများကို အသုံးပြု၍ အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ရှင်းနိုင်မည်။
- အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်မည်ဖြစ်ပြီး ယင်းတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းနှင့် အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းတို့ကို ရှာတတ်မည်။
- အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများကို အရိုးဆုံးပုံစံဖြင့်ဖော်ပြနိုင်မည်ဖြစ်ပြီး အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများအချင်းချင်းပေါင်းခြင်း နုတ်ခြင်း မြှောက်ခြင်းနှင့် စားခြင်းဆိုင်ရာ ပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းတတ်မည်။
- ညီမျှခြင်းသဘောတရားနှင့် ညီမျှချက်ဂုဏ်သတ္တိများကို နားလည်သဘောပေါက်၍ ပုစ္ဆာများကိုဖြေရှင်းတတ်မည်။
- မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများဖြေရှင်းခြင်းအကြောင်းကို နားလည်သဘောပေါက်၍ လက်တွေ့ဘဝပြဿနာများဖြေရှင်းရာတွင် အသုံးချနိုင်မည်။
- စာသားဖြင့်ဖော်ပြထားသောဆက်သွယ်ချက်များကို ပုံသေနည်းများတည်ဆောက်နိုင်မည်ဖြစ်ပြီး ပဓာနကိန်းကိုလည်း ပြောင်းလဲတတ်မည်ဖြစ်သည်။
- ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင်အမှတ်များကို နေရာချတတ်ပြီး အမှတ်နှစ်ခုကြား အကွာအဝေးကို ရှာတတ်မည်။

- စာရင်းအင်းဆိုင်ရာအချက်အလက်များကို ထပ်ကြိမ်ပြဇယား၊ ဟစ္စတိုဂရမ်၊ ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံတို့ဖြင့်ဖော်ပြတတ်မည်။
- ဗဟိုပြုတိုင်းတာချက်များဖြစ်ကြသည့် ကြိမ်များကိန်း၊ သမတ်ကိန်း၊ အလယ်ကိန်းနှင့် လေးစိတ်ပိုင်းကိန်းတို့အကြောင်းကို နားလည်သဘောပေါက်၍ လက်တွေ့ဘဝတွင် အသုံးချနိုင်မည်။
- အချိုးတူခြင်းများကို ဂရပ်ဆွဲ၍ဖော်ပြတတ်မည်ဖြစ်ပြီး ဂရပ်များကိုကြည့်၍ မည်သို့အချိုးတူနေကြောင်း ကောက်ချက်ချနိုင်မည်။
- ရောင်းဈေး၊ ဝယ်ဈေးနှင့် အရှုံးအမြတ်ဆိုင်ရာပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်ဖြစ်ပြီး နေ့စဉ်လူနေမှုဘဝတွင်လည်း အသုံးချနိုင်မည်။

မာတိကာ

သချ်ာ–၁

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အခန်း ၁	**ရာရှင်နယ်ကိန်းများ**	**၁**
၁. ၁	ရာရှင်နယ်ကိန်းများ	၁
၁. ၂	ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုနှိုင်းယှဉ်ခြင်း	၃
၁. ၃	ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကိုမြားဖြင့်ဖော်ပြခြင်း	၄
၁. ၄	ပကတိတန်ဖိုး	၅
၁. ၅	ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း	၇
၁. ၆	ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများ	၉
၁. ၇	ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုနုတ်ခြင်း	၁၀
၁. ၈	ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုမြှောက်ခြင်း	၁၁
၁. ၉	ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုစားခြင်း	၁၂
၁. ၁၀	လုပ်ထုံးများဆိုင်ရာအစီအစဉ်	၁၄
အခန်း ၂	**ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ထပ်ကိန်းများ**	**၁၆**
၂. ၁	အခြေကိန်းနှင့်ထပ်ညွှန်း	၁၆
၂. ၂	အခြေတူထပ်ကိန်းများမြှောက်ခြင်း	၁၉
၂. ၃	အခြေတူထပ်ကိန်းများစားခြင်း	၂၀
၂. ၄	ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်း	၂၂
၂. ၅	မြှောက်လဒ်၏ထပ်ကိန်းများ	၂၃
၂. ၆	စားလဒ်၏ထပ်ကိန်းများ	၂၃
၂. ၇	နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ	၂၅

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အခန်း ၃	အကွာရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများ	၂၉
၃.၁	အကွာရာကိန်းတန်းများပေါင်းခြင်း	၂၉
၃.၂	အကွာရာကိန်းတန်းများနုတ်ခြင်း	၃၁
၃.၃	အကွာရာကိန်းတန်းများမြှောက်ခြင်း	၃၂
၃.၄	အကွာရာကိန်းတန်းများစားခြင်း	၃၈
အခန်း ၄	အမြှောက်ပုံသေနည်းများနှင့်ဆခွဲကိန်းခွဲနည်းများ	၄၃
၄.၁	အုပ်စုဖွဲ့၍ဆခွဲကိန်းရှာခြင်း	၄၃
၄.၂	ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်းတို့၏မြှောက်လဒ်	၄၅
၄.၃	နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုတို့၏နုတ်ခြင်းကိုဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း	၄၆
၄.၄	ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုကိုနှစ်ထပ်ပြုခြင်း	၄၇
၄.၅	နှစ်ထပ်ကိန်းတိပုံစံပြောင်းနိုင်သောတြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများ	၄၉
၄.၆	နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းများကိုဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း	၅၁
၄.၇	ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း၏သုံးထပ်ကိန်း	၅၃
၄.၈	သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု၏ပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်းတို့၏ဆခွဲကိန်းများ	၅၈
၄.၉	အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း	၆၀
၄.၁၀	အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း	၆၁
အခန်း ၅	အကွာရာအပိုင်းကိန်းများ	၆၃
၅.၁	အကွာရာအပိုင်းကိန်းများ၏အဓိပ္ပာယ်	၆၃
၅.၂	အကွာရာအပိုင်းကိန်းများကိုအရှင်းဆုံးပုံစံဖွဲ့ခြင်း	၆၄
၅.၃	အကွာရာအပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်း	၆၅
၅.၄	အကွာရာအပိုင်းကိန်းများ၏မြှောက်ခြင်းနှင့်စားခြင်း	၆၆

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အခန်း ၆	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများ	၆၈
၆. ၁	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများဖြေရှင်းခြင်း	၆၈
၆. ၂	အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသောဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ	၇၂
အခန်း ၇	မညီမျှချက်	၇၇
၇. ၁	မညီမျှချက်	၇၇
၇. ၂	မညီမျှခြင်း၏ဂုဏ်သတ္တိများ	၇၈
၇. ၃	မညီမျှခြင်း	၈၂
အခန်း ၈	မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများ	၈၈
၈. ၁	မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းခြင်း	၈၈
၈. ၂	မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများနှင့် သက်ဆိုင်သောဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ	၉၇
အခန်း ၉	အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါညီမျှခြင်းများ	၁၀၂
၉. ၁	ညီမျှခြင်းတစ်ခုမှရှာလိုသောအက္ခရာကိုအခြားအက္ခရာများဖြင့် ဖော်ပြခြင်း	၁၀၂
၉. ၂	စာသားများဖြင့်ဖော်ပြသောပုစ္ဆာများဖြေရှင်းခြင်း	၁၀၅
အခန်း ၁၀	ပုံသေနည်းများကိုတည်ဆောက်ခြင်းအသုံးပြုခြင်းနှင့်ပဓာနကိန်း ပြောင်းလဲခြင်း	၁၀၈
၁၀. ၁	ပုံသေနည်းတည်ဆောက်ခြင်းနှင့်အသုံးပြုခြင်း	၁၀၈
၁၀. ၂	ပဓာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်း	၁၁၃

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အခန်း ၁၁	ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ပေါ်တွင်အမှတ်များနေရာချထားခြင်း	၁၁၇
၁၁. ၁	ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီ	၁၁၇
၁၁. ၂	အမှတ်တစ်ခု၏တည်နေရာကိုဖော်ပြခြင်း	၁၁၈
၁၁. ၃	အမှတ်တစ်ခုကိုနေရာချခြင်း	၁၂၀
၁၁. ၄	အမှတ်နှစ်ခုကြားအကွာအဝေး	၁၂၇
အခန်း ၁၂	စာရင်းအင်းသင်္ချာ	၁၂၈
၁၂. ၁	ထပ်ကြိမ်ပြဇယား	၁၂၈
၁၂. ၂	ဟစ္စတိုဂရမ်	၁၃၀
၁၂. ၃	ထပ်ကြိမ်ဗဟုဂံ	၁၃၅
၁၂. ၄	ဗဟိုပြုတိုင်းတာချက်များ	၁၃၈
အခန်း ၁၃	အချိုးတူနှင့်ရာခိုင်နှုန်း	၁၄၄
၁၃. ၁	အချိုးတူ	၁၄၄
၁၃. ၂	တိုက်ရိုက်အချိုးတူ	၁၄၆
၁၃. ၃	ပြောင်းပြန်အချိုးတူ	၁၄၇
၁၃. ၄	တိုက်ရိုက်အချိုးတူနှင့်ဂရပ်များ	၁၄၉
၁၃. ၅	ပြောင်းပြန်အချိုးတူနှင့်ဂရပ်များ	၁၅၀
၁၃. ၆	ရာခိုင်နှုန်း	၁၅၇
အခန်း ၁၄	လူမှုရေးသင်္ချာ	၁၅၈
၁၄. ၁	မက်ထရစ်စနစ်	၁၅၈
၁၄. ၂	အရှုံးနှင့်အမြတ်	၁၆၁

အခန်း ၁ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ

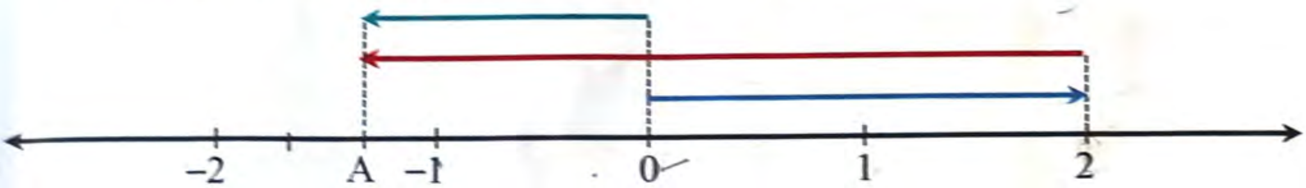
သဘာဝကိန်းများ၊ အပြည့်ကိန်းများ၊ ကိန်းပြည့်များ၊ အပိုင်းကိန်းများနှင့် ဒသမကိန်းများ အကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် အပိုင်းကိန်းများကို ချဲ့ထွင်ထားသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများအကြောင်း ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

ဤသင်ခန်းစာကိုလေ့လာပြီးပါက ရာရှင်နယ်ကိန်း၏အဓိပ္ပာယ်၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ နှိုင်းယှဉ်ခြင်း၊ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏လုပ်ထုံးများနှင့်လုပ်ထုံးဆိုင်ရာ ဂုဏ်သတ္တိများကိုသိရှိပြီး အသုံးချတတ်မည်။

၁.၁ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ (Rational Numbers)

အပိုင်းကိန်းတစ်ခု၏ ယေဘုယျပုံစံမှာ $\frac{a}{b}$ ဖြစ်၍ a နှင့် b တို့သည် အပြည့်ကိန်းများ ဖြစ်ပြီး $b \neq 0$ ဖြစ်ကြောင်းသိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ကိန်းမျဉ်းအသုံးပြု၍ အောက်ပါအပိုင်းကိန်းများ နုတ်ခြင်းပုစ္ဆာကို ဖြေရှင်းကြည့်ပါက အပိုင်းကိန်းများကို ချဲ့ထွင်ရန်လိုအပ်ကြောင်း လေ့လာတွေ့ရှိရမည်။

ဥပမာအားဖြင့် $2-3\frac{1}{3}$ ကို ကိန်းမျဉ်းသုံး၍ ရှာမည်။



ပုံ ၁.၁

ပထမဦးစွာ မူလမှတ်မှ အလျား 2 ယူနစ်ရှိသော ပထမမြားတစ်စင်းကို လက်ယာဘက်သို့ ဆွဲမည်။ ထိုမြားအဆုံးမှ လက်ဝဲဘက်သို့ဦးတည်သည့် အလျား $3\frac{1}{3}$ ယူနစ်ရှိသော ဒုတိယမြား တစ်စင်းကိုဆွဲမည်။ တတိယမြားသည် $2-3\frac{1}{3}$ ယူနစ်ရှိသော မြားတစ်စင်းဖြစ်သည်။ တတိယမြား ၏အဆုံးသည် မူလမှတ်မှ လက်ဝဲဘက်ရှိအမှတ် A သို့ရောက်ရှိနေသည်။ သို့သော် A နှင့်လိုက်ဖက်သောကိန်း မရှိသေးပေ။ "0" ၏ လက်ဝဲဘက်၌အနုတ်ကိန်းပြည့်များ –1, –2, –3, –4, … စသည်ဖြင့်တည်ရှိကြောင်းသိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ "0" ၏ လက်ဝဲဘက် 1 ယူနစ်အကွာအမှတ်ကို –1 ဟုလည်းကောင်း၊ 2 ယူနစ်အကွာအမှတ်ကို –2 ဟုလည်းကောင်း တွဲဖက်ပေးခဲ့ကြသည်။ သို့ဖြစ်လျှင် မူလမှတ် 0 ၏ လက်ဝဲဘက် $1\frac{1}{3}$ ယူနစ်အကွာတွင်ရှိသော A နှင့် တွဲဖက်ပေးမည့်ကိန်းကို $-1\frac{1}{3}$ ဟု သတ်မှတ်မည်။

အပိုင်းကိန်းများနှင့် ယင်းတို့၏လက္ခဏာဆန့်ကျင်ဘက်ကိန်းများကို ရာရှင်နယ်ကိန်းများဟုခေါ်သည်။

မူလအပိုင်းကိန်းများနှင့် ယင်းတို့ကိုချဲ့တွင်ဖန်တီးထားသည့် အပိုင်းကိန်းများသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ။ $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{7}, 4\frac{3}{5}, -\frac{7}{4}$

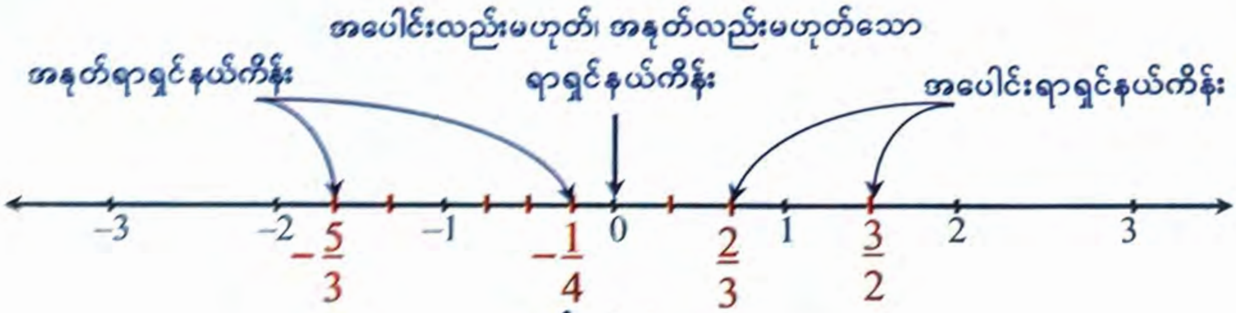
ကိန်းပြည့်တိုင်းကို ပိုင်းခြေ "1" ရှိသော အပိုင်းကိန်းပုံစံဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သောကြောင့် ကိန်းပြည့်တိုင်းသည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ။ $3=\frac{3}{1}, -5=-\frac{5}{1}, 0=\frac{0}{1}$

အဆုံးရှိဒသမကိန်းများနှင့်ပြန်ထပ်ဒသမကိန်းများကို အပိုင်းကိန်းပုံစံနှင့်ဖော်ပြနိုင်သဖြင့် ထိုကိန်းများသည်လည်း ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ။ $1.7=\frac{17}{10}, -0.125=-\frac{125}{1000}=-\frac{1}{8}, \frac{2}{3}=0.\overline{6}, -\frac{11}{18}=-0.\overline{63}$,

ကိန်းပြည့်များနှင့် အပိုင်းကိန်းများနည်းတူ ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုလည်း ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချဖော်ပြနိုင်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုစီကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် အမှတ်တစ်ခုစီဖြင့် ဖော်ပြသည်။ "0" ၏ လက်ယာဘက်တွင် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုလည်းကောင်း "0" ၏ လက်ဝဲဘက်တွင် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုလည်းကောင်း နေရာချသည်။ "0" သည် အပေါင်းလည်းမဟုတ်၊ အနုတ်လည်းမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။



ပုံ ၁.၂

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၁

၁။ $0, -6, 0.333\ldots, 2, \frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, 2.2525\ldots, -2.5, -\frac{6}{3}, -2\frac{1}{4}, \frac{5}{4}, 3.2, \frac{22}{7}$ တို့မှ

(က) အပေါင်းကိန်းပြည့်များ (ခ) အပြည့်ကိန်းများ

(ဂ) အနုတ်ကိန်းပြည့်များ (ဃ) ကိန်းပြည့်များ

(င) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများ (စ) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ရွေးထုတ်ပြပါ။

၂။ -1 နှင့် 1 ကြားရှိ (က) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်း (ခ) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်း ငါးလုံးစီရေးပါ။

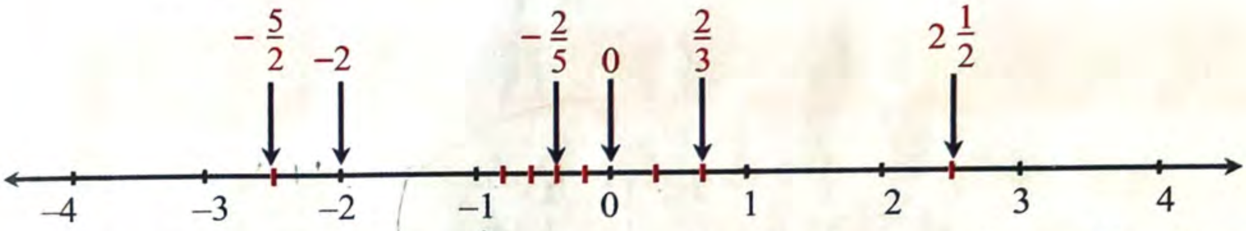
၃။ အောက်ပါရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချပါ။

$3\frac{2}{4}, \frac{11}{4}, -\frac{7}{6}, 2\frac{1}{5}, -1.25, 3.75, \frac{13}{3}$

၁.၂ ရာရှင်နယ်ကိန်းများကိုနှိုင်းယှဉ်ခြင်း

a နှင့် b တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြပြီး ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်နေရာချသောအခါ a သည် b ၏ လက်ယာဘက်တွင် ကျရောက်နေလျှင် a သည် b ထက်ကြီးသည်။ $(a > b)$ တစ်နည်းအားဖြင့် b သည် a အောက်ငယ်သည်။ $(b < a)$

ဥပမာ ၁။ ကိန်းမျဉ်းကို အသုံးပြု၍ $0, -\frac{5}{2}, -\frac{2}{5}, 2\frac{1}{2}, -2, \frac{2}{3}$ တို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ် မည်ဆိုပါစို့။



ပေးထားသောရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် နေရာချပါကပုံတွင်ဖော်ပြထားသည့်အတိုင်းတွေ့ရသည်။

ကိန်းမျဉ်းပေါ်ရှိ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်ကြည့်ပါက လက်ယာဘက်မှ ရာရှင်နယ်ကိန်းသည် လက်ဝဲဘက်မှ ရာရှင်နယ်ကိန်းထက်ကြီးသည်။

ကိန်းအားလုံးကို နှိုင်းယှဉ်လိုက်သော် $2\frac{1}{2} > \frac{2}{3} > 0 > -\frac{2}{5} > -2 > -\frac{5}{2}$ ကိုရသည်။

ထို့ကြောင့် ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်သော် $2\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 0, -\frac{2}{5}, -2, -\frac{5}{2}$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၂

၁။ အောက်ပါကွက်လပ်တို့တွင် $>$ သို့မဟုတ် $<$ သို့မဟုတ် $=$ တို့မှ သင့်လျော်ရာသင်္ကေတတစ်ခုကို ဖြည့်စွက်ပါ။

(က) $-\frac{5}{3}\ \square\ -\frac{3}{5}$ (ခ) $-\frac{1}{2}\ \square\ -\frac{1}{4}$

(ဂ) $\frac{3}{2}\ \square\ 1\frac{1}{2}$ (ဃ) $\frac{11}{10}\ \square\ -1$

(င) $-0.5\ \square\ \frac{1}{2}$ (စ) $\frac{1}{2}\ \square\ \frac{1}{4}$

(ဆ) $\frac{3}{2}\ \square\ -1.5$ (ဇ) $\frac{1}{10}\ \square\ 1$

(ဈ) $\frac{10}{4}\ \square\ -2.5$ (ည) $3\ \square\ -3$

၂။ ကိန်းမျဉ်းကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်ပါ။

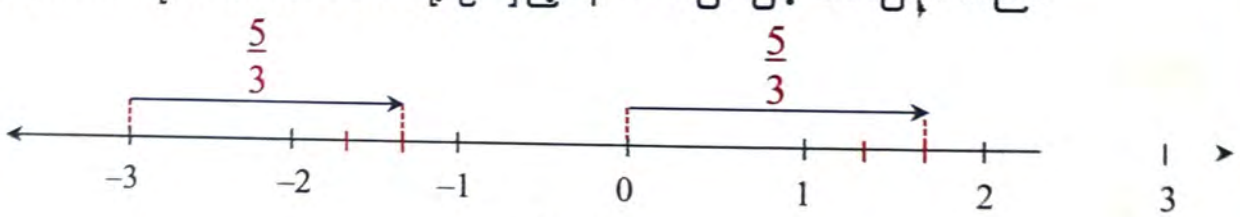
(က) $-\frac{7}{4}, \frac{3}{2}, -2\frac{1}{4}, 1\frac{1}{3}$ (ခ) $\frac{3}{4}, -\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, -1.25$

၃။ ကိန်းမျဉ်းကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စဉ်ပါ။

(က) $2\frac{1}{5}, -\frac{12}{5}, -\frac{9}{4}, \frac{7}{2}$ (ခ) $1.5, -\frac{5}{4}, -\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3}$

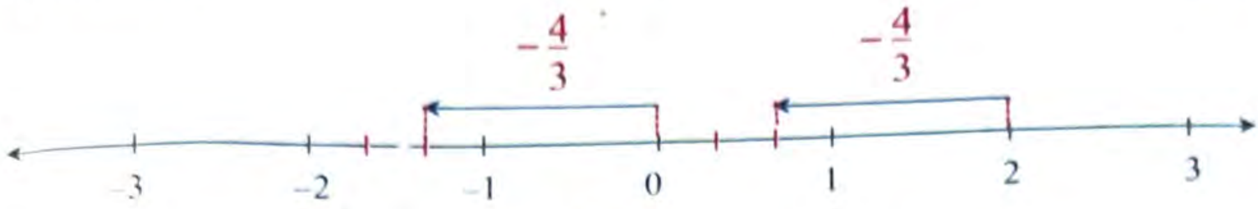
၁.၃ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကိုမြားဖြင့်ဖော်ပြခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်း $\frac{5}{3}$ ကို 0 မှစ၍ဖြစ်စေ၊ ကြိုက်ရာကိန်းနမူနာအရ -3 မှစ၍ဖြစ်စေ အောက်ပါအတိုင်း လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေသော မြားဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ ၁.၃

ရာရှင်နယ်ကိန်း $-\frac{4}{3}$ ကိုလည်း 0 မှစ၍ဖြစ်စေ၊ ကြိုက်ရာကိန်းနမူနာအရ 2 မှစ၍ဖြစ်စေ အောက်ပါအတိုင်း လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးလှည့်နေသော မြားဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ ၁.၄

ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု a ကို မြားဖြင့်ဖော်ပြလိုပါက မူလမှတ် "0" မှစ၍ a တွင်ဆုံးသော မြားတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြနိုင်သကဲ့သို့ ကြိုက်နှစ်သက်ရာအမှတ်တစ်ခုမှစပြီး ထိုမြားနှင့် အလျားတူ ဦးလှည့်ဘက်တူသော မြားတစ်ခုဖြင့်လည်း ထိုရာရှင်နယ်ကိန်း a ကိုဖော်ပြနိုင်သည်။

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဖော်ပြသောမြားသည် လက်ယာဘက်သို့ ဦးလှည့်နေကြပြီး အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ဖော်ပြသောမြားသည် လက်ဝဲဘက်သို့ ဦးလှည့်နေကြသည်။ "0" ကိုဖော်ပြသောမြားသည် အလျားသုညရှိသည့် အမှတ်တစ်ခုဖြစ်နေ၍ ထိုမြားများကို **အမှတ်မြား** ဟုခေါ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၃

၁။ $6\frac{1}{2}$ ၌ စပြီး $-5\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြသော မြားကိုဆွဲ၍ ဆုံးမှတ်ကို ဖော်ပြပါ။

၂။ $-\frac{7}{3}$ ၌ စပြီး $\frac{1}{3}$ ၌ ဆုံးသောမြားသည် မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဖော်ပြသနည်း။

၃။ $3\frac{1}{3}$ ၌ ဆုံးပြီး $4\frac{2}{3}$ ကို ဖော်ပြသော မြား၏ စမှတ်ကို ဖော်ပြပါ။

၄။ -1.5 ၌ ဆုံးပြီး $-3\frac{1}{2}$ ကို ဖော်ပြသော မြား၏ စမှတ်ကို ဖော်ပြပါ။

၅။ -2.5 ၌ ဆုံးပြီး $\frac{11}{4}$ ကို ဖော်ပြသော မြား၏ စမှတ်ကို ဖော်ပြပါ။

၁.၄ ပကတိတန်ဖိုး (Absolute Value)

ရာရှင်နယ်ကိန်းများကို ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင် မြားဖြင့်ဖော်ပြတတ်ခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို ဖော်ပြသောမြား၏အလျားကို ထိုကိန်း၏ **ပကတိတန်ဖိုး** ဟုခေါ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်း a ၏ ပကတိတန်ဖိုးကို သင်္ကေတအားဖြင့် $|a|$ ဟုဖော်ပြပြီး ပကတိတန်ဖိုး a (modulus of a) ဟုဖတ်သည်။

မြှားအလျား (ပကတိတန်ဖိုး) များတူညီနေသော်လည်း ဘယ်ဘက်သို့ ဦးတည်သော မြှားသည် အနုတ်ကိန်းတန်ဖိုးကို ဖော်ပြပြီး ညာဘက်သို့ ဖော်ပြသောမြှားသည် အပေါင်းကိန်းတန်ဖိုးကို ဖော်ပြကြောင်း သတိပြုရမည်ဖြစ်သည်။

ပုံ ၁.၅

ဥပမာ။ $\left|3\frac{2}{3}\right| = 3\frac{2}{3}$ ($3\frac{2}{3}$ ကို ဖော်ပြသော မြှား၏အလျား)

$\left|-1\frac{4}{5}\right| = 1\frac{4}{5}$ ($-1\frac{4}{5}$ ကို ဖော်ပြသော မြှား၏အလျား)

$|-2.75| = 2.75$ (-2.75 ကို ဖော်ပြသော မြှား၏အလျား)

"0" ၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် 0 ဖြစ်သည်။ "0" ပေတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်း၏ ပကတိတန်ဖိုးသည် ထိုကိန်း၏ အပေါင်းတန်ဖိုးဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $-\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$ တို့၏ ပကတိတန်ဖိုးများကို ငယ်စဉ် ကြီးလိုက်စဉ်ပြပါ။

ဦးစွာ ၎င်းတို့၏ ပကတိတန်ဖိုးများကို ရှာကြည့်ကြစို့။

$$\left|-\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$
$$\left|-\frac{4}{3}\right| = \frac{4}{3} = \frac{16}{12}$$
$$\left|\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$
$$\left|\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2} = \frac{18}{12}$$

ပိုင်းခြေများတူအောင်ပြုလုပ်ပြီး တန်ဖိုးများကို နှိုင်းယှဉ်ကြည့်ပါ။

ပကတိတန်ဖိုးများကို ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်စဉ်ပါက $\left|\frac{2}{3}\right|, \left|-\frac{3}{4}\right|, \left|-\frac{4}{3}\right|, \left|\frac{3}{2}\right|$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၄

၁။ $\frac{8}{3}, 4, -\frac{3}{2}, 0.8, -1.25$ တို့၏ ပကတိတန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

၂။ အောက်ပါတို့၏ ပကတိတန်ဖိုးများကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်စဉ်ပါ။

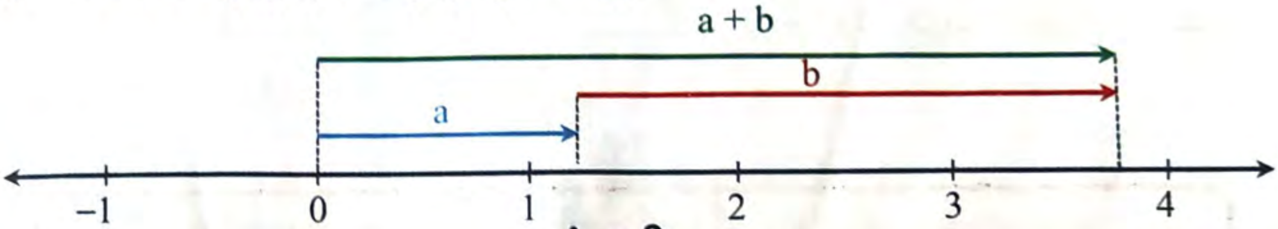
(က) $-\frac{9}{4}, \frac{11}{3}, -2\frac{1}{2}, -\frac{13}{6}, 2\frac{3}{4}$ (ခ) $\frac{14}{3}, -\frac{10}{6}, -\frac{14}{6}, -\frac{22}{9}, \frac{11}{2}$

(ဂ) $1.25, -3.5, 2\frac{2}{3}, -\frac{10}{3}, -\frac{7}{4}$

၁.၅ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု ပေါင်းခြင်းကို ကိန်းမျဉ်းများအသုံးပြု၍ လေ့လာကြမည်။ ဦးစွာ လက္ခဏာတူသော ရာရှင်နယ်ကိန်းများ ပေါင်းခြင်းကို လေ့လာကြပါစို့။

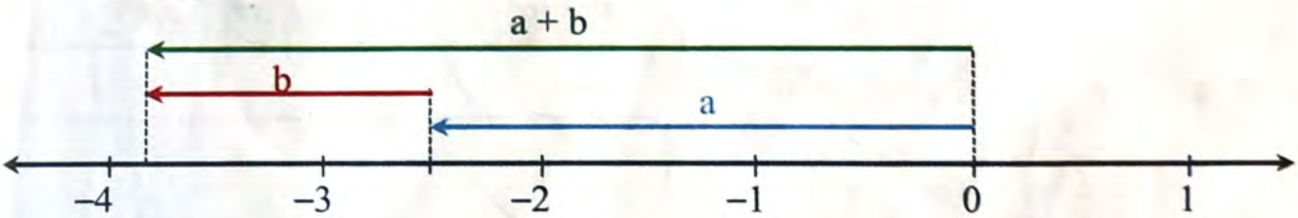
(၁) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း



ပုံ ၁.၆

> **a နှင့် b တို့သည်အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင် ပေါင်းလဒ်သည် a + b ဖြစ်သည်။**

(၂) အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း



ပုံ ၁.၇

> **a နှင့် b တို့သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင် ပေါင်းလဒ်သည် $a + b = -(|a| + |b|)$ ဖြစ်သည်။**

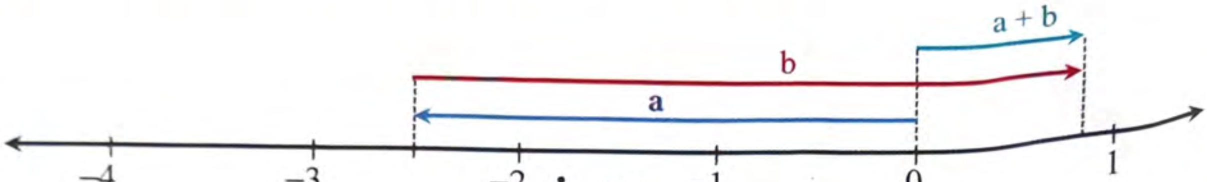
ဥပမာ ၁။ $-\frac{1}{2}+(-\frac{1}{3})$ ကိုရှာမည် ဆိုပါစို့။

$$-\frac{1}{2}+(-\frac{1}{3}) = -(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})$$

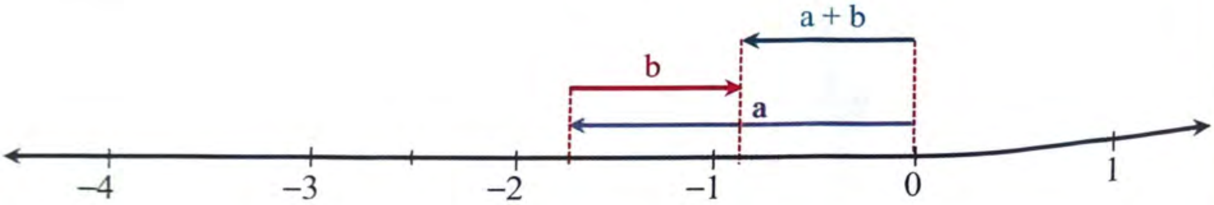
ပကတိတန်ဖိုးနှစ်ခုပေါင်းခြင်း

$$= -(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}) = -\frac{5}{6}$$

(၃) လက္ခဏာမတူသောရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း



ပုံ ၁.၈



ပုံ ၁.၉

လက္ခဏာမတူသော ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းလျှင် ကြီးသောပကတိတန်ဖိုးမှ ငယ်သောပကတိတန်ဖိုးကို နုတ်ပြီး ရလဒ်တွင် ပကတိတန်ဖိုးပိုကြီးသောကိန်း၏ လက္ခဏာထည့်မည်။

ဥပမာ ၂။ $-5.2+7.3$ ကိုရှာမည် ဆိုပါစို့။

$$-5.2+7.3 = 7.3-5.2$$
$$= 2.1$$

$|-5.2| = 5.2, |7.3| = 7.3$
$7.3 > 5.2$ ဖြစ်သဖြင့် 7.3 မှ 5.2 ကိုနုတ်ပြီး ရလဒ်တွင် အပေါင်းလက္ခဏာထည့်မည်။

ဥပမာ ၃။ $-\frac{7}{4}+\frac{5}{8}$ ကိုရှာမည် ဆိုပါစို့။

$$-\frac{7}{4}+\frac{5}{8} = -\frac{14}{8}+\frac{5}{8}$$
$$= -(\frac{14}{8}-\frac{5}{8})$$
$$= -\frac{9}{8} = -1\frac{1}{8}$$

$\left|-\frac{14}{8}\right| = \frac{14}{8}$, $\left|\frac{5}{8}\right| = \frac{5}{8}$
$\frac{14}{8} > \frac{5}{8}$ ဖြစ်သဖြင့် $\frac{14}{8}$ မှ $\frac{5}{8}$ ကိုနုတ်ပြီး ရလဒ်တွင် အနုတ်လက္ခဏာထည့်မည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၅

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

၁။ $-6\frac{1}{3}+(-1\frac{1}{6})$ ၂။ $-6\frac{1}{3}+1\frac{1}{6}$ ၃။ $1.75+(-2\frac{1}{4})$ ၄။ $-\frac{5}{7}+\frac{7}{5}$

၅။ $-1.25+3\frac{3}{4}$ ၆။ $5\frac{2}{7}-19$ ၇။ $-5\frac{2}{5}-11.3$ ၈။ $-58-3\frac{8}{9}$

၁.၆ ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများ

ရာရှင်နယ်ကိန်းများအတွက် ပေါင်းခြင်းဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများကို ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

a, b နှင့် c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင်

(၁) **$a + b$ သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းပင်ဖြစ်သည်။ (အပေါင်းဆိုင်ရာပိတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ)**

(၂) **$a + b = b + a$ (အပေါင်းဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ)**

(၃) **$(a + b) + c = a + (b + c)$ (အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ)**

(၄) **$a + 0 = 0 + a = a$ (အပေါင်းထပ်တူရဂုဏ်သတ္တိ)**

0 ကို အပေါင်းထပ်တူရကိန်း ဟုခေါ်သည်။

(၅) **$a + b = b + a = 0$ ဖြစ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်း b တစ်ခုရှိသည်။**
(အပေါင်းပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိ)

b ကို a ၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းဟုခေါ်ပြီး သင်္ကေတအားဖြင့် $-a$ ဟုသတ်မှတ်သည်။ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ ဖြစ်သဖြင့် "a"၏ အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းသည် "$-a$" ဖြစ်ပြီး $-a$ ၏အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းသည် "$-(-a) = a$" ဖြစ်သည်။

ဥပမာ။ အောက်ပါတို့ကိုအပေါင်းပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိနှင့်အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိတို့ကို အသုံးပြု၍ ရှင်းပြမည်။

(က) $(-8.5) + 5$ (ခ) $4\frac{1}{3}+(-2\frac{1}{2})$

(က) $(-8.5) + 5 = [(-3.5) + (-5)] + 5$

$= (-3.5) + [(-5) + 5] = (-3.5) + 0 = -3.5$

(ခ) $4\frac{1}{3}+(-2\frac{1}{2}) = \frac{13}{3}+(-\frac{5}{2})=\frac{26}{6}+(-\frac{15}{6})$

$= (\frac{11}{6}+\frac{15}{6})+(-\frac{15}{6})$

$= \frac{11}{6}+[\frac{15}{6}+(-\frac{15}{6})] = \frac{11}{6}+0 = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၆

အပေါင်းပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိနှင့် အပေါင်းဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိတို့ကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

၁။ $-10\frac{1}{5}+15\frac{2}{5}$ ၂။ $8.8+(-9.9)$ ၃။ $-1\frac{1}{3}+5\frac{2}{3}$ ၄။ $2\frac{2}{5}+(-3\frac{3}{5})$

၁.၇ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုနုတ်ခြင်း

မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်း a နှင့် b တို့အတွက်မဆို $a-b=a+(-b)$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $5\frac{1}{2}-7\frac{1}{3}=5\frac{1}{2}+(-7\frac{1}{3})$ ($7\frac{1}{3}$ ၏အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းသည် $-7\frac{1}{3}$)

ဥပမာ ၂။ $\frac{2}{5}-(-\frac{1}{2})=\frac{2}{5}+\frac{1}{2}$ ($-\frac{1}{2}$ ၏အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းသည် $\frac{1}{2}$)

ဥပမာ ၃။ $-\frac{9}{10}-(-\frac{11}{10})=-\frac{9}{10}+\frac{11}{10}$ ($-\frac{11}{10}$ ၏အပေါင်းပြောင်းပြန်ကိန်းသည် $\frac{11}{10}$)

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၇

၁။ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(က) $\frac{7}{9}-(-\frac{2}{9})$ (ခ) $-4-(-\frac{1}{5})$ (ဂ) $-8.4-6.7$ (ဃ) $-87.56-(-33.14)$

၂။ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(က) $\{\frac{5}{8}+(-\frac{2}{8})\}-\{\frac{4}{16}+(-\frac{2}{16})\}$ (ခ) $(0.49-1.3)-(0.051-7.4)$

(ဂ) $\{-\frac{9}{10}+(-\frac{3}{100})\}-\{-\frac{2}{25}-(-\frac{7}{25})\}$ (ဃ) $(-\frac{5}{3}+\frac{7}{8})-[-\{\frac{1}{6}+(-\frac{13}{8})\}]$

၁.၈ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုမြှောက်ခြင်း

a နှင့် b သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြသည်ဆိုပါစို့။ $-a$ နှင့် $-b$ သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြသည်။

(၁) အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်း a နှင့် b မြှောက်ခြင်း $a \times b$ သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်း ဖြစ်သည်။

(၂) $(-a)\times(-b) = a \times b$ ဖြစ်သည်။

အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုမြှောက်လျှင် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။

(၃) $(-a) \times b = -(a \times b)$ ဖြစ်သည်။

$a \times (-b) = -(a \times b)$ ဖြစ်သည်။

အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု မြှောက်လျှင် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။

အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု မြှောက်လျှင်လည်း အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။

မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိများ

ရာရှင်နယ်ကိန်းများမြှောက်ခြင်းတွင် အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိများရှိသည်။

a, b နှင့် c တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင်

(၁) $a \times b$ သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းပင်ဖြစ်သည်။ (အမြှောက်ဆိုင်ရာပိတ်ခြင်းဂုဏ်သတ္တိ)

(၂) $a \times b = b \times a$ (အမြှောက်ဖလှယ်ရဂုဏ်သတ္တိ)

(၃) $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ (အမြှောက်ဖက်စပ်ရဂုဏ်သတ္တိ)

(၄) $a \times 1 = 1 \times a = a$ (အမြှောက်ထပ်တူရဂုဏ်သတ္တိ)

1 ကို အမြှောက်ထပ်တူရကိန်း ဟုခေါ်သည်။

(၅) $a \neq 0$ အတွက် $a \times b = b \times a = 1$ ဖြစ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်း b တစ်ခုရှိသည်။ (အမြှောက်ပြောင်းပြန်ဂုဏ်သတ္တိ)

b ကို a ၏ **အမြှောက်ပြောင်းပြန်ကိန်း** ဟုခေါ်ပြီး သင်္ကေတအားဖြင့် a^{-1} ဖြင့် သတ်မှတ်ပြီး ("a" inverse) ဟုဖတ်မည်။ သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်း a တိုင်းအတွက် a ၏ အမြှောက်ပြောင်းပြန်ကိန်း a^{-1} ကို $\frac{1}{a}$ ဟု ရေးသည်။ $\frac{1}{a}$ ကို a ၏ **လှန်ကိန်း**ဟုလည်း ခေါ်နိုင်သည်။

15
5
75

$a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$ ဖြစ်သည့်အတွက် "a" ၏ အမြှောက်ပြောင်းပြန်ကိန်းသည် "$\frac{1}{a}$" ဖြစ်ပြီး၊ "$\frac{1}{a}$" ၏ အမြှောက်ပြောင်းပြန်ကိန်းသည် "a" ဖြစ်သည်။

ပေါင်းခြင်းနှင့်မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာဂုဏ်သတ္တိ

ပေါင်းခြင်းနှင့်မြှောက်ခြင်းအတွက် အောက်ပါဂုဏ်သတ္တိကို ရရှိသည်။

$$\mathbf{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$$ **(ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိ)**

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၈

၁။ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(က) $-\frac{3}{4} \times (-6)$ (ခ) $\{-3\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{5})\} \times \frac{5}{7}$ (ဂ) $(-7\frac{1}{2}) \times (2\frac{1}{5} \times \frac{4}{3})$

(ဃ) $\{0.15 \times (-3.45)\} \times 0.001$ (င) $-\frac{1}{8} \times \{(-0.125) \times (-\frac{8}{15})\}$

၂။ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(က) $(-13.5 + 17.5) \times (-\frac{10}{45})$ (ခ) $(-12\frac{1}{3} + \frac{17}{18}) \times 7.2$

(ဂ) $\{-2\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{4})\} \times (-1\frac{1}{3})$ (ဃ) $\{\frac{4}{9} + (-\frac{1}{3})\} \times (-0.06 \times \frac{1}{2})$

(င) $\{-\frac{15}{32} - (-\frac{5}{6})\} \times \{-\frac{9}{10} - (-\frac{4}{5})\}$

၃။ ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြု၍ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $\frac{3}{2} \times (-\frac{1}{8}) + \frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$ (ခ) $-1.1 \times \{-2.2 + (-3.3)\}$

၁.၉ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုစားခြင်း

မည်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်း a နှင့် b $(b \neq 0)$ တို့အတွက်မဆို $a \div b = a \times b^{-1}$ ဟုသတ်မှတ်သည်။ ထို့ကြောင့်ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုနှင့် စားခြင်းသည် ပထမရာရှင်နယ်ကိန်းကို ဒုတိယရာရှင်နယ်ကိန်း၏ အမြှောက်ပြောင်းပြန်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ခြင်းပင်ဖြစ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုကို "0" နှင့်စားခြင်းအတွက် အဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်မထားပေ။

ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုမြှောက်ခြင်းနည်းတူ စားခြင်းတွင်လည်း လက္ခဏာတူသောရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခု၏ စားလဒ်သည် အပေါင်းရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်ပြီး လက္ခဏာမတူသောရာရှင်နယ်ကိန်း

နှစ်ခု၏စားလဒ်သည် အနုတ်ရာရှင်နယ်ကိန်းဖြစ်သည်။ ရာရှင်နယ်ကိန်းနှစ်ခုစားခြင်းကိုအောက်ပါဥပမာများနှင့် ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ။

၁။ $\frac{2}{5} \div 4 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

၂။ $-6 \div (-\frac{12}{13}) = -6 \times (-\frac{13}{12}) = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$

၃။ $\frac{2}{5} \div (-4) = \frac{2}{5} \times (-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{10}$

၄။ $-6 \div \frac{12}{13} = -6 \times \frac{13}{12} = -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2}$

ရာရှင်နယ်ကိန်းများနှင့်ပတ်သက်သော အောက်ပါမှန်ကန်ချက်များကိုရရှိသည်။

a နှင့် $b \neq 0$ တို့သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ကြလျှင်

(က) $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$

(ခ) $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ **ဖြစ်ကြသည်။**

လေ့လာခဲ့ပြီးသော ဂုဏ်သတ္တိများအရ ရာရှင်နယ်ကိန်းကို အောက်ပါအတိုင်း အဓိပ္ပာယ်ဖွင့်ဆိုနိုင်သည်။

p နှင့် q တို့သည် ကိန်းပြည့်များဖြစ်ကြပြီး q သည် သုညမဟုတ်သောအခါ $\frac{p}{q}$ သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၉

၁။ အောက်ပါတို့၏ အမြှောက်ပြောင်းပြန်ကိန်းကိုရှာပါ။

(က) $\frac{4}{5}$ (ခ) $-\frac{9}{4}$ (ဂ) $\frac{-1}{\frac{1}{2}}$ (ဃ) $\frac{1}{-\frac{3}{2}}$

၂။ အောက်ပါရာရှင်နယ်ကိန်းများအနက် မည်သည်တို့တူညီကြသနည်း။

(က) $-\frac{9}{4}, \frac{-9}{-4}, \frac{-9}{4}, \frac{9}{-4}, 2\frac{1}{4}, -2\frac{1}{4}$ (ခ) $-100, \frac{100}{1}, \frac{-100}{-1}, \frac{-100}{1}, 100, -\frac{100}{1}$

(ဂ) $\frac{5}{2}$, 2.5, $\frac{-5}{2}$, $-\frac{5}{2}$, $\frac{25}{10}$, $2\frac{1}{2}$

၃။ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(က) $-\frac{3}{5}\div(-\frac{4}{15})$ (ခ) $-2\frac{1}{2}\div3\frac{1}{5}$ (ဂ) $\frac{2}{11}\div(-\frac{10}{33})$

(ဃ) $-2\frac{1}{4}\div3$ (င) $26.04\div(-1.2)$

၄။ အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

(က) $(-3\frac{1}{5}+7\frac{2}{5})\div2.75$ (ခ) $\{-13\frac{1}{3}+(-\frac{17}{18})\}\div5.5$

(ဂ) $(-\frac{1}{2}-\frac{1}{3})\div\{-\frac{1}{4}-(-\frac{1}{6})\}$ (ဃ) $(\frac{1}{5}-\frac{1}{3})\div(-\frac{1}{4}\times\frac{2}{9})$

(င) $\{\frac{4}{5}\times(-\frac{10}{3})\}\div(-\frac{7}{2}+\frac{4}{21})$

၁.၁၀ လုပ်ထုံးများဆိုင်ရာအစီအစဉ်

ရာရှင်နယ်ကိန်းတန်းများတွင် $+,-,\times,\div$ သင်္ကေတများ၊ ကွင်းများနှင့် "၏" ဟူသော ဖော်ပြချက်များ ပါရှိနိုင်သည်။ မြှောက်ခြင်းကို အမြှောက်လက္ခဏာဖြင့် မဖော်ပြဘဲ "၏" ဟူသော စကားလုံးဖြင့်လည်း ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

လက်သည်းကွင်း "( )" (round brackets)၊ တွန့်ကွင်း "{ }" (curly brackets) နှင့် လေးထောင့်ကွင်း "[ ]" (square brackets)သင်္ကေတများကို သိရှိခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ ထိုကွင်းတို့သည် အုပ်စုဖွဲ့သင်္ကေတများဖြစ်သည်။ ကိန်းချုပ်မျဉ်း "‾" (vinculum) သည်လည်း ကွင်းကဲ့သို့ အသုံးပြုသောအုပ်စုဖွဲ့သင်္ကေတတစ်ခု ဖြစ်သည်။ ကိန်းတန်းတစ်ခုတွင် ကွင်းများပါဝင်ခဲ့သော် အတွင်းအကျဆုံးကွင်းကို စတင်ဖြေရှင်းရမည်။

ထိုကဲ့သို့ရှင်းလင်းရာတွင်ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်း၊ မြှောက်ခြင်းနှင့် စားခြင်း လုပ်ထုံးများကို မှန်ကန်သော အစီအစဉ်အတိုင်း ရှင်းလင်းရန် အရေးကြီးသည်။ ပထမဦးစွာ မြှောက်ခြင်းနှင့်စားခြင်းကို လက်ဝဲဘက်က စတင်၍ဖြေရှင်းရမည်။ ထို့နောက် ပေါင်းခြင်းနှင့် နုတ်ခြင်းကိုလည်း လက်ဝဲဘက်ကပင် စတင်၍ ဖြေရှင်းရမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $[\{0.4-0.65\div5\}\times\{15-(4.8-1.8)\}+8]$ ၏ 3 ကိုရှင်းပါ။

$[\{0.4-0.65\div5\}\times\{15-(4.8-1.8)\}+8]$ ၏ 3

$= [\{0.4-0.13\}\times\{15-3\}+8]\times3$

$= [0.27\times12+8]\times3$

$= [3.24+8]\times3 = 11.24\times3 = 33.72$

ပုံစံတွက် ၂။ $\frac{1}{3}+\{3\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2}\div\overline{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})\}\div\frac{14}{5}$ ကိုရှင်းပါ။

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{3}+\{3\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2}\div\overline{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})\}\div\frac{14}{5} &= \frac{1}{3}+\{\frac{7}{2}\times(\frac{1}{2}\div\overline{\frac{4}{12}-\frac{3}{12}})\}\div\frac{14}{5}\\
&= \frac{1}{3}+\{\frac{7}{2}\times(\frac{1}{2}\div\frac{1}{12})\}\div\frac{14}{5}\\
&= \frac{1}{3}+\{\frac{7}{2}\times(\frac{1}{2}\times\frac{12}{1})\}\div\frac{14}{5}\\
&= \frac{1}{3}+\{\frac{7}{2}\times6\}\div\frac{14}{5}\\
&= \frac{1}{3}+21\div\frac{14}{5}\\
&= \frac{1}{3}+21\times\frac{5}{14}\\
&= \frac{1}{3}+\frac{15}{2}\\
&= \frac{2}{6}+\frac{45}{6} = \frac{47}{6} = 7\frac{5}{6}
\end{aligned}
$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၁၀

အောက်ပါတို့ကိုရှင်းပါ။

၁။ $\frac{2}{3}\times(\frac{1}{8}-\frac{1}{4})\div(-\frac{3}{4})$

၂။ $\frac{4}{5}$ ၏ $(\frac{4}{9}+\frac{2}{3})\div2\frac{7}{9}$

၃။ $1\frac{1}{4}-(\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{9})\div\frac{4}{9}$

၄။ $2\times5-(\frac{1}{2}+\overline{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}})\div\frac{2}{3}$

၅။ $2+\{2\frac{1}{4}-(\frac{5}{4}-\overline{\frac{2}{3}-\frac{1}{7}})\}\div\frac{8}{21}$

၆။ $2\frac{1}{16}\div\{\frac{5}{2}+(\frac{7}{4}-\frac{3}{2})$ ၏ $\frac{7}{2}\}$

၇။ $\{4\frac{4}{5}\times(\overline{\frac{1}{4}-\frac{2}{3}}\div1\frac{1}{14}-\frac{4}{9})\}+3\frac{2}{3}$

၈။ $\{(-\frac{7}{15}+\frac{4}{5}-1\frac{2}{3})\div3\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\}\times(-2\frac{5}{8})$

အခန်း ၂ ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ကိန်းများ

ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းများအကြောင်းနှင့် ယင်းတို့၏ထပ်ကိန်းဆိုင်ရာလုပ်ထုံးလုပ်နည်းများအကြောင်းကို သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ကိန်းများအကြောင်း ကို ဆက်၍လေ့လာကြမည်။ ဤသင်ခန်းစာကိုသင်ယူပြီးပါက ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ အခြေတူ ထပ်ကိန်းများ မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်း၊ ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်းများ၊ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို တွက်ခြင်းနှင့် သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းခွဲ၍ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများရှာခြင်းအကြောင်း သိရှိဖြေရှင်းနိုင်မည်။

၂.၁ အခြေကိန်းနှင့်ထပ်ညွှန်း

ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းများကို လေ့လာခဲ့ရာတွင် ကိန်းပြည့် a ကို n အကြိမ်မြှောက်သောအခါ a^n ဟု ရေးသားဖော်ပြပြီး a ၏ n ထပ်ကိန်း (a to the power n) ဟု ဖတ်သည်။ a ကို **အခြေကိန်း** (base) ဟုခေါ်ပြီး n ကို **ထပ်ညွှန်း** (index) ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ။ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

3^4 တွင် 3 သည် အခြေကိန်းဖြစ်ပြီး 4 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

$(-3)^4$ တွင် -3 သည် အခြေကိန်းဖြစ်ပြီး 4 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

$(-2)^5$ တွင် -2 သည် အခြေကိန်းဖြစ်ပြီး 5 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

အလားတူပင် ရာရှင်နယ်ကိန်းများ၏ ထပ်ကိန်းများကိုလည်း ကိန်းပြည့်များ၏ ထပ်ကိန်းများရေးနည်းအတိုင်း ရေးပြီးတွက်နိုင်သည်။

ဥပမာ။ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{32}{243}$$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2$ တွင် $\frac{3}{4}$ သည် အခြေကိန်းဖြစ်ပြီး 2 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

$\left(-\frac{2}{3}\right)^5$ တွင် $-\frac{2}{3}$ သည် အခြေကိန်းဖြစ်ပြီး 5 သည် ထပ်ညွှန်းဖြစ်သည်။

ယေဘုယျအားဖြင့် a သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး n သည် သဘာဝကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် a^n သည် a ကို n အကြိမ်မြှောက်ထားသော မြှောက်လဒ်ဖြစ်ပြီး $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ (n အကြိမ် မြှောက်ခြင်း) ဟုရေးသည်။ a^n ကို a ၏ n ထပ်ကိန်း (a to the power n) ဟု ဖတ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် a^2 သည် a ၏ **နှစ်ထပ်ကိန်း** (a square)

a^3 သည် a ၏ **သုံးထပ်ကိန်း** (a cube) တို့ဖြစ်ကြသည်။

သဘာဝကိန်းနှင့်ကိန်းပြည့်များကဲ့သို့ရာရှင်နယ်ကိန်း a သည်သုညမဟုတ်သောရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် $\mathbf{a^1 = a}$ ဟုရေးသည်၊ $\mathbf{a^0 = 1}$ ဟု သတ်မှတ်သည်။

a သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး n သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်လျှင် $\mathbf{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $\left(\dfrac{22}{7}\right)^1 = \dfrac{22}{7}, \left(-\dfrac{8}{27}\right)^1 = -\dfrac{8}{27}, \left(\dfrac{22}{7}\right)^0 = 1, \left(-\dfrac{2}{3}\right)^0 = 1$

ဥပမာ ၂။ $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}, \left(-\dfrac{1}{5}\right)^{-1} = \dfrac{1}{\left(-\dfrac{1}{5}\right)} = -5$

ပုံစံတွက် ၁။ အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကိုရှာပါ။

(က) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4$ (ခ) $\left(-\dfrac{3}{5}\right)^5$ (ဂ) $\left(-\dfrac{2}{5}\right)^6$ (ဃ) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2}$

(က) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{16}{81}$

(ခ) $\left(-\dfrac{3}{5}\right)^5 = \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(-\dfrac{3}{5}\right) = -\dfrac{243}{3125}$

(ဂ) $\left(-\dfrac{2}{5}\right)^6 = \left(-\dfrac{2}{5}\right) \times \left(-\dfrac{2}{5}\right) \times \left(-\dfrac{2}{5}\right) \times \left(-\dfrac{2}{5}\right) \times \left(-\dfrac{2}{5}\right) \times \left(-\dfrac{2}{5}\right) = \dfrac{64}{15625}$

(ဃ) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2} = \dfrac{1}{\dfrac{3}{2} \times \dfrac{3}{2}} = \dfrac{1}{\dfrac{9}{4}} = \dfrac{4}{9}$

ယေဘုယျအားဖြင့် a သည် ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး n သည် သဘာဝကိန်းတစ်ခု ဖြစ်လျှင် a^n သည် a ကို n အကြိမ်မြှောက်ထားသော မြှောက်လဒ်ဖြစ်ပြီး $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ (n အကြိမ် မြှောက်ခြင်း) ဟုရေးသည်။ a^n ကို a ၏ n ထပ်ကိန်း (a to the power n) ဟု ခေါ်သည်။

ဥပမာအားဖြင့် a^2 သည် a ၏ နှစ်ထပ်ကိန်း (a square)

a^3 သည် a ၏ သုံးထပ်ကိန်း (a cube) တို့ဖြစ်ကြသည်။

သဘာဝကိန်းနှင့်ကိန်းပြည့်များကဲ့သို့ ရာရှင်နယ်ကိန်း a သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်လျှင် $a^1 = a$ ဟုရေးသည်။ $a^0 = 1$ ဟု သတ်မှတ်သည်။

a သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး n သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခု ဖြစ်လျှင် $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $\left(\frac{22}{7}\right)^1 = \frac{22}{7}$, $\left(-\frac{8}{27}\right)^1 = -\frac{8}{27}$, $\left(\frac{22}{7}\right)^0 = 1$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

ဥပမာ ၂။ $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{9}$, $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{5}\right)} = -5$

ပုံစံပုစ္ဆာ ၁။ အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကိုရှာပါ။

(က) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ (ခ) $\left(-\frac{3}{5}\right)^5$ (ဂ) $\left(-\frac{2}{5}\right)^6$ (ဃ) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

(က) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

(ခ) $\left(-\frac{3}{5}\right)^5 = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{243}{3125}$

(ဂ) $\left(-\frac{2}{5}\right)^6 = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{64}{15625}$

(ဃ) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{9}{4}} = \frac{4}{9}$

n သည် စုံကိန်းဖြစ်လျှင် $(-1)^n = 1$

n သည် မကိန်းဖြစ်လျှင် $(-1)^n = -1$ ၆ရ

ပုံစံတွက် ၂။ $\frac{16}{81}$ ကို ထပ်ညွှန်းပါသောပုံစံဖြင့် ရေးပြပါ။

$$\frac{16}{81} = \frac{4\times4}{9\times9} = \frac{4}{9}\times\frac{4}{9} = \left(\frac{4}{9}\right)^2$$

နောက်တစ်နည်း $\frac{16}{81} = \frac{(-4)\times(-4)}{9\times9} = \frac{-4}{9}\times\frac{-4}{9} = \left(\frac{-4}{9}\right)^2$

နောက်တစ်နည်း $\frac{16}{81} = \frac{4\times4}{(-9)\times(-9)} = \frac{4}{-9}\times\frac{4}{-9} = \left(\frac{4}{-9}\right)^2$

နောက်တစ်နည်း $\frac{16}{81} = \frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

နောက်တစ်နည်း $\frac{16}{81} = \frac{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}{3\times3\times3\times3}$

$$= \left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-2}{3}\right) = \left(\frac{-2}{3}\right)^4$$

နောက်တစ်နည်း $\frac{16}{81} = \frac{2\times2\times2\times2}{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}$

$$= \left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right) = \left(\frac{2}{-3}\right)^4$$

ပုံစံတွက် ၃။ $-\frac{32}{243}$ ကို ထပ်ကိန်းပုံစံဖြင့် ရေးပြပါ။

$$-\frac{32}{243} = \frac{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}{3\times3\times3\times3\times3}$$

$$= \left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-2}{3}\right) = \left(\frac{-2}{3}\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^5$$

နောက်တစ်နည်း $-\frac{32}{243} = \frac{2\times2\times2\times2\times2}{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}$

$$= \left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right) = \left(\frac{2}{-3}\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^5$$

ပုံစံတွက် ၄။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^5$ (ခ) $\left(\frac{3}{10}\right)^3 \times \left(\frac{5}{9}\right)^3$

(က) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^5 = \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$

(ခ) $\left(\frac{3}{10}\right)^3 \times \left(\frac{5}{9}\right)^3 = \frac{\cancel{3}}{\cancel{10}_2} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{10}_2} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{10}_2} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{9}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{9}_3} \times \frac{\cancel{5}}{9} = \frac{1}{216}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၁

၁။ အောက်ပါတို့၏ တန်ဖိုးများကိုရှာပါ။

(က) $\left(-\frac{5}{6}\right)^3$ (ခ) $(-3)^7$ (ဂ) $\left(\frac{11}{8}\right)^2$ (ဃ) $\left(-\frac{6}{7}\right)^4$ (င) $\left(-\frac{1}{2}\right)^8$

(စ) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5$ (ဆ) $(2.5)^3$ (ဇ) $(-1)^{1000}$ (ဈ) $\left(-\frac{11}{12}\right)^4$ (ည) $\left(\frac{7}{8}\right)^4$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ထပ်ကိန်းပုံစံဖြင့်ရေးပြပါ။ အခြေကိန်းနှင့် ထပ်ညွှန်းကိုဖော်ပြပါ။

(က) 225 (ခ) $-\frac{8}{27}$ (ဂ) -243 (ဃ) $\frac{81}{625}$ (င) $\frac{625}{14641}$ (စ) $\frac{64}{729}$

၃။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $5^2 + 2^5$ (ခ) $(-1)^{57} \times (-1)^{68}$ (ဂ) $(16)^2 - (-1)^{14}$ (ဃ) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2$

(င) $2^8 \div 2^3$ (စ) $3^5 \times \left(\frac{1}{15}\right)^2 \times 5^3$ (ဆ) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3}$ (ဇ) $(9)^{-3} \times \left(\frac{9}{2}\right)^3$

၂.၂ အခြေတူထပ်ကိန်းများမြှောက်ခြင်း

အခြေတူသော ကိန်းပြည့်ထပ်ကိန်းများကိုမြှောက်လျှင် အခြေကို မူလအတိုင်းထား၍ ထပ်ညွှန်းများကို ပေါင်းရကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု အခြေတူရာရှင်နယ်ထပ်ကိန်းများ မြှောက်ခြင်းကို လေ့လာမည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^6 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+4}$

ဤအချက်မှ $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+4}$ ကိုရသည်၊

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်၊

> b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များ ဖြစ်ကြလျှင် $b^m \times b^n = b^{m+n}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$

ဥပမာ ၂။ $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{1+2+4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^7$

ဥပမာ ၃။ $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{2+1+3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^6$

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၂

အောက်ပါတို့ကို ထပ်ညွှန်းတစ်ခုတည်းပုံစံပြောင်းပါ။

၁။ $(-10)^3 \times (-10)^4$ ၂။ $\left(\frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{5}{7}\right)^2$ ၃။ $(1.1)^2 \times (1.1)^2$

၄။ $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)^4$ ၅။ $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(-\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{4}{5}\right)$ ၆။ $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2$

၂.၃ အခြေတူထပ်ကိန်းများစားခြင်း

ကိန်းပြည့်များတွင် အခြေတူထပ်ကိန်းများကိုစားလျှင် အခြေကိုမူလအတိုင်းထား၍ တည်ကိန်း၏ထပ်ညွှန်းမှ စားကိန်း၏ထပ်ညွှန်းကို နုတ်ရကြောင်း သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု အခြေတူရာရှင်နယ် ထပ်ကိန်းများ စားခြင်းကို လေ့လာမည်၊

ဥပမာအားဖြင့် $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^5}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)}$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3}$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များ ဖြစ်ကြလျှင် $b^m \div b^n = b^{m-n}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \div \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \left(\frac{1}{5}\right)^{3-5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

ဥပမာ ၂။ $\left(\frac{5}{6}\right)^6 \div \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \left(\frac{5}{6}\right)^{6-4} = \left(\frac{5}{6}\right)^2$

ဥပမာ ၃။ $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(\frac{9}{16}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{5-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$

ဥပမာ ၄။ $\dfrac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}{\left(-\frac{2}{3}\right)^8} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{5-8} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၃

အောက်ပါတို့ကို ထပ်ညွှန်းတစ်ခုတည်းပုံစံပြောင်းပါ။

၁။ $3^2 \div 3^{-3}$ ၂။ $(-2)^{10} \div (-2)^8$ ၃။ $\dfrac{(2.3)^5}{(2.3)^3}$ ၄။ $\left(\frac{2}{9}\right)^6 \div \left(\frac{2}{9}\right)^4$

၅။ $\left(-\frac{1}{4}\right)^8 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^5$ ၆။ $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-3} \div \left(-\frac{7}{4}\right)^2$ ၇။ $\dfrac{\left(-\frac{8}{3}\right)^{11}}{\left(-\frac{8}{3}\right)^8}$ ၈။ $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{27}{125}\right)$

၉။ $\left(\frac{13}{14}\right)^7 \div \left(\frac{13}{14}\right)^8$ ၁၀။ $\left(\frac{5}{4}\right)^{-5} \div \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{4}\right)^{-5-(-1)}$

$= \left(\frac{5}{4}\right)^{-4}$

၂.၄ ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်း

b, m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များ ဖြစ်ကြပြီး $b \neq 0$ ဖြစ်လျှင် $(b^m)^n = b^{mn}$ ဖြစ် ကြောင်း သိရှိခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ ယခု ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခု၏ ထပ်ဆင့်ထပ်ကိန်းကို လေ့လာမည်။

ဥပမာ။ $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^4\right]^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^4$

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^{4+4+4}$ (အခြေကိန်းများတူသဖြင့် ထပ်ညွှန်းများပေါင်းသည်။)

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^{12} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{4\times3}$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

> **b သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး m နှင့် n တို့သည် ကိန်းပြည့်များ ဖြစ်ကြလျှင် $(b^m)^n = b^{mn}$ ဖြစ်သည်။**

ဥပမာ။ (က) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4\times2} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$ (ခ) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{(-2)\times3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$

(ဂ) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^4\right]^{-1} = \left(\frac{3}{7}\right)^{4\times(-1)} = \left(\frac{3}{7}\right)^{-4}$ (ဃ) $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}\right]^{-3} = \left(\frac{4}{5}\right)^{(-2)\times(-3)} = \left(\frac{4}{5}\right)^6$

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၄

အောက်ပါတို့ကို ထပ်ညွှန်းတစ်ခုတည်းပုံစံပြောင်းပါ။

၁။ $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^3$ ၂။ $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]^3$ ၃။ $\left[(-1)^3\right]^5$ ၄။ $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^{-1}$

၅။ $\left[\left(\frac{2}{11}\right)^2\right]^2$ ၆။ $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^3\right]^2$ ၇။ $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^3$ ၈။ $\left[(-2)^3\right]^5$

၉။ $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}\right]^5$ ၁၀။ $\left[\left(\frac{3}{10}\right)^{-3}\right]^{-3}$

၂.၅ မြှောက်လဒ်၏ထပ်ကိန်းများ (Power of a Product)

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ မြှောက်လဒ်၏ ထပ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာအားဖြင့်
$$
\begin{aligned}
(2\times3)^4 &= (2\times3)\times(2\times3)\times(2\times3)\times(2\times3)\\
&= 2\times2\times2\times2\times3\times3\times3\times3\\
&= 2^4\times3^4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{4}\right)^3 &= \left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\right)\\
&= \left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\right)\\
&= \left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\right)^3
\end{aligned}
$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

> **p နှင့် q တို့သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး n သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခု ဖြစ်လျှင် $(pq)^n = p^n\times q^n$ ဖြစ်သည်။**

ဥပမာ ၁။ (က) $(3\times5)^2 = 3^2\times5^2$ (ခ) $\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\right)^4$

ပုံစံတွက် ၁။ $\left(\frac{2}{5}\right)^5\times\left(\frac{5}{3}\right)^5$ ကိုရှင်းပါ။

$$\left(\frac{2}{5}\right)^5\times\left(\frac{5}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{5}\times\frac{5}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$$

၂.၆ စားလဒ်၏ထပ်ကိန်းများ (Power of a Quotient)

ရာရှင်နယ်ကိန်းများ စားလဒ်၏ ထပ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာအားဖြင့်

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{4\times4\times4\times4\times4} = \frac{3^5}{4^5}$$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

p နှင့် q တို့သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး n သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခု ဖြစ်လျှင် $\left(\frac{p}{q}\right)^n = \frac{p^n}{q^n}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၂။ (က) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2}$ (ခ) $\left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}}\right)^5 = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^5}{\left(\frac{3}{5}\right)^5}$

ပုံစံတွက် ၂။ $\frac{50^3}{5^3}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\frac{50^3}{5^3} = \left(\frac{50}{5}\right)^3 = 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

အခြေကိန်းသည်အပိုင်းကိန်းဖြစ်ပြီး ထပ်ညွှန်းသည်အနုတ်ကိန်းပြည့်ဖြစ်သည့်ရာရှင်နယ်ကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာကြမည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{5^2}{4^2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$

ယေဘုယျအားဖြင့် အောက်ပါမှန်ကန်ချက်ကို ရရှိသည်။

p နှင့် q တို့သည် သုညမဟုတ်သော ရာရှင်နယ်ကိန်းများဖြစ်ပြီး n သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခု ဖြစ်လျှင် $\left(\frac{p}{q}\right)^{-n} = \left(\frac{q}{p}\right)^n$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၃။ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(-\frac{3}{2}\right)^4$, $\left(\frac{8}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{8}\right)^2$

ပုံစံတွက် ၃။ $\left(\frac{8}{7}\right)^2 \times \left(\frac{7}{8}\right)^{-1}$ ကိုရှင်းပါ။

$$\left(\frac{8}{7}\right)^2 \times \left(\frac{7}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{8}{7}\right)^2 \times \left(\frac{8}{7}\right) = \left(\frac{8}{7}\right)^3 = \frac{8^3}{7^3} = \frac{512}{343}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၅

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

၁။ $1^{3} - 2^{3}$

၂။ $(-1)^{79} - (-1)^{78}$

၃။ $(0.1)^{3} \times (0.1)^{2}$

၄။ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^{3} \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

၅။ $\left(-\frac{1}{4}\right)^{8} \div \left(-\frac{1}{4}\right)^{5}$

၆။ $(-3)^{5} \div (-3)^{2}$

၇။ $\dfrac{\left(\frac{1}{4}\right)^{6}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{2}}$

၈။ $\dfrac{\left(-\frac{8}{3}\right)^{11}}{\left(-\frac{8}{3}\right)^{9}}$

၉။ $(-5)^{-1} + (-1)^{-5}$

၁၀။ $(-3)^{0} \times (-3)^{-1} \times (-3)^{-2} \times (-3)^{-3}$

၁၁။ $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}$

၁၂။ $(25^{0} + 5^{0}) \times (25^{0} - 5^{0})$

၁၃။ $(2^{3})^{-3}$

၁၄။ $(10^{-3})^{-2}$

၁၅။ $(2^{-4})^{-2}$

၁၆။ $\left(\frac{1}{3}\right)^{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{4}$

၁၇။ $\dfrac{(125)^{3}}{(225)^{3}}$

၁၈။ $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-3}$

၁၉။ $5^{5} \times \left(\frac{1}{15}\right)^{5} \times 3^{5}$

၂၀။ $\left(\frac{1}{21}\right)^{4} \times 7^{4}$

၂၀။ $\left(\frac{5}{3}\right)^{2} \times \frac{9}{16}$

၂၂။ $(3^{-2})^{-1} \div 3^{5}$

၂၃။ $\dfrac{7^{-6}}{3^{-8}} \div \left(\frac{7}{3}\right)^{-6}$

၂၄။ $[4^{5} \div (4^{-3})^{-1}] \div 4^{3}$

၂၅။ $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right)^{5}\right] \div \left(\frac{9}{16}\right)^{6}$

၂.၇ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများ

အနားတစ်ဖက်အလျား 5cm ရှိသောစတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် $5\text{cm} \times 5\text{cm} = 25\text{cm}^2$ ဖြစ်ကြောင်းသိရှိပြီး အပြန်အလှန်အားဖြင့် စတုရန်းတစ်ခု၏ ဧရိယာသည် 25 cm^2 ဖြစ်လျှင် စတုရန်း၏ အနားတစ်ဖက်သည် 5 cm ရှိကြောင်းသိခဲ့သည်။ ဤတွင် အနားတစ်ဖက် အလျား 5 cm သည် ဧရိယာ 25 cm^2 ၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းဖြစ်သည်။

၂.၇.၁ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကိုတွက်ခြင်း

အပေါင်းနှင့် အနုတ်၊ အမြှောက်နှင့် အစားတို့သည် အပြန်အလှန်တွက်ချက်ခြင်းများ (တစ်နည်းအားဖြင့်ပြောင်းပြန်တွက်ခြင်း) ဖြစ်သကဲ့သို့နှစ်ထပ်ကိန်းနှင့် နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းတို့သည်လည်း အပြန်အလှန်တွက်ချက်ခြင်းများ ဖြစ်သည်။

အထက်တွင်ဖော်ပြထားသော ဆက်သွယ်ချက်များကို လေ့လာကြည့်ပါက **3** ၏နှစ်ထပ်ကိန်းသည် **9** ဖြစ်ပြီး **9** ၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် **3** ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။ ထို့အတူ **4** ၏နှစ်ထပ်ကိန်းသည် **16** ဖြစ်ပြီး **16** ၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် **4** ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

3 ၏နှစ်ထပ်ကိန်း $= 3^2$ ဟုရေးသားပြီး၊ **9** ၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း $=\sqrt{9}$ ဟုရေးသည်။

ထိုနည်းတူ $\sqrt{4} = 2, \sqrt{1} = 1, \sqrt{0} = 0, \sqrt{64} = 8, \sqrt{81} = 9, \sqrt{625} = 25$ ဖြစ်သည်။

> **N ဟူသောကိန်းတစ်ခု၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်း (Square root of N) ကို $\sqrt{N}$ ဟုရေးသည်။**
>
> **N ၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းသည် x ဖြစ်လျှင် $x = \sqrt{N}$ ဖြစ်ပြီး $x^2 = N$ ဖြစ်သည်။**

0, 1, 4, 9, 16, 25, 36 စသည်တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများသည် 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 စသည့် အပြည့်ကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။ ထိုသို့ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများရှာပါက အပြည့်ကိန်းများရရှိစေသော ကိန်းများကို နှစ်ထပ်တိကိန်းများ (perfect squares) ဟုခေါ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၆

၁။ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

(က) 1	(ခ) 16	(ဂ) 49	(ဃ) 100	(င) 144
(စ) 225	(ဆ) 900	(ဇ) 1600	(ဈ) 400	(ည) 121

၂။ $289 = 17^2$ ဟုပေးထားလျှင် $\sqrt{289}$ ကို ရှာပါ။

၃။ $12.25 = 3.5^2$ ဟုပေးထားလျှင် $\sqrt{12.25}$ ကို ရှာပါ။

၄။ $1000000 = 1000^2$ ဟုပေးထားလျှင် $\sqrt{1000000}$ ကို ရှာပါ။

၅။ အောက်ဖော်ပြပါ ဧရိယာများရှိသော စတုရန်းတို့၏ အနားများကို ရှာပါ။

(က) $36\ \mathrm{m}^2$ (ခ) $64\ \mathrm{cm}^2$ (ဂ) $1.69\ \mathrm{m}^2$ (ဃ) $0.81\ \mathrm{m}^2$ (င) $324\ \mathrm{mm}^2$

၂.၇.၂ သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းခွဲ၍နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများရှာခြင်း

ကိန်းတစ်ခု၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများခွဲ၍လည်း ရှာနိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ (က) 196 (ခ) 1296 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများ ခွဲ၍ ရှာပါ။

(က) 196

$$
\begin{array}{r|r}
2 & 196 \\ \hline
2 & 98 \\ \hline
7 & 49 \\ \hline
7 & 7 \\ \hline
 & 1
\end{array}
$$

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = (2 \times 7) \times (2 \times 7)$$
$$= (2 \times 7)^2$$

$$\therefore \sqrt{196} = 2 \times 7 = 14$$

(ခ) 1296

$$
\begin{array}{r|r}
2 & 1296 \\ \hline
2 & 648 \\ \hline
2 & 324 \\ \hline
2 & 162 \\ \hline
3 & 81 \\ \hline
3 & 27 \\ \hline
3 & 9 \\ \hline
3 & 3 \\ \hline
 & 1
\end{array}
$$

$$1296 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$= (2 \times 2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3 \times 3)$$
$$= (2 \times 2 \times 3 \times 3)^2$$

$$\therefore \sqrt{1296} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

ပုံစံတွက် ၂။ (က) $12\frac{1}{4}$ (ခ) 1.69 တို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို သုဒ္ဓဆခွဲကိန်းများခွဲ၍ ရှာပါ။

(က) $12\frac{1}{4} = \frac{49}{4} = \frac{7 \times 7}{2 \times 2} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$$\sqrt{12\frac{1}{4}} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

(ခ) $1.69 = \frac{169}{100} = \frac{13\times13}{10\times10} = \left(\frac{13}{10}\right)^2$

$\sqrt{1.69} = \frac{13}{10} = 1.3$

ပုံစံတွက် ၃။ စတုရန်းပုံရှိသော စာရွက်တစ်ရွက်၏ ဧရိယာသည် $225\ cm^2$ ဖြစ်သော် အနားတစ်ဖက်၏ အလျားကိုရှာပါ။

စတုရန်းပုံစာရွက်၏ ဧရိယာ $= 225\ cm^2$

$$225 = 5 \times 5 \times 3 \times 3$$
$$= 5^2 \times 3^2$$
$$= (5 \times 3)^2$$

စာရွက်၏ အနားတစ်ဖက် $= \sqrt{225} = 5 \times 3 = 15$ cm

အနားတစ်ဖက်၏အလျား $= 15$ cm

လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၇

၁။ အောက်ပါတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများကို ရှာပါ။

(က) 784 (ခ) 1089 (ဂ) 1764 (ဃ) 324 (င) $3\frac{1}{16}$

(စ) $\frac{121}{400}$ (ဆ) $13\frac{4}{9}$ (ဇ) 1.44 (ဈ) 0.5929 (ည) 0.0729

$=196\ cm^2$

စတုရန်းပုံ မျက်နှာကြက်ကျောက်ပြားတစ်ချပ်၏ ဧရိယာသည် $196\ cm^2$ ဖြစ်သော် အနားတစ်ဖက်၏ အလျားကိုရှာပါ။

အခန်း ၃ အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများ

မိုနိုမီယယ်၊ ဘိုင်နိုမီယယ်နှင့်ထြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ အက္ခရာကိန်းများနှင့်မြှောက်ဖော်ကိန်းများပါဝင်ပြီး ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းနှင့်မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများဖြင့်ဖွဲ့စည်းထားသော အပြည့်ကိန်းထပ်ကိန်းများသာပါဝင်သော ဖော်ပြချက်ကို ပိုလီနိုမီယယ် (polynomial) ဟုခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် မိုနိုမီယယ် သို့မဟုတ် တစ်ခုထက်ပိုသော မိုနိုမီယယ်များ ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းပြုလုပ်ထားသောဖော်ပြချက်ကို **ပိုလီနိုမီယယ်** (polynomial) ဟုခေါ်သည်။ $7x$, $3x + y$, $2x^2 + y - z$, $6x^2 - 3x + 5$, $x^3 + xy - x^2y - 7$, - - - စသည်တို့သည် ပိုလီနိုမီယယ်များဖြစ်ကြသည်။ ယခု သင်ခန်းစာတွင် ပိုလီနိုမီယယ်များနှင့် ဆက်သက်သော အက္ခရာကိန်းတန်းများဆိုင်ရာလုပ်ထုံးများကို လေ့လာကြမည်။

ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက ပိုလီနိုမီယယ်နှင့်ဆိုင်သောလုပ်ထုံးများကို သိရှိပြီး ယင်းတို့နှင့်ဆိုင်သောပုစ္ဆာများကို အလွယ်တကူ ဖြေရှင်းတတ်မည်။

၃.၁ အက္ခရာကိန်းတန်းများပေါင်းခြင်း

ပိုလီနိုမီယယ်များကိုပေါင်းရာတွင် အလျားလိုက်ပေါင်းခြင်းနှင့် ဒေါင်လိုက်ပေါင်းခြင်းဟူ၍ နည်းလမ်းနှစ်မျိုးရှိသည်။

ဥပမာ ၁။ $2x - xy$ နှင့် $3x + y + 4xy - 1$ တို့ကို အောက်ပါကဲ့သို့ အလျားလိုက်ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\begin{aligned}
&(2x - xy) + (3x + y + 4xy - 1)\\
&= 2x - xy + 3x + y + 4xy - 1\\
&= (2x + 3x) + (-xy + 4xy) + y - 1\\
&= 5x + 3xy + y - 1
\end{aligned}$$

ဥပမာ ၂။ $5x^2 + 4$ နှင့် $x^2 + 3x^2y - 2$ တို့ကို အောက်ပါကဲ့သို့ ဒေါင်လိုက်ပေါင်းနိုင်သည်။

$$\begin{array}{rrr}
 5x^2 & & +4\\
+\ x^2 & +\ 3x^2y & -2\\
\hline
6x^2 & +\ 3x^2y & +2
\end{array}$$

အက္ခရာကိန်းတန်းများကိုပေါင်းရာတွင် မျိုးတူ (အက္ခရာ) ကိန်းလုံးများအချင်းချင်းသာ ပေါင်းနိုင်သည်။ အက္ခရာတစ်မျိုးတည်းပါသောကိန်းတန်းအချင်းချင်းပေါင်းလိုလျှင် ထိုအက္ခရာ၏ ထပ်ညွှန်းများကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်သော်လည်းကောင်း၊ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်သော်လည်းကောင်း စဉ်ပြီးမှပေါင်းခြင်းက ပိုမိုလွယ်ကူသည်။

ဥပမာ ၃။ $-12m + m^3 - 6m^2 + 7$ နှင့် $m - 3m^2$ ကိုပေါင်းသော်

$$
\begin{aligned}
&(-12m + m^3 - 6m^2 + 7) + (m - 3m^2) \\
&= m^3 - 6m^2 - 12m + 7 + (-3m^2 + m) \\
&= m^3 + (-6m^2 - 3m^2) + (-12m + m) + 7 \\
&= m^3 - 9m^2 - 11m + 7
\end{aligned}
$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၁

၁။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို သက်ဆိုင်ရာအက္ခရာ၏ ထပ်ညွှန်းများအရ ကြီးစဉ်ငယ်လိုက် ပြန်စဉ်ပါ။

(က) $18 + 6y^2 + y^3$ (ခ) $2x^2 + 4x^3 - x + 3$

(ဂ) $6 + 2a^2 + 4a^3 - a$ (ဃ) $2y^3 - 9 + 3y^2 - 5y$

(င) $7z^2 + 8z^3 - z + 10$ (စ) $8n - 5n^3 + 2n^2 - 7$

(ဆ) $5t^2 + t - 3t^3 - 3t^4 + 2$ (ဇ) $x^4 + x^2 - 7x^3 - 12x + 9$

၂။ အောက်ပါတို့၏ ပေါင်းလဒ်ကိုရှာပါ။

(က) $(3x + 2y + 1) + (2x - y)$ (ခ) $(5x - 4) + (2x^2 + 3x + 2)$

(ဂ) $(2z - z^2 - 5) + (z^2 - 3z + 1)$ (ဃ) $(8y^2 + 3y - 6) + (-4y^2 - 2y + 2)$

(င) $(r - 2s + 3) + (2r + s) + (s + 4)$ (စ) $(7n^3 + 3n^2) + (n^3 - 2n^2)$

(ဆ) $(3.1x^2 + 0.1) + (1.2x^2 - 2.3)$ (ဇ) $\left(\frac{3t}{7} - \frac{4s}{13}\right) + \left(\frac{4t}{7} + \frac{7s}{13}\right)$

(ဈ) $(3z^3 - z^2 - 5z + 2) + (-z^3 + z^2 + 5z - 2)$

(ည) $(2a^4 - a^3 + a^2 - 2a - 2) + (a^4 - 3a^2 + 2a - 1)$

$\frac{3t}{7} - \frac{4s}{13} + \frac{4t}{7} + \frac{7s}{13}$

$\frac{3t}{7} + \frac{4t}{7} - \frac{4s}{13} + \frac{7s}{13}$

$\frac{7t}{7}$

၃။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဒေါင်လိုက်ပေါင်းပါ။

(က) $(6a + 8) + (7a + 12)$ (ခ) $(4m + 6n) + (8m - 3n)$

(ဂ) $(3p - 9) + (-2p + 13)$ (ဃ) $(2y - 7) + (y^2 - 5y - 5)$

(င) $(x^3 + x^2 + x) + (x^3 + 3x)$ (စ) $(t^3 + z^3) + (\frac{1}{2}t^3 + \frac{2}{3}z^3)$

(ဆ) $(x^2 + 9) + (3z + 10) + (11y^2 + 13xy)$

(ဇ) $(3z + x) + (-8z + y) + (2z + x - y)$

(ဈ) $(-3y^4 + 2x^3 - 5x^2 - x + 7) + (-5x^3 + x^2 - 3x - 7)$

၃.၂ အက္ခရာကိန်းတန်းများနုတ်ခြင်း

အက္ခရာကိန်းတန်းနှစ်ခုနုတ်ခြင်းတွင် အလျားလိုက်နုတ်ခြင်းနှင့် ဒေါင်လိုက်နုတ်ခြင်းဟူ၍ နည်းလမ်းနှစ်မျိုးရှိသည်။

အလျားလိုက်နုတ်ရန်

(၁) ပေးထားသောနုတ်မည့်ကိန်းတန်းကို ကွင်းသွင်း၍ အနုတ်လက္ခဏာဖြင့်ဆက်ပြီး တစ်တန်းတည်းရေးပါ။

(၂) ကွင်းရှင်းလျှင် အနုတ်လက္ခဏာနောက်ကွင်းမှ ကိန်းလုံးများ၏လက္ခဏာများကို ပြောင်းရေးပါ။ (ဥပမာ + မှ – သို့၊ – မှ + သို့ပြောင်းပေးပါ။)

(၃) မျိုးတူကိန်းလုံးများကို စုပြီး ရှင်းပါ။

ဥပမာ ၁။ $4x^2 + xy - 3xy^2$ မှ $x^2 - 2xy$ ကို အလျားလိုက်နုတ်သော်

$$
\begin{aligned}
&(4x^2 + xy - 3xy^2) - (x^2 - 2xy)\\
&= 4x^2 + xy - 3xy^2 - x^2 + 2xy\\
&= 4x^2 - x^2 + xy + 2xy - 3xy^2\\
&= 3x^2 + 3xy - 3xy^2
\end{aligned}
$$

ဒေါင်လိုက်နုတ်ရန်

(၁) ပေးထားသောကိန်းတန်းနှစ်ခုကို အထက်အောက်တစ်တန်းစီ ရေးရာတွင်မျိုးတူကိန်းလုံးများကို အပေါ်အောက်ညီ၍ ရေးပါ။

(၂) ဒုတိယတန်းရှိ ကိန်းလုံးများ၏လက္ခဏာများကို ပြောင်းပါ။

(၃) မျိုးတူကိန်းလုံးများကို ပေါင်းပါ။

ဥပမာ ၂။ $(4x^2 + xy - 3xy^2) - (x^2 - 2xy)$ ကို ဒေါင်လိုက်နုတ်သော်

$$
\begin{array}{rrr}
4x^2 & +\ xy & -\ 3xy^2\\
{}^{-}\pm x^2 & \mp 2xy & \\
\hline
3x^2 & +\ 3xy & -\ 3xy^2
\end{array}
$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၂

၁။ ရှင်းပါ။

(က) $5a - (2b - 3a)$

(ခ) $(3y - 7) - (2y - 4)$

(ဂ) $(8t - 6) - (3t + 9)$

(ဃ) $(-5c + 4d) - (2c - 3d)$

(င) $(2z^2 + 3z - 4) - 3(z^2 - 5)$

(စ) $-5(4m^3 - 2n^2) - (-7n^2 - 8m^3)$

(ဆ) $(x^2 + 3x + 6) - (1 - x^2 + 2x)$

(ဇ) $(t^3 + 2t^2 + 3) - (5t^3 - 2t^2 -$

(ဈ) $(6a^3 - 10a^2b^2 - b^3) - (-2a^3 + 5a^2b^2 - 3b^3)$ (ည) $5x - \{4y^5 - (2x + y^5)\}$]

(ဋ) $p - [p^2 - \{p - (p^2 + q)\}]$ (ဌ) $10 - 3[2 - \{7x^4 - 4(3x^4 + 5)\}]$

၂။ နုတ်ပါ။

(က) $\begin{array}{r} x - 2y \\ \underline{2x + y} \end{array}$ (ခ) $\begin{array}{r} 3c + 7d \\ \underline{c - 2d} \end{array}$ (ဂ) $\begin{array}{r} 5a - b \\ \underline{-4a + 2b} \end{array}$

(ဃ) $\begin{array}{r} -3y + 7z \\ \underline{5y + 2z} \end{array}$ (င) $\begin{array}{r} 2a^2 - 5a - 5 \\ \underline{-8a^2 \quad\quad - 7} \end{array}$ (စ) $\begin{array}{r} -4ax^2 - 2b^2y \\ \underline{ax^2 + b^2y + 9} \end{array}$

၃။ $10m^2 + 5m^2p + 2mp$ မှ $15m^2p + m^2 - mp$ ကို နုတ်ပါ။

၄။ $14x - 15$ ရရှိရန် $10x - 17$ တွင် မည်သည့် အက္ခရာကိန်းတန်းပေါင်းထည့်ရမည်နည်း။

၅။ $a^2 + 7a + 5$ ရရှိရန် $8a^2 + 3a - 1$ တွင် မည်သည့် အက္ခရာကိန်းတန်းပေါင်းထည့်ရမည်နည်း။

၆။ $15x - x^2 + 2$ နှင့် $3x^2 + 4x - 2$ တို့၏ ပေါင်းလဒ်မှ $-7x^2 - 5x + 1$ ကို နုတ်ပါ။

၇။ $11x^2 + 5x - 1$ မှ $5 - 3x + 6x^2$ ကိုနုတ်ပြီး ရလဒ်တွင် $5x^2 + 8x - 6$ ကို ပေါင်းထည့်ပါ။

၃.၃ အက္ခရာကိန်းတန်းများမြှောက်ခြင်း

၃.၃.၁ မိုနိုမီယယ်များမြှောက်ခြင်း

မိုနိုမီယယ်များမြှောက်ရာတွင် မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာဖက်စပ်ရဥပဒေသနှင့် ထပ်ညွှန်းဥပဒေသများအသုံးပြု၍ ရှင်းသည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $(8x^3y^2)(-6x^5y^4)$ ကို ရှင်းပါ။

$$(8x^3y^2)(-6x^5y^4) = (8 \times (-6))(x^3 \times x^5)(y^2 \times y^4)$$
$$= -48x^{3+5}y^{2+4} = -48x^8y^6$$

ပုံစံတွက် ၂။ $(3p)(pr)(p^2t) - (2p^2)(p^2rt)$ ကို ရှင်းပါ။

$$(3p)(pr)(p^2t) - (2p^2)(p^2rt) = 3p^4rt - 2p^4rt$$
$$= p^4rt$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၃

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

၁။ $(4x^3y^2)(-3x^2y^3)$

၂။ $(-7m^4n^3)(8m^2n^2)$

၃။ $(0.2x)(5x^2y)(-xyz^3)$

၄။ $(0.5a^2b)(6ab^3)(a^4b^5)$

၅။ $(\frac{1}{3}mn^3)(\frac{1}{4}m^5n)$

၆။ $--\ (t^6u^6)(-6t^2u^3)$

၇။ $(-3a^2b^2c)(-3a^2b^2c)(-3a^2b^2c)$

၈။ $(-2p^2)(p^3)(-p^3) + (3p^2)(p^6)$

၉။ $(5h^2)(-3hk^2)(k^2) - (3h)(2h^2k)(k^3)$

၁၀။ $(5mn^2)(-3m^3n)(p^2) - (8mn)(3np^2)(m^3n)$

၁၁။ $(-2x)(xy^2)(-5xz^2) + (-x^2)(2xy)(2yz^2)$

၁၂။ $(a^3bc)(-2b^2c)(3c^2) + (-a^2b^2c^2)(2a)(-3bc^2)$

၃.၃.၂ မိုနိုမီယယ်တစ်ခု၏ထပ်ကိန်း

ထပ်ညွှန်းဥပဒေသများကိုသုံး၍ မိုနိုမီယယ်တို့၏ထပ်ကိန်းများကို ရှင်းနိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $(3xy)^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$(3xy)^3 = 3^3x^3y^3 = 27x^3y^3$$

ပုံစံတွက် ၂။ $(-5p^4q^6)^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$(-5p^4q^6)^3 = (-5)^3(p^4)^3(q^6)^3 = -125\,p^{12}q^{18}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $(3x^2y)^2 + (3x^2y^2)(2x)^2$ ကို ရှင်းပါ။

$$\begin{aligned}(3x^2y)^2 + (3x^2y^2)(2x)^2 &= (3)^2(x^2)^2(y)^2 + (3x^2y^2)(2)^2(x)^2\\ &= 9x^4y^2 + (3x^2y^2)4x^2\\ &= 9x^4y^2 + 12x^4y^2\\ &= 21x^4y^2\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၄

၁။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $x(yz)^8$ (ခ) $(m^2n^3)^7$ (ဂ) $(3abc)^6$ (ဃ) $(-c^2d^2)^4$

(င) $(7r^2s)^2$ (စ) $(-5p^2q^3)^4$ (ဆ) $(0.9x^3y^2)^2$ (ဇ) $(-\frac{1}{3}yz)^5$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $6ab^2(ab) - 8a^2(b^3)$ (ခ) $z^3(2z + 3) - z(3 + 4z^3)$

(ဂ) $-3xy^2(xy - x) - 3xy^2(xy + x)$ (ဃ) $3u(u^2v)^3 + (2u)^2(-u^5v^3)$

(င) $(6xy^2)^3 + (3xy^2)^2(5xy^2)$ (စ) $(5p^2q^3)^2(6pq) + (4pq^2)^3(-2p^2q)$

(ဆ) $(-3x^3)^2(xy^2z) - (-2x^2)^2(xyz)(-5x^2y)$ (ဇ) $(\frac{1}{8}rs^2)^3(16r^2s)^2 - (-rs^2)^4(3r)^3(5)$

၃.၃.၃ ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့်မြှောက်ခြင်း

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို မိုနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့်မြှောက်ရာတွင် မြှောက်ခြင်းဆိုင်ရာ ထပ်ညွှန်းဥပဒေသနှင့်ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိတို့ကို အသုံးပြုသည်။

ဥပမာ ၁။ $5x(7x^3 + 6x^2 + 4x - 5) = 35x^4 + 30x^3 + 20x^2 - 25x$

ဥပမာ ၂။ $-3x^2(2xy + 3yz - 2xz) = -6x^3y - 9x^2yz + 6x^3z$

ဥပမာ ၃။ $2q - 3pq - 5p^2$ ကို $-4p^3$ ဖြင့်ဒေါင်လိုက်မြှောက်သော်

$$\begin{array}{r} 2q - 3pq - 5p^2 \\ \times\ -4p^3 \\ \hline -8p^3q + 12p^4q + 20p^5 \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၅

၁။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

(က) $8x(y^2 - 1)$ (ခ) $-9x^3(3y - 2z^2)$

(ဂ) $(2x^2 - 7y^2)5xy$ (ဃ) $(4y^3 - 7y^2 + 2x - 9)3x$

(င) $(7k - 3h^2)(-6h)$ (စ) $-8m^3(-12m - 7n)$

(ဆ) $2p^2r^2(3p + q - 8r)$ (ဇ) $(st - 4t - 3us)7s^2tu$

(ဈ) $-5uvw(2u^2 - 3v^2 - w^2)$ (ည) $6n^2t(4nt - 3nt^2 + 4t^3)$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ဒေါင်လိုက်မြှောက်ပါ။

(က) $\begin{array}{r} 2c - 5d \\ -4c \\ \hline \end{array}$ (ခ) $\begin{array}{r} 2a + 3b \\ -3ab \\ \hline \end{array}$ (ဂ) $\begin{array}{r} 3z^2 + 7z + 2 \\ 5z \\ \hline \end{array}$

(ဃ) $\begin{array}{r} 5x^2 - 2x + 1 \\ -3x^2 \\ \hline \end{array}$ (င) $\begin{array}{r} 3r + 2rt - 4t^2 \\ -4t^3 \\ \hline \end{array}$ (စ) $\begin{array}{r} 8 - 3r + 2s + 4rs^2 \\ 2r^2s \\ \hline \end{array}$

၃.၃.၄ ပုစ္ဆာများကို ပိုလီနိုမီယယ်ပုံစံဖြင့်ရေးသားဖော်ပြခြင်း

ပုစ္ဆာများရှိ ပေးထားချက်များကိုအသုံးပြုပြီး ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် ရေးသားဖော်ပြနိုင်သည်။

ဥပမာ ။ အလျားသည် အနံထက် 20 ပေပို၍ရှည်သော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် အောက်ပါကဲ့သို့ ဖော်ပြနိုင်သည်။

အနံ၏အရှည်ပေ $= w$ ဖြစ်ပါစေ

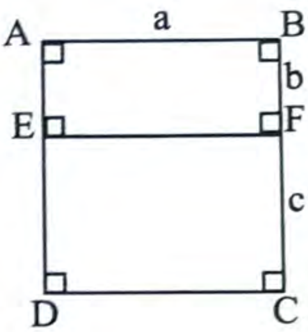
အလျား၏အရှည်ပေ $= w + 20$

ဧရိယာ = အလျား × အနံ

$= (w + 20)w$

$= (w^2 + 20w)$ စတုရန်းပေ

ပုံစံတွက် ။ ပူးတွဲပါ ဂျီဩမေတြီပုံကိုအသုံးပြုပြီး ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိ $a(b + c) = ab + ac$ ကို ချိန်ကိုက်ပြပါ။



ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD ၏ ဧရိယာ $= a(b + c)$

ထောင့်မှန်စတုဂံ ABFE ၏ ဧရိယာ $= ab$

ထောင့်မှန်စတုဂံ EFCD ၏ ဧရိယာ $= ac$

$a(b + c) =$ ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD ၏ ဧရိယာ

$=$ ထောင့်မှန်စတုဂံ ABFE ၏ ဧရိယာ $+$ ထောင့်မှန်စတုဂံ EFCD ၏ ဧရိယာ

$a(b + c) = ab + ac$

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၆

၁။ အနံသည် အလျားအောက် 8 ပေလျော့သော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ဧရိယာကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် ရေးပါ။

၂။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ စာသင်ခန်းတစ်ခန်း၏ အလျားသည် $(3p + 4q)$ ပေ၊ အနံသည် 9 ပေဖြစ်လျှင် ထိုစာသင်ခန်း၏ပတ်လည်အနားကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြပါ။

၃။ အခြေ၏အလျားသည် အမြင့်၏အလျားထက် 6 cm ပို၍ရှည်သောတြိဂံတစ်ခု၏ဧရိယာကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် ရေးပါ။

၄။ အလျားသည် အနံ၏ 3ဆ ရှိပြီး အမြင့်သည် အလျားအောက် 2 ပေ လျော့သော ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခု၏ ထုထည်ကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် ဖော်ပြပါ။

၅။ ကျောင်းသားတစ်ယောက်၏ သင်္ချာရမှတ်သည် မြန်မာစာရမှတ်ထက် အမှတ် 20 ပိုပြီးအင်္ဂလိပ်စာထက် 15 မှတ်ပိုလျှင် သုံးဘာသာစုစုပေါင်းရမှတ်ကို ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုအဖြစ် ရေးပါ။

၆။ ဆယ်ကိန်းတစ်ခုတွင် ခုဂဏန်းသည်ဆယ်ဂဏန်းထက် 4 ကြီး၏။ ပေးထားသောဆယ်ကိန်းကို ရှာရန် ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုရေးပါ။

၇။ လေယာဉ်တစ်စင်းသည် တစ်နာရီလျှင် $(300 + x)$ မိုင်နှုန်းဖြင့် 2 နာရီကြာ ပျံသန်းပြီးနောက် ကျန်ခရီးကို ပထမနှုန်း၏ $1\frac{1}{2}$ ဆ ရှိသော မိုင်နှုန်းဖြင့် 4 နာရီကြာ ပျံခဲ့၏။ စုစုပေါင်းပျံခဲ့သည့် ခရီးအကွာအဝေးကိုဖော်ပြသည့် ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကို ရေးပါ။

၃.၃.၅ ပိုလီနိုမီယယ်နှစ်ခုမြှောက်ခြင်း

ပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုကိုအခြားပိုလီနိုမီယယ်တစ်ခုဖြင့် မြှောက်လိုလျှင်ဖြန့်ဝေရဂုဏ်သတ္တိကို အသုံးပြုပြီး မြှောက်ရသည်။

ဥပမာ ။
$$\begin{aligned}(3x - 2)(6x + 1) &= 3x(6x + 1) - 2(6x + 1)\\ &= 18x^2 + 3x - 12x - 2\\ &= 18x^2 - 9x - 2\end{aligned}$$

ဒေါင်လိုက်မြှောက်ခြင်းဖြင့်လည်း အောက်ပါအတိုင်း မြှောက်နိုင်သည်။

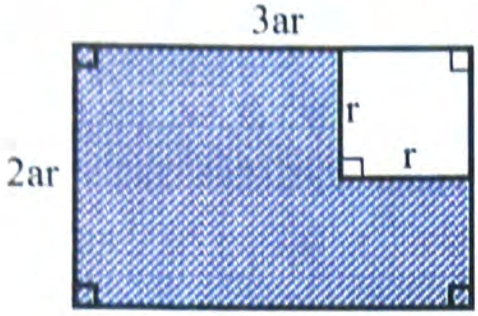
$$\begin{array}{rrr} & & 6x + 1\\ & \times & 3x - 2\\ \hline 3x(6x+1) \longrightarrow & 18x^2 + & 3x\\ -2(6x+1) \longrightarrow & & -12x - 2\\ \hline & 18x^2 - & 9x - 2\end{array}$$

ပုံစံတွက် ၁။ $(x + 5)(6x^2 - 3x + 1)$ ကို ရှင်းပါ။

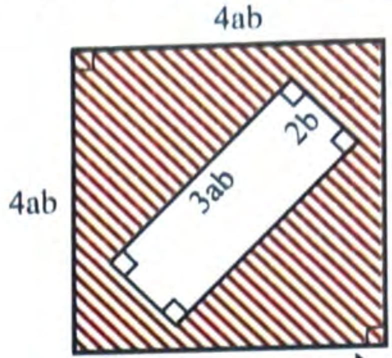
$$\begin{aligned}(x + 5)(6x^2 - 3x + 1) &= x(6x^2 - 3x + 1) + 5(6x^2 - 3x + 1)\\ &= 6x^3 - 3x^2 + x + 30x^2 - 15x + 5\\ &= 6x^3 + 27x^2 - 14x + 5\end{aligned}$$

၄။ အောက်ပါပုံများတွင် အရောင်ခြယ်ထားသောဧရိယာများကို ဆခွဲကိန်းပုံစံဖြင့်ပြပါ။

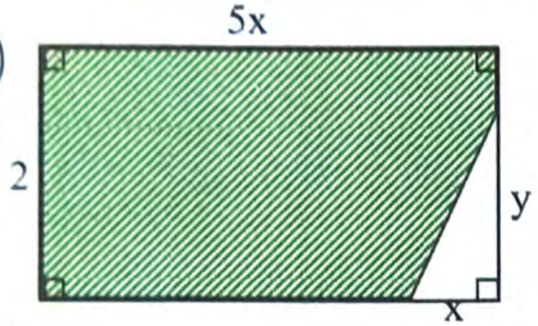
(က)



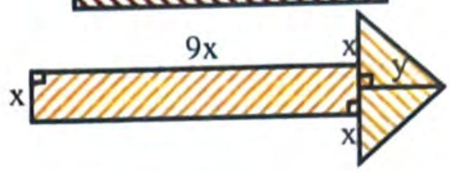
(ခ)



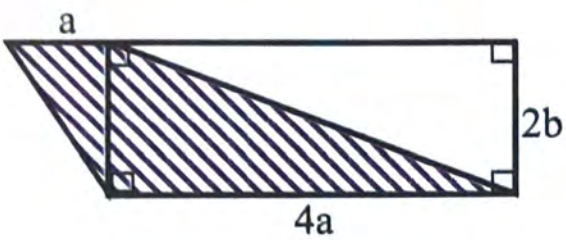
(ဂ)



(ဃ)



(င)



၄.၂ ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်းတို့၏ မြှောက်လဒ်

ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်းတို့၏မြှောက်လဒ်ကို လေ့လာကြမည်။

$(y + 2)(y - 2) = y^2 - 2y + 2y - 4 = y^2 - 4 = y^2 - 2^2$

$(3a - 2b)(3a + 2b) = 9a^2 + 6ab - 6ab - 4b^2 = 9a^2 - 4b^2 = (3a)^2 - (2b)^2$

အထက်ပါ ဥပမာနှစ်ခုကို လေ့လာခြင်းမှ အောက်ပါ အမြှောက်ပုံသေနည်းကို တွေ့ရှိ ရသည်။

"ကိန်းနှစ်ခု၏ပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်းတို့၏မြှောက်လဒ်သည် ပထမကိန်းနှစ်ထပ်မှ ဒုတိယကိန်းနှစ်ထပ်ကိုနုတ်ခြင်းနှင့် ညီသည်။

$$\boxed{(x + y)(x - y) = x^2 - y^2}$$

ဥပမာ ၁ ။ $(5x - 2)(5x + 2)$ ၏ မြှောက်လဒ်ကို ရှာသော်

$(5x - 2)(5x + 2) = (5x)^2 - (2)^2 = 25x^2 - 4$

ဥပမာ ၂ ။ $(t^2 + 9)(t^2 - 9) = (t^2)^2 - (9)^2 = t^4 - 81$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၂

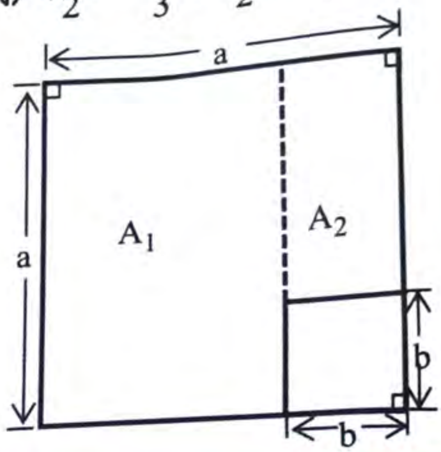
၁။ အောက်ပါ မြှောက်လဒ်တို့ကို $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ ပုံသေနည်းသုံး၍ တွက်ပါ။

(က) $(p - q)(p + q)$ (ခ) $(e + 7)(e - 7)$ (ဂ) $(5 + t)(5 - t)$

(ဃ) $(4p + 3q)(4p - 3q)$ (င) $(2b - 1)(2b + 1)$ (စ) $(2y - 3)(2y + 3)$

(ဆ) $(z^3 + 9)(z^3 - 9)$ (ဇ) $(5k + \frac{2}{3})(5k - \frac{2}{3})$ (ဈ) $(\frac{3}{2}r + \frac{1}{3}s)(\frac{3}{2}r - \frac{1}{3}s)$

၂။ ပေးထားသောပုံတွင် အနားတစ်ဖက်၏အလျား a ရှိသော စတုရန်းကြီးနှင့်အနားတစ်ဖက်၏ အလျား b ရှိသော စတုရန်းငယ်တစ်ခုကို ဖော်ပြထားသည်။ စတုရန်းကြီးမှ စတုရန်းငယ်ကို ဖြတ်ထုတ်ပြီးနောက် ကျန်ရှိသော ဧရိယာကို အသုံးပြု၍ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ဖြစ်ကြောင်း ဖော်ထုတ်ပါ။



၄.၃ နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုတို့၏နုတ်ခြင်းကိုဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

အမြှောက်ပုံသေနည်းတွင် $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ ဖြစ်သဖြင့် $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့နိုင်သည်။

ကိန်းနှစ်လုံး၏နှစ်ထပ်ကိန်းများနုတ်ခြင်းသည် ထိုကိန်းနှစ်ခုတို့၏ ပေါင်းခြင်းနှင့် နုတ်ခြင်းတို့၏ မြှောက်လဒ်နှင့် ညီသည်။"

ဥပမာ ၁ ။ $a^2 - 16 = a^2 - 4^2 = (a + 4)(a - 4)$

ဥပမာ ၂ ။ $25x^2 - 49y^2 = (5x)^2 - (7y)^2 = (5x + 7y)(5x - 7y)$

အထက်ပါ ဥပမာများအရ ကိန်းတန်းတွင် ပါဝင်သော ကိန်းနှစ်လုံးကို နှစ်ထပ်ကိန်းပုံစံသွင်းခြင်းဖြင့် နှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုနုတ်ခြင်းကို လွယ်ကူစွာ ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

ဥပမာ ၃ ။
$$a^2 - (b - c)^2 = [a + (b - c)][a - (b - c)]$$
$$= (a + b - c)(a - b + c)$$

ပုံစံတွက် ၁။ $8x^2 - 50y^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$8x^2 - 50y^2 = 2(4x^2 - 25y^2) = 2[(2x)^2 - (5y)^2] = 2(2x + 5y)(2x - 5y)$$

ပုံစံတွက် ၂။ $k^4 - 81$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} k^4 - 81 &= (k^2)^2 - 9^2 \\ &= (k^2 + 9)(k^2 - 9) \\ &= (k^2 + 9)(k^2 - 3^2) \\ &= (k^2 + 9)(k + 3)(k - 3) \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $(a + b)^2 - (x - y)^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} (a + b)^2 - (x - y)^2 &= [(a + b) + (x - y)][(a + b) - (x - y)] \\ &= (a + b + x - y)(a + b - x + y) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၃

ဆခွဲကိန်းများခွဲပါ။

၁။ $1 - k^2$　　၂။ $16 - n^2$　　၃။ $2a^2 - 8b^2$　　၄။ $3b^2 - 27$

၅။ $4c^2 - 100$　　၆။ $8x^2 - 32y^2$　　၇။ $p^2 - 36p^2q^2$　　၈။ $a^2b^2 - 4c^2$

၉။ $3x^4 - 48$　　၁၀။ $9 - (a + b)^2$　　၁၁။ $2a^4 - 162$　　၁၂။ $(m - n)^2 - p^2$

၁၃။ $25a^2 - 4(a + b)^2$　　၁၄။ $d^2 - (e - q)^2$　　၁၅။ $9(x + y)^2 - 4(x - y)$

၄.၄ ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုကိုနှစ်ထပ်ပြုခြင်း

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း $a + b$ ကို နှစ်ထပ်ပြုသော် မြှောက်လဒ်သည် နှစ်ထပ်ကိန်းပါ တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်ခု ရရှိသည်။ ယင်းကိန်းတန်းတွင် ကိန်းလုံးတစ်လုံးစီ မည်သို့ ရရှိလာသည်ကို လေ့လာကြမည်။

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

a^2 — ပထမကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုခြင်း

$2ab$ — ကိန်းနှစ်လုံး၏ မြှောက်လဒ်ကို နှစ်ဆပြုခြင်း

b^2 — ဒုတိယကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုခြင်း

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း $a - b$ ကိုနှစ်ထပ်ပြုသော် ရလာသောကိန်းတန်းရှိ ကိန်းတစ်လုံးစီကို မည်သို့ရရှိကြောင်း ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 \quad - \quad 2ab \quad + \quad b^2$$

ပထမကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုခြင်း	ကိန်းနှစ်လုံး၏ မြှောက်လဒ်ကို နှစ်ဆပြုခြင်း	ဒုတိယကိန်းကို နှစ်ထပ်ပြုခြင်း

$$\mathbf{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$
$$\mathbf{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

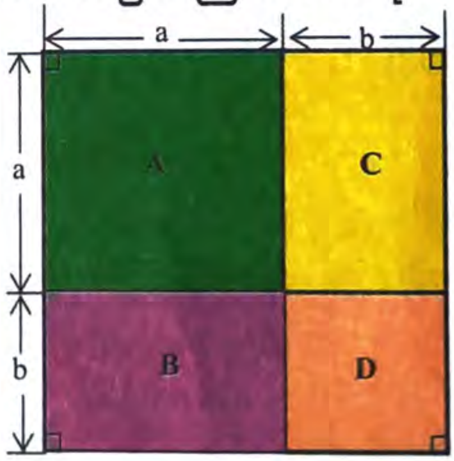
အထက်ပါပုံသေနည်းများကို အသုံးပြု၍ ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတို့၏နှစ်ထပ်ကိန်းများကို အလွယ်တကူ ရှာဖွေနိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

ပုံစံတွက် ၂။ $(-7m+3n)^2 = (-7m)^2 + 2(-7m)(3n) + (3n)^2 = 49m^2 - 42mn + 9n^2$

ပုံစံတွက် ၃။ $(6a^2 - 5b^2)^2 = (6a^2)^2 - 2(6a^2)(5b^2) + (5b^2)^2$
$= 36a^4 - 60a^2b^2 + 25b^4$

ပုံစံတွက် ၄။ ပေးထားသောစတုရန်းပုံတွင် အပိုင်းလေးပိုင်း A, B, C နှင့် D တို့ဖြင့်ဖွဲ့စည်းထားသည်။အနားများ၏အလျားများသည် ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်းရှိသည်။ ပေးထားသောပုံကိုအသုံးပြု၍ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ဖြစ်ကြောင်းဖော်ထုတ်ပါ။



ပေးထားသော စတုရန်း၏ အနားတစ်ဖက်၏အလျား $= a + b$

ပေးထားသော စတုရန်း၏ဧရိယာ $= (a+b)(a+b)$
$= (a+b)^2$

တစ်ဖန်

ပေးထားသော စတုရန်း၏ဧရိယာ

$= A$ ၏ဧရိယာ $+ B$ ၏ ဧရိယာ $+ C$ ၏ဧရိယာ $+ D$ ၏ဧရိယာ
$= a^2 + ab + ab + b^2$
$= a^2 + 2ab + b^2$
$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၄

၁။ အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

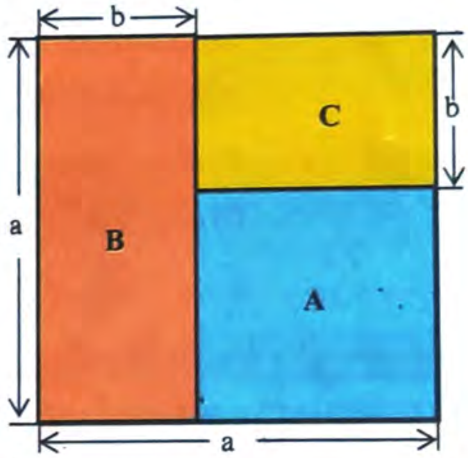
(က) $(3r-2)^2$ (ခ) $(6p+5)^2$ (ဂ) $(2x-3y)^2$ (ဃ) $(5u+2v)^2$ (င) $(x^2+2)^2$

(စ) $(xy-1)^2$ (ဆ) $(9-pq)^2$ (ဇ) $(2+rs)^2$ (ဈ) (x^2-3y^2) (ည) $(u^2v^2+7)^2$

၂။ ပေးထားသော စတုရန်းပုံတွင် A, B နှင့် C အပိုင်း သုံးပိုင်းပါဝင်သည်။ အနားများ၏အလျားများသည် ပုံပါအတိုင်း ဖြစ်သည်။ စတုရန်း A ၏ ဧရိယာကို အသုံးပြု၍

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ဖြစ်ကြောင်း ဖော်ထုတ်ပါ။



၄.၅ နှစ်ထပ်ကိန်းတိပုံစံပြောင်းနိုင်သောတြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများ

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတို့အတွက် အမြှောက်ပုံသေနည်း

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$ ကို သိရှိပြီးဖြစ်သည်။

အထက်ပါညီမျှခြင်းများကို ကြည့်ခြင်းအားဖြင့် $a^2 + 2ab + b^2$ သည် $(a+b)^2$ ဖြစ်ပြီး $a^2 - 2ab + b^2$ သည် $(a-b)^2$ ဖြစ်သည်။

တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုတွင်အောက်ပါအချက်များပြေလည်မှသာ နှစ်ထပ်ကိန်းတိပုံစံပြောင်းနိုင်သည်။

၁။ ပေးထားသောကိန်းတန်းတွင် အပေါင်းနှစ်ထပ်ကိန်းနှစ်ခုပါပြီး ၎င်းကိန်းနှစ်ခုကို ပထမကိန်း နှင့် တတိယကိန်းဟု သတ်မှတ်မည်။

၂။ ပထမကိန်းနှင့် တတိယကိန်းတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများမြှောက်လဒ်၏နှစ်ဆကို ဒုတိယကိန်း ဟုသတ်မှတ်မည်။

၃။ ဒုတိယကိန်းသည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်လျှင် ကိန်းတန်းသည် ပထမကိန်းနှင့် တတိယကိန်းတို့၏ နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းများပေါင်းခြင်း၏နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်ပြီး ဒုတိယကိန်းသည်အနုတ်ကိန်းဖြစ်လျှင် ကိန်းတန်းသည် ပထမကိန်း၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းမှ တတိယကိန်း၏နှစ်ထပ်ကိန်းရင်းကို နုတ်ခြင်း ၏နှစ်ထပ်ကိန်းဖြစ်မည်။

ဥပမာ ၁ ။ $x^2 + 12x + 36 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 = (x + 6)^2$

ဥပမာ ၂ ။ $16 + t^2 - 8t = t^2 - 8t + 16 = t^2 - 2 \times t \times 4 + 4^2 = (t - 4)^2$

နောက်တစ်နည်း

$$16 + t^2 - 8t = 16 - 8t + t^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times t + t^2 = (4 - t)^2$$

မှတ်ချက်။ နှစ်ထပ်ကိန်းတိပုံစံပြောင်းလိုလျှင် ပါဝင်သောကိန်းများအား အစီအစဉ်တကျရှိစေရန်ကိန်းတို့၏ထပ်ညွှန်းများကို ကြီးစဉ်ငယ်လိုက်သော်လည်းကောင်း၊ ငယ်စဉ်ကြီးလိုက်သော်လည်းကောင်း စီစဉ်ရမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $81a^2 - 198\,ab + 121\,b^2$ ကို နှစ်ထပ်ကိန်းတိပုံစံပြောင်းပါ။

$$\begin{aligned} 81a^2 - 198\,ab + 121\,b^2 &= (9a)^2 - 2 \times 9a \times 11b + (11b)^2 \\ &= (9a - 11b)^2 \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $18x^2 + 84\,x + 98$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 18x^2 + 84\,x + 98 &= 2(9x^2 + 42x + 49) \\ &= 2[(3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + 7^2] \\ &= 2(3x + 7)^2 \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $t^2 - 4t + 4 - s^2$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned} t^2 - 4t + 4 - s^2 &= (t^2 - 4t + 4) - s^2 \\ &= (t - 2)^2 - s^2 \\ &= [(t - 2) + s]\,[(t - 2) - s] \\ &= (t - 2 + s)\,(t - 2 - s) \end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၅

၁။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို နှစ်ထပ်ကိန်းတိပုံစံပြောင်းပါ။

(က) $z^2 + 18zab + 81a^2b^2$ (ခ) $36t^2 + 36ts + 9s^2$ (ဂ) $24x + 24x^2 + 6x^3$

(ဃ) $9u^2 + 6uv + v^2$ (င) $6a^4 - 12a^2b + 6b^2$ (စ) $25d^2 - 10d + 1$

၂။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(က) $4p^2 + 12p + 9$ (ခ) $a^2 - b^2 + 2b - 1$ (ဂ) $81k^2 + 18kt + t^2$

(ဃ) $a^2 + 6a + 9 - b^2$ (င) $36 + 25r^2 - 60r$ (စ) $x^2 + 10x^2 + 25$

၃။ ပေးထားသော ကွဲြင်နိမီယယ်ကိန်းတန်းတစ်ခုကို နှစ်ထပ်ကိန်းတိ ဖြစ်စေရန် k တန်ဖိုး (များ) သည် မည်မျှဖြစ်ရမည်နည်း။

(က) $x^2 - 10x + k$ (ခ) $4b^2 + kb + 25$ (ဂ) $y^2 - 2ky + 81$ (ဃ) $kx^2 - 12x + 9$

၄။ စတုရန်းပုံမြေကွက်တစ်ကွက်၏ ဧရိယာသည် $4x^2 + 12x + 9$ စတုရန်းပေ ရှိသော် မြေကွက်၏ပတ်လည်အနားကိုရှာပါ။

၅။ စကြိန်လမ်းတစ်လျှောက်တွင် ဧရိယာ $y^2 - 8y + 16$ စတုရန်းပေ ရှိသောစတုရန်းပုံကော်ဇော 7 ချပ်ကို ဆက်၍ခင်းသွားသော် အရှည်မည်မျှခင်းနိုင်မည်နည်း။

၄.၆ နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းများကိုဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

၄.၆.၁ နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်း $x^2 + bx + c$ ကိုဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်း $x^2 + bx + c$ ကိုစဉ်းစားမည်။ ဤကိန်းတန်းတွင် နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် 1 ၊ တစ်ထပ်ကိန်း၏မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် b နှင့် ကိန်းသေသည် c အသီးသီး ဖြစ်သည်။

$c = r \times s$ နှင့် $b = r + s$ ဖြစ်စေမည့် ကိန်း ၂ ခု r နှင့် s ကို ရှာနိုင်လျှင် $x^2 + bx + c$ ကို အောက်ပါအတိုင်း ဆခွဲကိန်း ခွဲနိုင်သည်။

$x^2 + bx + c$ ကို $x^2 + (r + s)x + rs$ ဟု ရေးနိုင်ပါက $x^2 + bx + c$ ၏ ဆခွဲကိန်းသည် $(x + r)(x + s)$ ဖြစ်သည်။

ဉပမာအားဖြင့် $x^2 + 5x + 6$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲသော်

$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 6 &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x^2 + (3 + 2)x + (3 \times 2) \\ &= (x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$ ကိုရသည်။

ဉပမာ ၁ ။ $x^2 + 7x + 12$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲမည်ဆိုပါစို့။

ပေးထားသောကိန်းတန်းကို $x^2 + bx + c$ နှင့် နှိုင်းယှဉ်သော် $b = 7, c = 12$ ဖြစ်သည်။
မြှောက်လဒ် 12 ၊ ပေါင်းလဒ် 7 ရစေသော ကိန်းနှစ်ခုမှာ 3 နှင့် 4 ဖြစ်သည်။
ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် 7x ကို 3x + 4x ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 12 &= x^2 + 3x + 4x + 12 \\ &= x^2 + (3 + 4)x + (3 \times 4) \\ &= (x + 3)(x + 4) \end{aligned}$$ ကိုရသည်။

မှတ်ချက်။ ခွဲထားသောဆခွဲကိန်းများ မှန်မမှန်ကို ရရှိထားသောဆခွဲကိန်းများ၏ မြှောက်လဒ် ရှာခြင်းဖြင့် ချိန်ကိုက်နိုင်သည်။

ဥပမာ ၂ ။ $x^2 - 9x + 18$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲမည်။
ပေးထားသောကိန်းတန်းကို x^2+bx+c နှင့်နှိုင်းယှဉ်သော် $b=-9$၊ $c=18$ ဖြစ်သည်။
c = မြှောက်လဒ် 18 နှင့် b = ပေါင်းလဒ် -9 ဖြစ်စေသော ကိန်းပြည့်နှစ်ခုမှာ -3 နှင့် -6 တို့ဖြစ်သည်။
ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-9x$ ကို $-3x-6x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$
\begin{aligned}
x^2 - 9x + 18 &= x^2 - 3x - 6x + 18 \\
&= x(x-3) - 6(x-3) \\
&= (x-3)(x-6)
\end{aligned}
$$

$$\therefore x^2 - 9x + 18 = (x-3)(x-6)$$

ဥပမာ ၃ ။ $x^2 + 9x - 10$ ကို

$$= x^2 + (10-1)x + (10 \times (-1))$$

$= (x+10)(x-1)$ ဟုလည်းတွက်နိုင်သည်။
ပေးထားသောကိန်းတန်းကို x^2+bx+c နှင့် နှိုင်းယှဉ်သော် $b=9$ ၊ $c=-10$ ဖြစ်သည်။ c = မြှောက်လဒ် -10 နှင့် b = ပေါင်းလဒ် 9 ဖြစ်စေသော ကိန်းပြည့်နှစ်ခုမှာ -1 နှင့် 10 တို့ဖြစ်သည်။
ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-9x$ ကို $-x+10x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$
\begin{aligned}
x^2 + 9x - 10 &= x^2 - x + 10x - 10 \\
&= x(x-1) + 10(x-1) \\
&= (x-1)(x+10)
\end{aligned}
$$

$$\therefore x^2 + 9x - 10 = (x-1)(x+10)$$

ဥပမာ ၄ ။ $x^2 - 7x - 8$ ကို

$$= x^2 + (1-8)x + (1 \times (-8))$$

$= (x+1)(x-8)$ ဟုလည်းတွက်နိုင်သည်။
ပေးထားသောကိန်းတန်းကို x^2+bx+c နှင့်နှိုင်းယှဉ်သော် $b=-7$၊ $c=-8$ ဖြစ်သည်။
c = မြှောက်လဒ် -8 နှင့် b = ပေါင်းလဒ် -7 ဖြစ်စေသော ကိန်းပြည့်နှစ်ခုမှာ 1 နှင့် -8 တို့ဖြစ်သည်။
ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-7x$ ကို $x-8x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$
\begin{aligned}
x^2 - 7x - 8 &= x^2 + x - 8x - 8 \\
&= x(x+1) - 8(x+1) \\
&= (x+1)(x-8)
\end{aligned}
$$

$$\therefore x^2 - 7x - 8 = (x+1)(x-8)$$

ဥပမာ ၅ ။ $x^2 + kx + 8$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲနိုင်ရန် k ၏ ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကိုရှာမည်။

8 ကို ကိန်းပြည့်နှစ်ခု၏ မြှောက်လဒ်အဖြစ် အောက်ပါအတိုင်း ရေးနိုင်သည်။

1×8 , 2×4 , $(-1) \times (-8)$, $(-2) \times (-4)$ တို့ဖြစ်ကြသည်။

k အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများမှာ 1×8 , 2×4 , $(-1) \times (-8)$, $(-2) \times (-4)$ တို့ဖြစ်ကြသည်။

ထို့ကြောင့် k အတွက် ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများမှာ $9, 6, -9, -6$ တို့ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၆ ။ $(x-y)^2 - 4(x-y) + 3$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲမည်ဆိုပါစို့။

$x - y = p$ ဟု ထားပါက ပေးရင်းကိန်းတန်းသည် $p^2 - 4p + 3$ ဖြစ်မည်။

$p^2 - 4p + 3 = p^2 - p - 3p + 3 = p(p-1) - 3(p-1) = (p-1)(p-3)$

ထို့နောက် $p = x - y$ ကိုအစားသွင်းသော်

$(x-y)^2 - 4(x-y) + 3 = (x-y-1)(x-y-3)$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၆

၁။ အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(က) $x^2 + 7x + 6$	(ခ) $p^2 - 7p + 12$	(ဂ) $y^2 - 4y - 5$
(ဃ) $t^2 + 5t - 24$	(င) $k^2 + k - 12$	(စ) $v^2 - 3v - 18$
(ဆ) $c^2 - c - 42$	(ဇ) $y^2 - 2y - 63$	(ဈ) $z^2 + 5z - 50$
(ည) $21 + 10x + x^2$	(ဋ) $48 - 144 + y^2$	(ဌ) $x^2 - 9xy - 36y^2$

၂။ ပေးထားသောနှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းကို ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ရန် k အတွက် အပေါင်းကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။

(က) $y^2 + ky + 10$	(ခ) $x^2 + kx + 20$	(ဂ) $x^2 + kx - 10$
(ဃ) $t^2 + kt - 24$	(င) $z^2 + 3z + k$	(စ) $y^2 + 6y + k$

၃။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(က) $(x-1)^2 - 3(x-1) + 2$ (ခ) $(x-3)^2 + 6(x-3) + 8$ (ဂ) $(5-y)^2 + 3(5-y) + 2$

(ဃ) $(s+t)^2 + 5(s+t) - 66$ (င) $(3-z)^2 - 2(3-z) - 35$

၄။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြေကွက်တစ်ကွက်၏ ဧရိယာသည် $(x^2 + 30x + 81)$ စတုရန်းပေရှိသည်။ မြေကွက်၏ပတ်လည်အနားကို ရှာပါ။

၄.၆.၂ နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်း $ax^2 + bx + c$ ကိုဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

ရှေ့အခန်းတွင် နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် 1 ဖြစ်သော နှစ်ထပ်ကိန်းပါ တြိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်းများ၏ ဆခွဲကိန်းရှာနည်းကို လေ့လာခဲ့သည်။ နှစ်ထပ်ကိန်း၏မြှောက်ဖော်

ကိန်းသည် 1 မဟုတ်သော နှစ်ထပ်ကိန်းပါ ကိန်းတန်းအချို့ကိုလည်း အထက်ပါနည်း သဘောမျိုးဖြင့်ပင် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်သည်။

နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်း ax^2+bx+c ကိုစဉ်းစားမည်။ နှစ်ထပ်ကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် a ၊ တစ်ထပ်ကိန်း၏မြှောက်ဖော်ကိန်းသည် b နှင့် ကိန်းသေသည် c ဖြစ်သည်။

$ac = rs$ ဖြစ်စေသော r နှင့် s တို့ကို $r + s = b$ ဖြစ်အောင် ရွေးနိုင်လျှင် $ax^2 + bx + c$ ကို အောက်ပါနည်းအတိုင်း ဆခွဲကိန်း ခွဲနိုင်သည်။

a နှင့် r ၏အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း k ကိုရှာပါ။ ထိုအခါ $a = ka_1$ နှင့် $r = kr_1$ ဖြစ်မည်။

$ac= rs$ ဖြစ်၍ $ka_1c = kr_1s$ မှ $c = \dfrac{r_1s}{a_1}$ ရမည်။

$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= ax^2 + (r + s)x + c\\
&= ax^2 + rx + sx + c\\
&= ka_1x^2 + kr_1x + sx + \frac{r_1s}{a_1}\\
&= kx\,(a_1x+ r_1) + \frac{s}{a_1}\,(a_1x + r_1)\\
&= (a_1x+ r_1)\,(kx + \frac{s}{a_1})
\end{aligned}$$

$\dfrac{r_1s}{a_1}= c$ တွင် $\dfrac{r_1}{a_1}$ သည် အရှင်းဆုံးပုံစံဖြစ်ပြီး $\dfrac{s}{a_1}$ သည် ကိန်းပြည့်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁ ။ $2x^2 - 7x + 6$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲမည်ဆိုပါစို့။

ဤတွင် $ax^2 + bx + c$ ဖြင့် နှိုင်းယှဉ်ကြည့်သော် $a = 2$, $b = -7$ နှင့် $c = 6$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$ac = 2 \times 6 = 12$ ဖြစ်သည်။ ကိန်းပြည့်စုံတွဲ -3 နှင့် -4 သည် ပေါင်းလဒ် -7 နှင့် မြှောက်လဒ် 12 ရရှိစေသောကြောင့် မြှောက်လဒ် 12 ပေါင်းလဒ် -7 ရရှိစေသည့် ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ -3 နှင့် -4 ဖြစ်သည်။

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $-7x$ ကို $-3x-4x$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned}
2x^2 - 7x + 6 &= 2x^2 - 3x - 4x + 6\\
&= x(2x - 3) - 2(2x - 3)\\
&= (2x - 3)\,(x - 2)
\end{aligned}$$

ဥပမာ ၂ ။ $8r^2 + 2r - 3$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲမည်။

ဤတွင် $ax^2 + bx + c$ ဖြင့် နှိုင်းယှဉ်ကြည့်သော် $a = 8$, $b = 2$ နှင့် $c = -3$ ဖြစ်ကြောင်း တွေ့ရမည်။

$ac = 8 \times (-3) = -24$ ဖြစ်သည်။ မြှောက်လဒ် -24 ပေါင်းလဒ် 2 ရရှိစေသည့် ကိန်းပြည့်စုံတွဲမှာ 6 နှင့် -4 ဖြစ်သည်။

ပေးရင်းကိန်းတန်းတွင် $2r$ ကို $-4r + 6r$ ဖြင့် အစားသွင်းသော်

$$
\begin{aligned}
8r^2 + 2r - 3 &= 8r^2 - 4r + 6r - 3 \\
&= 4r(2r - 1) + 3(2r - 1) \\
&= (2r - 1)(4r + 3)
\end{aligned}
$$

ပုံစံတွက် ၁။ $3x^2 - x - 2$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲပါ။

$$
\begin{aligned}
3x^2 - x - 2 &= 3x^2 + 2x - 3x - 2 \\
&= x(3x + 2) - (3x + 2) \\
&= (3x + 2)(x - 1)
\end{aligned}
$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၇

အောက်ပါကိန်းတန်းများကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

၁။ $3m^2 + 8m + 5$ ၂။ $4y^2 + 4y - 15$ ၃။ $2x^2 - 9x - 5$

၄။ $6n^2 - 11n - 2$ ၅။ $6z^2 + 5z - 6$ ၆။ $7x^2 + 9x + 2$

၇။ $10y^2 - 27y + 5$ ၈။ $6x^2 - 13x - 5$ ၉။ $3y^2 - 17xy - 6x^2$

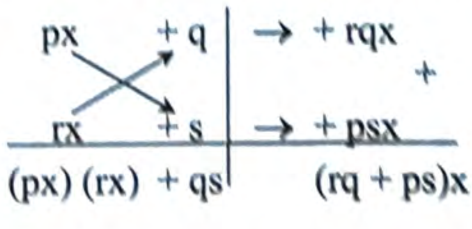
၄.၆.၃ နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်းများကိုကြက်ခြေခတ်အမြှောက်နည်းဖြင့်ဆခွဲကိန်းခွဲခြင်း

နှစ်ထပ်ကိန်းပါကိန်းတန်း $ax^2 + bx + c$ ကို ၄.၆.၂ တွင် ဆခွဲကိန်းခွဲနိုင်ကြောင်း လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု ကြက်ခြေခတ်အမြှောက်နည်းဖြင့် ဆခွဲကိန်းခွဲနည်းကို လေ့လာကြမည်။

ကိန်းတန်း $ax^2 + bx + c = (px + q)(rx + s)$ ဖြစ်လျှင်

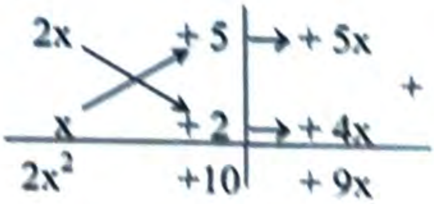
$(px + q)(rx + s) = (px)(rx) + (rq + ps)x + qs$ ကို

အောက်ပါကန့်လန့်ဖြတ်မြှောက်နည်းဖြင့် နောက်ပြန်စဉ်းစား၍တွက်သွားမည်။



ဥပမာ ၁ ။ $2x^2 + 9x + 10$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲမည်ဆိုပါစို့။

$2x^2 + 9x + 10 = (2x+5)(x+2)$



ဥပမာ ၂ ။ $3x^2 + 7x - 6$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲမည်။

$$3x^2 + 7x - 6 = (3x - 2)(x + 3)$$

$$\begin{array}{cc|l} 3x & -2 & \to -2x \\ & & \qquad + \\ x & +3 & \to +9x \\ \hline 3x^2 & -6 & \quad +7x \end{array}$$

ပုံစံတွက် ၁။ $3x^2 + 4 + 13x$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲပါ။

$$\begin{aligned} 3x^2 + 4 + 13x &= 3x^2 + 13x + 4 \\ &= (3x + 1)(x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc|l} 3x & +1 & \to +x \\ & & \qquad + \\ x & +4 & \to +12x \\ \hline 3x^2 & +4 & \quad +13x \end{array}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $2 + 9x - 5x^2$ ကို ဆခွဲကိန်း ခွဲပါ။

တွက်နည်း (၁)
$$\begin{aligned} 2 + 9x - 5x^2 &= -5x^2 + 9x + 2 \\ &= (-x + 2)(5x + 1) \\ &= (2 - x)(5x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc|l} -x & +2 & \to +10x \\ & & \qquad + \\ 5x & +1 & \to -x \\ \hline -5x^2 & +2 & \quad +9x \end{array}$$

တွက်နည်း (၂)
$$2 + 9x - 5x^2 = (2 - x)(5x + 1)$$

$$\begin{array}{cc|l} +2 & -x & \to -x \\ & & \qquad + \\ +1 & +5x & \to +10x \\ \hline 2 & -5x^2 & \quad +9x \end{array}$$

တွက်နည်း (၃)
$$\begin{aligned} 2 + 9x - 5x^2 &= -5x^2 + 9x + 2 \\ &= -(5x^2 - 9x - 2) \\ &= -[(x - 2)(5x + 1)] \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc|l} +x & -2 & \to -10x \\ & & \qquad + \\ 5x & +1 & \to +x \\ \hline 5x^2 & -2 & \quad -9x \end{array}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၈

၁။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(က) $x^2 + 22x + 121$ (ခ) $x^2 + x - 12$ (ဂ) $x^2 - 17x + 72$

(ဃ) $x^2 - 3x - 28$ (င) $x^2 - 81 + 24x$ (စ) $x^2 + 64 - 16x$

၂။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(က) $2x^2 - 83x - 42$ (ခ) $2x^2 + 83x - 42$ (ဂ) $2x^2 - 40x - 42$

(ဃ) $2x^2 + 40x - 42$ (င) $2x^2 - 25x - 42$ (စ) $2x^2 + 25x - 42$

(ဆ) $2x^2 - 8x - 42$ (ဇ) $2x^2 + 8x - 42$ (ဈ) $2x^2 - 17x - 42$

(ည) $2x^2 + 17x - 42$ (ဋ) $2x^2 - 5x - 42$ (ဌ) $2x^2 + 5x - 42$

၃။ အောက်ပါကိန်းတန်းတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(က) $x^2 + x - 2$ (ခ) $5x + 6x^2 - 4$ (ဂ) $6x^2 - 2x - 20$

(ဃ) $3x^2 + 12x - 15$ (င) $15x^2 - 13x + 2$ (စ) $2 - 5x - 12x^2$

(ဆ) $6 + x - x^2$ (ဇ) $12 + 2x - 4x^2$ (ဈ) $10x^2 - 3x - 1$

(ည) $6x^2 - 3 - 17x$ (ဋ) $6x^2 + 5x - 6$ (ဌ) $8x - 10 + 2x^2$

၄.၇ ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း၏ သုံးထပ်ကိန်း

၄.၇.၁ ကိန်းနှစ်လုံးပေါင်းခြင်း၏ သုံးထပ်ကိန်း

ဘိုင်နိုမီယယ်ကိန်းတန်း x + y ၏ သုံးထပ်ကိန်းကို အောက်ပါအတိုင်းအကျယ်ချဲ့နိုင်သည်။

$$
\begin{aligned}
(x+y)^3 &= (x+y)(x+y)^2 \\
&= (x+y)(x^2+2xy+y^2) \\
&= x(x^2+2xy+y^2)+y(x^2+2xy+y^2) \\
&= x^3+2x^2y+xy^2+x^2y+2xy^2+y^3 \\
&= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3
\end{aligned}
$$

$$\boxed{(x+y)^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3}$$

ပုံစံတွက် ၁။ $(x+2)^3$ ကို ရှင်းပါ။

$$
\begin{aligned}
(x+2)^3 &= x^3+3x^2(2)+3x(2)^2+(2)^3 \\
&= x^3+6x^2+12x+8
\end{aligned}
$$

ပုံစံတွက် ၂။

$$
\begin{aligned}
(4x+5y)^3 &= (4x)^3+3(4x)^2(5y)+3(4x)(5y)^2+(5y)^3 \\
&= 64x^3+240x^2y+300xy^2+125y^3
\end{aligned}
$$

၄.၇.၂ ကိန်းနှစ်လုံးနုတ်ခြင်း၏ သုံးထပ်ကိန်း

(x − y) ၏ သုံးထပ်ကိန်းကို အောက်ပါအတိုင်းအကျယ်ချဲ့မည်။

$$
\begin{aligned}
(x-y)^3 &= (x-y)(x-y)^2 \\
&= (x-y)(x^2-2xy+y^2) \\
&= x^3-2x^2y+xy^2-x^2y+2xy^2-y^3 \\
&= x^3-3x^2y+3xy^2-y^3
\end{aligned}
$$

$$\boxed{(x-y)^3 = x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $(2a-3b)$ ၏သုံးထပ်ကိန်းကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned}(2a-3b)^3 &= (2a)^3 - 3(2a)^2(3b) + 3(2a)(3b)^2 - (3b)^3\\ &= 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၉

အောက်ပါကိန်းတန်းတို့၏ သုံးထပ်ကိန်းများကိုရှာပါ။

၁။ $5x+2$	၂။ $2x+3y$	၃။ $x+\frac{1}{x}$	၄။ $\frac{x}{2}+1$
၅။ $1+y^2$	၆။ $2x-3z$	၇။ x^2-2	၈။ $2y-\frac{1}{y}$
၉။ x^2-3y^2	၁၀။ $\frac{x}{3}-1$	၁၁။ $xy-z$	၁၂။ $x-\frac{3}{x}$

၄.၈ သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု၏ပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်းတို့၏ဆခွဲကိန်းများ

သုံးထပ်ကိန်းနှစ်ခု၏ပေါင်းခြင်းကိုရရှိရန် အောက်ပါမြှောက်ခြင်းကို လေ့လာကြမည်။

$$\begin{aligned}(x+y)(x^2-xy+y^2) &= x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3\\ &= x^3 + y^3\end{aligned}$$

ထိုနည်းတူပင် $(x-y)$ နှင့် (x^2+xy+y^2) တို့၏ မြှောက်လဒ်ကိုလေ့လာကြမည်။

$$\begin{aligned}(x-y)(x^2+xy+y^2) &= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3\\ &= x^3 - y^3\end{aligned}$$

အထက်ပါမြှောက်လဒ်ကိုလေ့လာခြင်းအားဖြင့်

$$\boxed{\begin{aligned}x^3+y^3 &= (x+y)(x^2-xy+y^2)\\ x^3-y^3 &= (x-y)(x^2+xy+y^2)\end{aligned}}$$

ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $(x+1)(x^2-x+1)$ ၏မြှောက်လဒ်ကို ရှာပါ။

$$(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1^3 = x^3+1$$

ပုံစံတွက် ၂။ $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$ ၏မြှောက်လဒ်ကို ရှာပါ။

$$4a^2-6ab+9b^2 = (2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2$$

$\therefore$ $(2a+3b)[(2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2]$ ကို $(x+y)(x^2-xy+y^2)$ နှင့် နှိုင်းယှဉ်ကြည့်သော် $x=2a$, $y=3b$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

$$\begin{aligned}\therefore (2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2) &= (2a+3b)[(2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2]\\ &= (2a)^3+(3b)^3\\ &= 8a^3+27b^3\end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $8x^3+27y^3$ ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

$$\begin{aligned}8x^3+27y^3 &= (2x)^3+(3y)^3\\ &= (2x+3y)[(2x)^2-(2x)(3y)+(3y)^2]\\ &= (2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)\end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၄။ အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းခွဲပါ။

(က) $1+\frac{m^3}{n^3}$ (ခ) a^3-b^6

(က) $$\begin{aligned}1+\frac{m^3}{n^3} &= 1+\left(\frac{m}{n}\right)^3\\ &= \left(1+\frac{m}{n}\right)\left[1-\frac{m}{n}+\left(\frac{m}{n}\right)^2\right]\\ &= \left(1+\frac{m}{n}\right)\left(1-\frac{m}{n}+\frac{m^2}{n^2}\right)\end{aligned}$$

(ခ) $$\begin{aligned}a^3-b^6 &= a^3-(b^2)^3\\ &= (a-b^2)[a^2+ab^2+(b^2)^2]\\ &= (a-b^2)(a^2+ab^2+b^4)\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၁၀

၁။ အောက်ပါတို့၏မြှောက်လဒ်များကို ရှာပါ။

(က) $(a+2)(a^2-2a+4)$ (ခ) $(2a-1)(1+2a+4a^2)$

(ဂ) $(1-2a)(4a^2+1+2a)$ (ဃ) $(5x-3y)(9y^2+15xy+25x^2)$

(င) $(3x-\frac{1}{7}y)(\frac{1}{49}y^2+\frac{3}{7}xy+9x^2)$ (စ) $(a^2+2b^2)(a^2-2a^2b^2+4b^4)$

၂။ အောက်ပါတို့ကို ဆခွဲကိန်းများခွဲပါ။

(က) $27x^3 + 1$ (ခ) $64 - p^3q^3$ (ဂ) $x^3 + 1000y^3$

(ဃ) $x^3 - \dfrac{z^3}{y^3}$ (င) $125p^3 - 8$ (စ) $x^9 + y^9$

၄.၉ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်း

အက္ခရာကိန်းများ၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းရှာနည်းသည် ဂဏန်းသင်္ချာမှ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းရှာနည်းနှင့် အတူတူပင်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁ ။ a^3b နှင့် ab^3 တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာမည် ဆိုပါစို့။

ဦးစွာ a^3b နှင့် ab^3 တို့၏ ဆခွဲကိန်းများကိုရှာမည်။

$$a^3b = a \times a \times a \times b$$

$$ab^3 = a \times b \times b \times b$$

a^3b နှင့် ab^3 တို့တွင် ဘုံပါနေသောဆခွဲကိန်းများမှာ a နှင့် b တို့ဖြစ်ကြသည်။
ထို့ကြောင့် အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $a \times b = ab$ ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $10a^2b$, $15a^3b^2$, $20a^2b^2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$$10a^2b = 2 \times 5 \times a \times a \times b$$

$$15a^3b^2 = 3 \times 5 \times a \times a \times a \times b \times b$$

$$20a^2b^2 = 2 \times 2 \times 5 \times a \times a \times b \times b$$

ထို့ကြောင့်အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $5 \times a \times a \times b = 5a^2b$ ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၂။ $x^2 + xy$ နှင့် $xy + y^2$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$$x^2 + xy = x(x + y)$$

$$xy + y^2 = y(x + y)$$

ထို့ကြောင့် အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $x + y$ ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၃။ $a^2 - a - 2$, $a^2 + a - 6$, $a^2 + 2a - 8$ တို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းကိုရှာပါ။

$$a^2 - a - 2 = (a + 1)(a - 2)$$

$$a^2 + a - 6 = (a + 3)(a - 2)$$

$$a^2 + 2a - 8 = (a + 4)(a - 2)$$

ထို့ကြောင့် အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းသည် $a - 2$ ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၁၁

၁။ အောက်ပါတို့၏ အကြီးဆုံးဘုံဆခွဲကိန်းများကိုရှာပါ။

(က) a^3 , a^2 , a^4

(ခ) $6a^2b$, $9ab^4c^2$

(ဂ) $4a^2b$, $20b^4d$, $28\ abd$

(ဃ) $7x - 14$, $4x - 8$

(င) $4a^2b$, $20b^2d$, $28abd$

(စ) $ab^2(a + b)$, $a^2b(a + b)^2$

(ဆ) $a^2 - 1$, $(a - 1)^2$

(ဇ) $m^2 + 3m + 2$, $m^2 + 7m + 6$

(ဈ) $a^2 + 3a - 4$, $a^2 - a - 20$

(ည) $5x + 10$, $x^2 - 2x - 8$

၂။ အလျား $(d^2 - 16)m$ ၊ အနံ $(d^2 - 8d + 16)m$ ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြေကွက်၏ ပတ်လည်တွင် အကွာအဝေးတူ တိုင်များစိုက်လိုလျှင် တစ်တိုင်နှင့်တစ်တိုင်ကြား အကျယ်ဆုံးဖြစ်ရန် အကွာအဝေးမည်မျှထား၍ စိုက်ရမည်နည်း။

၃။ အရှည် m^2n^3 ပေ၊ m^3n^2 ပေနှင့် m^4n^4 ပေ အသီးသီး ရှိကြသော ကြိုးသုံးချောင်းရှိသည်။ ထိုကြိုးသုံးချောင်းကို တူညီသောအပိုင်းငယ်များ ပိုင်းဖြတ်လိုပါက တစ်ပိုင်းစီအတွက် အရှည်ဆုံးအလျား မည်မျှစီ ပိုင်းဖြတ်ရမည်နည်း။

၄.၁၀ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း

ဥပမာ ၁ ။ a^3, a^2, a^5 တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကိုရှာမည်။

ပေးရင်းကိန်းသုံးခုစလုံးဖြင့် စား၍ပြတ်သော အငယ်ဆုံးကိန်းသည် a^5 ဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် a^5 သည် ပေးရင်းကိန်း သုံးခု၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၂ ။ $6xz^2$, $2x^2y$, $3y^2z$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကိုရှာမည်။

$$6xz^2 = 2 \times 3 \times x \times z^2$$
$$2x^2y = 2 \times x^2 \times y$$
$$3y^2z = 3 \times z \times y^2$$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2 \times 3 \times x^2 \times y^2 \times z^2 = 6x^2y^2z^2$

ဥပမာ ၃ ။ $3(a + 1)$, $5(a + 2)$, $6(a + 3)$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာမည်။

$$3(a + 1) = 3 \times (a + 1)$$
$$5(a + 2) = 5 \times (a + 2)$$
$$6(a + 3) = 2 \times 3 \times (a + 3)$$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= 2 \times 3 \times 5 \times (a+1)(a+2)(a+3)$

$= 30(a+1)(a+2)(a+3)$

(ဤတွင် ဆခွဲကိန်းများပုံစံဖြင့်သာ ထားပါ။ ကွင်းများ ဖြည်ရန် မလိုပါ။)

ပုံစံတွက် ၁။ $m^2 - 25$, $m^2 - 5m$, $m^2 + 5m$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$m^2 - 25 = m^2 - 5^2 = (m+5)(m-5)$

$m^2 - 5m = m(m-5)$

$m^2 + 5m = m(m+5)$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= m(m+5)(m-5)$

ပုံစံတွက် ၂။ $ab^2 - 2abc + ac^2$, $mb^2 - mc^2$ တို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

$ab^2 - 2abc + ac^2 = a(b^2 - 2bc + c^2) = a(b-c)^2$

$mb^2 - mc^2 = m(b^2 - c^2) = m(b-c)(b+c)$

$\therefore$ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း $= am(b-c)^2(b+c)$

လေ့ကျင့်ခန်း ၄.၁၂

အောက်ပါတို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကို ရှာပါ။

၁။ xyz, xy^2, x^2z

၂။ ab, cd, mn

၃။ $2a^2bc$, $3ab^2c$, $4abc^2$

၄။ $3a^2b^3c^4$, $9a^3b^2c^3$

၅။ $a+b$, a^2-b^2, $a^2+2ab+b^2$

၆။ x^2-y^2, $(x-y)^2$, $(x+y)^2$

၇။ a^2b-ab^2, a^3b-ab^3

၈။ a^2+3a, a^2+4a+3

၉။ $a^2-2ab+b^2$, a^2-b^2

၁၀။ $a^2-7ab+12b^2$, $a^2-ab-12b^2$

အခန်း ၅ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ

ရှေ့သင်ခန်းစာများတွင် ဂဏန်းသင်္ချာအပိုင်းကိန်းများအကြောင်းကို လေ့လာခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများအကြောင်းနှင့် ယင်းတို့၏လုပ်ထုံးများကို လေ့လာကြမည်။ သင်ယူပြီးပါက အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ကိန်းတန်းများကို လုပ်ထုံးများ အသုံးပြု၍ ရှင်းနိုင်မည်။

၅.၁ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ၏ အဓိပ္ပာယ်

$\frac{A}{B}$, $B \neq 0$ ပုံစံရှိသော ဖော်ပြချက်ကို အက္ခရာအပိုင်းကိန်းဟုခေါ်သည်။ ဤတွင် A သို့မဟုတ် B တစ်ခုခုသော်လည်းကောင်း၊ A နှင့် B နှစ်ခုစလုံးသော်လည်းကောင်း အက္ခရာကိန်းတန်းများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\frac{5x}{7}$, $\frac{16}{3a+b}$, $\frac{y+1}{2y-5}$, $\frac{\frac{2}{3}x^2+xy-1}{x^3+y}$, $\frac{9d}{(2d+1)(3d-2)}$ စသည်တို့သည် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများတွက်ချက်ရာ၌ ဂဏန်းသင်္ချာအပိုင်းကိန်းများတွင် အသုံးပြုသော ဥပဒေများကိုပင် အသုံးပြုသည်။

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းတစ်ခု၏ ပိုင်းဝေနှင့် ပိုင်းခြေတို့ကို သုညမဟုတ်သည့် တန်ဖိုးတူကိန်းနှင့်မြှောက်လျှင် သို့မဟုတ် စားလျှင် မူလအပိုင်းကိန်း၏တန်ဖိုး မပြောင်းလဲပေ။

ဥပမာအားဖြင့် $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$ နှင့် $\frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $\frac{c}{d} = \frac{c \times 3}{d \times 3} = \frac{3c}{3d}$

ဥပမာ ၂။ $\frac{p+2q}{r} = \frac{(p+2q) \times a}{r \times a} = \frac{a(p+2q)}{ar}$

ဥပမာ ၃။ $\frac{2t}{t^2-3t} = \frac{2t \div t}{t(t-3) \div t} = \frac{2}{t-3}$

ဥပမာ ၄။ $\frac{12xy^2}{20x^2y} = \frac{12xy^2 \div 4xy}{20x^2y \div 4xy} = \frac{3y}{5x}$

ဥပမာ ၅။ $\dfrac{x-2}{x+2} = \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(x+2)} = \dfrac{x^2-4}{x^2+4x+4}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၁

အောက်ပါပုစ္ဆာများတွင် လိုအပ်သောနေရာများ၌ အက္ခရာကိန်းတန်းများကို ဖြည့်ပါ။

၁။ $\dfrac{4p}{8} = \dfrac{(\quad)}{2}$ ၂။ $\dfrac{a^2bc}{2ab^2c} = \dfrac{(\quad)}{2b}$ ၃။ $\dfrac{n+2}{5x} = \dfrac{6n+12}{(\quad)}$

၄။ $\dfrac{15}{3x-12} = \dfrac{5}{(\quad)}$ ၅။ $\dfrac{a+4b^2}{3a} = \dfrac{a^2+4ab^2}{(\quad)}$ ၆။ $\dfrac{4n}{2an-10n} = \dfrac{(\quad)}{a-5}$

၇။ $\dfrac{8a^5b^3}{12a^3b^4} = \dfrac{(\quad)}{6b^2}$ ၈။ $\dfrac{x+y}{x-y} = \dfrac{x^2-y^2}{(\quad)}$ ၉။ $\dfrac{28x^3(x+y)}{63xy^2(x+y)^2} = \dfrac{4x^2}{(\quad)}$

၅.၂ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများကိုအရှင်းဆုံးပုံစံဖွဲ့ခြင်း

ဂဏန်းသင်္ချာတွင် အပိုင်းကိန်း $\dfrac{30}{42}$ ကို အရှင်းဆုံးပုံစံဖွဲ့သော် အောက်ပါအတိုင်း ရသည်။

$$\frac{30}{42} = \frac{5}{7}$$

ထိုနည်းတူပင် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းတစ်ခုကို အရှင်းဆုံးပုံစံအပိုင်းကိန်းဖွဲ့လိုသော် ပိုင်းဝေနှင့်ပိုင်းခြေနှစ်ခုစလုံးကို ယင်းတို့၏ ဘုံဆခွဲကိန်းများဖြင့် စားရသည်။

ပုံစံတွက်။ အောက်ပါ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းတို့ကို အရှင်းဆုံးပုံစံပြောင်းပါ။

(က) $\dfrac{-18st}{27t} = \dfrac{-2s}{3}$

(ခ) $\dfrac{-2x-12}{4} = \dfrac{-2(x+6)}{4} = \dfrac{(-1)(x+6)}{2} = \dfrac{-x-6}{2}$

(ဂ) $\dfrac{14k^2+7k}{21k} = \dfrac{7k(2k+1)}{21k} = \dfrac{2k+1}{3}$

(ဃ) $\dfrac{x^2-3x+2}{4x^2-16} = \dfrac{(x-1)(x-2)}{4(x^2-4)} = \dfrac{(x-1)(x-2)}{4(x+2)(x-2)} = \dfrac{x-1}{4(x+2)}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၂

အောက်ပါတို့ကို အရှင်းဆုံးပုံစံပြောင်းပါ။

၁။ $\dfrac{23mn^2p^3}{69m^3np^6}$　　၂။ $\dfrac{h^2}{h^2+2h}$　　၃။ $\dfrac{18a^2-12a^3}{6a}$　　၄။ $\dfrac{8a+4b}{bc+2ac}$

၅။ $\dfrac{xy+3y}{4x+12}$　　၆။ $\dfrac{x+2}{x^2+3x+2}$　　၇။ $\dfrac{(m-n)^2}{m^2-mn}$　　၈။ $\dfrac{z^2-4z}{4z-16}$

၉။ $\dfrac{2m^2-4m}{m^2-4}$　　၁၀။ $\dfrac{a^2-3a-4}{3a^2-12a}$　　၁၁။ $\dfrac{-3h-9}{h^2+6h+9}$　　၁၂။ $\dfrac{x^2-5x}{x^2-3x+10}$

၅.၃ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်းနှင့်နုတ်ခြင်း

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းတွင် ပိုင်းခြေများ မတူကြလျှင်ပိုင်းခြေတို့၏ အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်းကိုသုံးပြီး ပိုင်းခြေညှိ၍ ပေါင်းခြင်းနုတ်ခြင်း ပြုလုပ်နိုင်သည်။

ဥပမာ ၁။ $\dfrac{2x}{7}-\dfrac{3y}{7}=\dfrac{2x-3y}{7}$

ဥပမာ ၂။ $\dfrac{a+2b}{10}-\dfrac{2a+b}{5}=\dfrac{a+2b}{10}-\dfrac{2(2a+b)}{10}$

$$=\frac{a+2b-2(2a+b)}{10}=\frac{a+2b-4a-2b}{10}=\frac{-3a}{10}$$

ဥပမာ ၃။ $\dfrac{2}{3x}+\dfrac{3}{5x}=\dfrac{10}{15x}+\dfrac{9}{15x}=\dfrac{10+9}{15x}=\dfrac{19}{15x}$

ဥပမာ ၄။ $\dfrac{t}{t^2-4}+\dfrac{3}{2-t}-\dfrac{5}{t+2}$

$$=\frac{t}{(t+2)(t-2)}+\frac{3}{-(t-2)}-\frac{5}{t+2}$$

$$=\frac{t}{(t+2)(t-2)}-\frac{3}{t-2}-\frac{5}{t+2}$$

$$=\frac{t}{(t+2)(t-2)}-\frac{3(t+2)}{(t+2)(t-2)}-\frac{5(t-2)}{(t+2)(t-2)}$$

$$=\frac{t-3(t+2)-5(t-2)}{(t+2)(t-2)}=\frac{t-3t-6-5t+10}{(t+2)(t-2)}=\frac{-7t+4}{t^2-4}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၅-၃

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

၁။ $\dfrac{a}{3} + \dfrac{2a-5}{7}$ ၂။ $\dfrac{3}{2b-4c} + \dfrac{2}{3b-6c}$ ၃။ $\dfrac{2x}{x-2y} - \dfrac{3y}{2y-x}$

၄။ $\dfrac{h}{2-3k} - \dfrac{3h}{3k-2}$ ၅။ $\dfrac{2a+3b}{3a} - \dfrac{a-b}{2b}$ ၆။ $\dfrac{3p}{4p-4q} + \dfrac{5p-2q}{3p-3q}$

၇။ $\dfrac{3}{x+5} + \dfrac{7}{x-2}$ ၈။ $\dfrac{7y}{y^2-4} - \dfrac{3}{y-2}$ ၉။ $\dfrac{2}{x+1} - \dfrac{3}{2x-5}$

၁၀။ $\dfrac{5}{p} + \dfrac{3}{p+4}$ ၁၁။ $\dfrac{3}{4m^2-1} - \dfrac{5}{2m+1}$ ၁၂။ $\dfrac{2}{n-2} + \dfrac{3}{(n-2)^2}$

၁၃။ $\dfrac{3m-7}{4} - \dfrac{4(2-m)}{3} + \dfrac{2m-3}{6}$ ၁၄။ $\dfrac{3}{x^2+x-2} + \dfrac{2}{x^2+3x+2}$

၅-၄ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများမြှောက်ခြင်းနှင့်စားခြင်း

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ **မြှောက်ရာတွင်** ပိုင်းဝေအချင်းချင်းမြှောက်၍ ပိုင်းခြေအချင်းချင်း မြှောက်ပြီးလျှင် အပိုင်းကိန်းကို အရှင်းဆုံးအက္ခရာအပိုင်းကိန်းဖြစ်အောင် ဖွဲ့ရသည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများ **စားရာတွင်**လည်း တည်ကိန်းကို စားကိန်းဖြစ်သော အပိုင်းကိန်း၏ပြောင်းပြန်ကိန်းဖြင့် မြှောက်ရသည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\dfrac{a}{b} \div \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{bc}$

ဥပမာ ၁။ $\dfrac{xy}{z^2} \times \dfrac{4z}{6x^2y} = \dfrac{4xyz}{6x^2yz^2} = \dfrac{2}{3xz}$

ဥပမာ ၂။ $\dfrac{3(a+b)}{a-b} \times \dfrac{2a-2b}{8a+8b} = \dfrac{3(a+b)}{a-b} \times \dfrac{2(a-b)}{8(a+b)} = \dfrac{3}{4}$

ဥပမာ ၃။ $\dfrac{2(x+y)}{3} \div \dfrac{4}{9} = \dfrac{2(x+y)}{3} \times \dfrac{9}{4} = \dfrac{3(x+y)}{2}$

ဥပမာ ၄။ $\dfrac{x^2-1}{6x^2} \div \dfrac{x+1}{4y^2} = \dfrac{x^2-1}{6x^2y} \times \dfrac{4y^2}{x+1}$

$= \dfrac{(x+1)(x-1)}{6x^2y} \times \dfrac{4y^2}{x+1} = \dfrac{2y(x-1)}{3x^2}$

ဥပမာ ၅။ $\dfrac{rs^2}{t} \times \dfrac{st^2}{r} \div rst = \dfrac{rs^2}{t} \times \dfrac{st^2}{r} \times \dfrac{1}{rst} = \dfrac{s^2}{r}$

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၄

အောက်ပါတို့ကို ရှင်းပါ။

၁။ $\left(-\dfrac{x}{4}\right) \times \left(-\dfrac{x}{6}\right)$

၂။ $\dfrac{-16xy^2}{8x} \times \dfrac{14x^2y}{14y}$

၃။ $\dfrac{81k^2}{28k} \div \dfrac{9k}{7k^3}$

၄။ $\dfrac{y+z}{x-z} \div \dfrac{x+z}{y-z}$

၅။ $\dfrac{2}{x^2-2} \times \dfrac{1}{x^2+2}$

၆။ $18\left(\dfrac{2t+3}{2} - \dfrac{2t+4}{9}\right)$

၇။ $\dfrac{y^2-4}{2y} \div (y+2)$

၈။ $\dfrac{t^2-2t+1}{t^2} \div (t-1)$

၉။ $\dfrac{5a}{9b} \times \dfrac{ac^2}{2b} \times \dfrac{c^3}{8b^4}$

၁၀။ $\dfrac{6x^2y}{16y-8x} \times \dfrac{12x-24y}{4xy^2}$

၁၁။ $\dfrac{m^2-4}{m^2-3m+2} \div \dfrac{m}{m-1}$

၁၂။ $(a^2-4b^2) \div \dfrac{a^2+2ab}{ab}$

၁၃။ $\dfrac{6xy}{9y^3} \times \dfrac{3y}{16x^2} \div \dfrac{8x^3y^2}{27x}$

၁၄။ $\dfrac{4x}{4x-3} \div \dfrac{6x^2}{8x-6} \times \dfrac{3}{x+1}$

၁၅။ $\dfrac{y^2-9}{y^2} \times \dfrac{y}{y-3} \div \dfrac{y+3}{y}$

၁၆။ $\dfrac{k^2-k-6}{k^2-9} \times \dfrac{k^2}{k^2+2k} \div \dfrac{k+1}{(k+3)^2}$

အခန်း ၆ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများ

ယခု သင်ခန်းစာတွင် အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းနည်းနှင့် ထိုညီမျှခြင်းများအသုံးပြု၍ ဖြေရှင်းရသည့် ပြဿနာအချို့ကို လေ့လာသွားမည်။

ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ညီမျှခြင်းများနှင့် ဆိုင်သောပုစ္ဆာများကို အလွယ်တကူ ဖြေရှင်းတတ်မည်။

၆.၁ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများဖြေရှင်းခြင်း

အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသော ညီမျှခြင်းများဖြေရှင်းရာတွင် ပိုင်းခြေများ၏ အငယ်ဆုံး ဘုံဆတိုးကိန်းဖြင့် ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကိုမြှောက်၍ ရှင်းနိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $\frac{4x}{3}-\frac{x}{6}=x+\frac{x-2}{5}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{4x}{3}-\frac{x}{6}=x+\frac{x-2}{5}$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 30 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\begin{aligned}
\frac{30(4x)}{3}-\frac{30x}{6} &= 30x+\frac{30(x-2)}{5}\\
40x-5x &= 30x+6x-12\\
35x &= 36x-12\\
35x-36x &= -12\\
-x &= -12\\
\therefore x &= 12
\end{aligned}$$

အဖြေမှန် မမှန်ကို အောက်ပါအတိုင်း ချိန်ကိုက်ကြည့်နိုင်သည်။

$$\text{လက်ဝဲဘက်} = \frac{4x}{3}-\frac{x}{6} = \frac{4(12)}{3}-\frac{12}{6} = 16-2 = 14$$

$$\text{လက်ယာဘက်} = x+\frac{x-2}{5} = 12+\frac{12-2}{5} = 12+2 = 14$$

$\therefore$ **လက်ဝဲဘက် = လက်ယာဘက်**

ထို့ကြောင့် $x = 12$ သည် ပေးထားသော **ညီမျှခြင်း၏ အဖြေဖြစ်သည်။**

ပုံစံတွက် ၂။ $x = \frac{x-1}{2}+\frac{x+3}{4}+\frac{x}{6}-3$ ကို ရှင်းပါ။

$$x = \frac{x-1}{2}+\frac{x+3}{4}+\frac{x}{6}-3$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 12 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\begin{aligned}
12x &= \frac{12(x-1)}{2}+\frac{12(x+3)}{4}+\frac{12x}{6}-12\times 3\\
12x &= 6x-6+3x+9+2x-36\\
12x &= 11x-33\\
12x-11x &= -33\\
\therefore x &= -33
\end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $\frac{1}{3}(a-2)-\frac{1}{15}(6+a) = 0$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{1}{3}(a-2)-\frac{1}{15}(6+a) = 0$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 15 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\begin{aligned}
\frac{15(a-2)}{3}-\frac{15(6+a)}{15} &= 15\times 0\\
5(a-2)-(6+a) &= 0\\
5a-10-6-a &= 0\\
4a-16 &= 0\\
4a &= 16\\
\therefore a &= \frac{16}{4} = 4
\end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $\frac{c-3}{3} = \frac{c-5}{2}$ ကို ရှင်းပါ။

$$\frac{c-3}{3} = \frac{c-5}{2}$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 6 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$
\begin{aligned}
\frac{6(c-3)}{3} &= \frac{6(c-5)}{2} \\
2(c-3) &= 3(c-5) \text{ --------- } (*) \\
2c-6 &= 3c-15 \\
2c-3c &= -15+6 \\
-c &= -9 \\
\therefore c &= 9
\end{aligned}
$$

မှတ်ချက် ။ အထက်ပါပုစ္ဆာကို လေ့လာရာတွင် (*) အဆင့်၌ လက်ဝဲဘက်ရှိ ပိုင်းဝေကို လက်ယာဘက်ရှိ ပိုင်းခြေဖြင့်လည်းကောင်း၊ လက်ယာဘက်ရှိ ပိုင်းဝေကို လက်ဝဲဘက်ရှိပိုင်းခြေဖြင့်လည်းကောင်း ကြက်ခြေခတ်မြှောက်ထားသည်ကိုတွေ့ရသည်။

ပုံစံတွက် ၅။ $\dfrac{2x+1}{5} = \dfrac{x+2}{4}$ ကို ရှင်းပါ။

$$
\begin{aligned}
\frac{2x+1}{5} &= \frac{x+2}{4} \\
4(2x+1) &= 5(x+2) \\
8x+4 &= 5x+10 \\
8x-5x &= 10-4 \\
3x &= 6 \\
\therefore x &= 2
\end{aligned}
$$

ပုံစံတွက် ၆။ $\dfrac{2y-3}{9} + \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{y+13}{3} - 4$ ကို ရှင်းပါ။

$$
\frac{2y-3}{9} + \frac{y+1}{2} = \frac{y+13}{3} - 4
$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 18 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$
\begin{aligned}
\frac{18(2y-3)}{9} + \frac{18(y+1)}{2} &= \frac{18(y+13)}{3} - 18 \times 4 \\
2(2y-3) + 9(y+1) &= 6(y+13) - 72 \\
4y-6+9y+9 &= 6y+78-72 \\
13y+3 &= 6y+6 \\
13y-6y &= 6-3
\end{aligned}
$$

$$7y = 3$$

$$\therefore y = \frac{3}{7}$$

မှတ်ချက် ။ အထက်ပါပေးထားသောညီမျှခြင်းတွင် ညီမျှခြင်း၏တစ်ဖက်စီ၌ အပိုင်းကိန်းတစ်ခု ထက်ပို၍ပါရှိခြင်းကြောင့် ကြက်ခြေခတ်မြှောက်ခြင်းကို တိုက်ရိုက် မသုံးနိုင်ပါ။ ညီမျှခြင်း၏ တစ်ဖက်စီတွင်ရှိသော အပိုင်းကိန်းများကို တစ်ခုတည်းသောအပိုင်းကိန်းအဖြစ်သို့ ရောက်အောင်ရှင်းပြီးမှသာ ကြက်ခြေခတ် မြှောက်နိုင်သည်။

ပုံစံတွက် ၇။ အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $b = 2$ ဖြစ်လျှင် a ကို ရှာပါ။

$$\frac{4a-5}{4} = \frac{2a+b}{3} - \frac{1}{2}$$

ပေးထားသောညီမျှခြင်းတွင် b ၏တန်ဖိုးကို အစားသွင်းသော်

$$\frac{4a-5}{4} = \frac{2a+2}{3} - \frac{1}{2}$$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 12 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\begin{aligned}
\frac{12(4a-5)}{4} &= \frac{12(2a+2)}{3} - 12 \times \frac{1}{2} \\
3(4a-5) &= 4(2a+2) - 6 \\
12a - 15 &= 8a + 8 - 6 \\
12a - 15 &= 8a + 2 \\
12a - 8a &= 2 + 15 \\
4a &= 17 \\
\therefore a &= \frac{17}{4}
\end{aligned}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၆.၁

၁။ အောက်ပါညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(က) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} = 5 - \frac{2x}{5}$ (ခ) $\frac{5q}{6} - 3\frac{1}{2} = -\frac{4q}{5} - 4$ (ဂ) $y = \frac{2y}{5} + \frac{3y}{4} - 2$

(ဃ) $\frac{x}{3} + \frac{x-2}{5} = 6$ (င) $\frac{a}{2} - \frac{5a}{6} = \frac{1}{9}$ (စ) $\frac{1}{3} \quad \frac{5x}{12} = \frac{3x+1}{4}$

(ဆ) $x - \dfrac{x-1}{2} = 0$ (ဇ) $\dfrac{y-15}{5} = \dfrac{y-10}{3}$

(ဈ) $\dfrac{x+2}{3} + \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{x-1}{5} - 1$ (ည) $\dfrac{a-4}{2} - \dfrac{a+5}{3} = \dfrac{a-7}{4} + 2$

၂။ အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $y = 4$ ဖြစ်လျှင် x ကို ရှာပါ။

$$\frac{2x-7}{4} + \frac{3}{2} = \frac{x-y}{3}$$

၃။ အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $t = 2$ ဖြစ်လျှင် s ကို ရှာပါ။

$$\frac{1}{3}(4s-7) - \frac{1}{9}(s+t) = \frac{1}{5}(s-7)$$

၄။ အောက်ပါညီမျှခြင်းတွင် $b = 3$ ဖြစ်လျှင် a ကို ရှာပါ။

$$4 - \frac{a-2}{3} = 2 + \frac{5a+b}{6}$$

၆.၂ အက္ခရာအပိုင်းကိန်းများပါသောညီမျှခြင်းများအသုံးပြု၍ဖြေရှင်းရသော ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ပုံစံတွက် ၁။ ပေးရင်းကိန်းတစ်ခု၏ သုံးပုံတစ်ပုံသည် ယင်းကိန်း၏ရှစ်ပုံတစ်ပုံထက် 5 ပိုသော် ပေးရင်းကိန်းကိုရှာပါ။

ပေးရင်းကိန်း $= x$ ဖြစ်ပါစေ။

ပေးရင်းကိန်းတစ်ခု၏ သုံးပုံတစ်ပုံ $= \dfrac{x}{3}$

ပေးရင်းကိန်း၏ ရှစ်ပုံတစ်ပုံထက် 5 ပိုသောကိန်း $= \dfrac{x}{8} + 5$

ပုစ္ဆာအရ $\dfrac{x}{3} = \dfrac{x}{8} + 5$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 24 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\frac{24x}{3} = \frac{24x}{8} + 24 \times 5$$

$$8x = 3x + 120$$

$$8x - 3x = 120$$

$$5x = 120$$
$$x = 24$$
$\therefore$ ပေးရင်းကိန်း $= 24$

ပုံစံတွက် ၂။ ပစ္စည်းတစ်ခု၏တန်ဖိုးသည် 15% တိုးလာသောအခါ တိုးပြီးတန်ဖိုးသည် 4600 ကျပ် ဖြစ်၏။ မူလတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

မူလတန်ဖိုးငွေ $= y$ ကျပ် ဖြစ်ပါစေ။

တိုးလာသောငွေ $= y$ ၏ $15\,\% = y \times \dfrac{15}{100} = \dfrac{15y}{100}$

တိုးပြီးတန်ဖိုးငွေ $= y + \dfrac{15y}{100}$

ပုစ္ဆာအရ $\quad y + \dfrac{15y}{100} = 4600$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 100 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$100y + \frac{100 \times 15y}{100} = 100 \times 4600$$
$$100y + 15y = 460000$$
$$115y = 460000$$
$$y = \frac{460000}{115}$$
$$y = 4000$$

$\therefore$ မူလတန်ဖိုးငွေ $= 4000$ ကျပ်

ပုံစံတွက် ၃။ ကြက်မွေးမြူရေး ပိုင်ရှင်တစ်ယောက်သည် ကြက်ကောင်ရေ၏ရှစ်ပုံသုံးပုံကို ရောင်းချပြီး နောက်ထပ်ကြက် 450 ကောင်မွေးမြူသော် မူလရှိကြက်ကောင်ရေထက် အကောင် 30 သာပိုသည်ကို တွေ့ရသည်။ မူလက ကြက်ကောင်ရေ မည်မျှရှိသနည်း။

မူလကကြက်ကောင်ရေ $= y$ ဖြစ်ပါစေ။

ရောင်းချသောကြက်ကောင်ရေ $=$ မူလ၏ $\dfrac{3}{8} = y \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{3y}{8}$

ရောင်းပြီးနောက်ကျန်သောကြက်ကောင်ရေ $= y - \dfrac{3y}{8} = \dfrac{8y}{8} - \dfrac{3y}{8} = \dfrac{5y}{8}$

နောက်ထပ်ကြက် 450 ကောင်မွေးမြူပြီးနောက်
ရှိသောကြက်ကောင်ရေ $= \dfrac{5y}{8} + 450$

ပုစ္ဆာအရ $\frac{5y}{8} + 450 = y + 30$

ညီမျှခြင်း၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 8 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$\frac{8 \times 5y}{8} + 8 \times 450 = 8y + 8 \times 30$$
$$5y + 3600 = 8y + 240$$
$$3600 - 240 = 8y - 5y$$
$$3360 = 3y$$
$$y = 1120$$

$\therefore$ မူလကြက်ကောင်ရေ = 1120 ကောင်

ပုံစံတွက် ၄။ ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏အလျားနှင့်အနံပေါင်းလဒ်မှာ 96 လက်မဖြစ်၏။ အလျား၏ငါးပုံတစ်ပုံသည် အနံ၏သုံးပုံတစ်ပုံနှင့်ညီ၏။ ထိုထောင့်မှန်စတုဂံ၏ အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျား = x လက်မ ဖြစ်ပါစေ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အနံ = (96 – x) လက်မ

အလျား၏ $\frac{1}{5} = \frac{x}{5}$

အနံ၏ $\frac{1}{3} = \frac{96 - x}{3}$

ပုစ္ဆာအရ $\frac{x}{5} = \frac{96 - x}{3}$

$$3x = 5(96 - x)$$
$$3x = 480 - 5x$$
$$3x + 5x = 480$$
$$8x = 480$$
$$x = 60$$

x = 60 ဖြစ်လျှင် အနံ = 96 – 60 = 36 လက်မ

$\therefore$ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အလျား = 60 လက်မ

$\therefore$ ထောင့်မှန်စတုဂံ၏အနံ = 36 လက်မ

လေ့ကျင့်ခန်း ၆.၂

၁။ ကိန်းတစ်ခု၏ ငါးပုံတစ်ပုံသည် ယင်း၏ ခြောက်ပုံတစ်ပုံထက် 10 ပိုသော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

၂။ ပစ္စည်းတစ်ခု၏ တန်ဖိုးကို 5 % တိုးလိုက်သောအခါ ထိုပစ္စည်း၏တန်ဖိုးသည် 4200 ကျပ် ဖြစ်လာ၏။ မူလတန်ဖိုးကို ရှာပါ။

၃။ ဥယျာဉ်ခြံတစ်ခုအတွင်းရှိ အပင်အရေအတွက်၏ 25 % သည် ငှက်ပျောပင်များဖြစ်၍ ကျန် အပင်များမှာ သဘော်ပင်များသာဖြစ်၏။ ငှက်ပျောပင်အရေအတွက်သည် 40 ပင်ရှိသော် ထိုခြံအတွင်းရှိ အပင်အရေအတွက်ကို ရှာပါ။

၄။ သင်္ချာပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် ကိန်းတစ်ခုကို 2 ဖြင့် မြှောက်၍ 15 ပေါင်းရမည့်အစား ကျောင်းသား တစ်ယောက်သည် 2 ဖြင့်စား၍ 15 နုတ်လိုက်သဖြင့် သူ၏အဖြေသည် အဖြေမှန်၏ 4 ဆ ဖြစ်သော် ထိုကိန်းကို ရှာပါ။

၅။ လူတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ ခရီး၏သုံးပုံတစ်ပုံကို တစ်နာရီလျှင် 15 မိုင်နှုန်း ဖြင့်သွား၍ ကျန်ခရီးကို တစ်နာရီလျှင် 20 မိုင်နှုန်းဖြင့်သွားရာ စုစုပေါင်း 1 နာရီ 20 မိနစ် ကြာ၏။ ခရီးအကွာအဝေးကို ရှာပါ။

၆။ ဆီသိုလှောင်ကန်၌ ဒီဇယ်ဆီ လေးပုံသုံးပုံရှိရာ ယင်းမှ ဒီဇယ်ဆီ 3500 ဂါလံ ထုတ်ယူသော အခါ သိုလှောင်ကန်၏တစ်ဝက်သာ ကျန်၏။ ထိုသိုလှောင်ကန်သည် ဒီဇယ်ဆီ ဂါလံ မည်မျှ ဆံ့သနည်း။

၇။ ဖခင်၏ယခုအသက်သည် 43 နှစ်ဖြစ်ပြီး သား၏အသက်မှာ 13 နှစ်ဖြစ်၏။ နှစ်ပေါင်း မည်မျှ ကြာလျှင် သား၏အသက်သည် ဖခင်အသက်၏တစ်ဝက်ဖြစ်မည်နည်း။

၈။ တိုင်တစ်လုံးကိုစိုက်ထူထားရာ ရွှံ့ထဲ၌သုံးပုံတစ်ပုံ၊ ရေထဲ၌လေးပုံတစ်ပုံ၊ ရေပေါ်၌ 5 ပေ သာပေါ်နေသော် တိုင်၏အလျားမည်မျှဖြစ်သနည်း။

၉။ တြိဂံတစ်ခု၏ ပတ်လည်အနားမှာ 5 ပေ 2 လက်မ ဖြစ်၏။ ပထမအနားသည် ဒုတိယအနား၏ လေးပုံသုံးပုံ၊ တတိယအနားသည် ဒုတိယအနား၏ ခြောက်ပုံငါးပုံ ဖြစ်သော် တြိဂံ၏အနား အသီးသီးကို ရှာပါ။

၁၀။ အတန်းတစ်တန်းတွင် ယခုနှစ်ရှိ ကျောင်းသားဦးရေသည် ယခင်နှစ်ရှိ ဦးရေထက် 25 % ပို၏။ ယခုနှစ်ရှိ ကျောင်းသားဦးရေသည် 45 ယောက်ဖြစ်လျှင် ယခင်နှစ်က ထိုအတန်းတွင် ကျောင်းသားမည်မျှရှိသနည်း။

၁၁။ ဗလာစာအုပ်များနှင့်ခဲတံများကိုဝယ်ရာ 3200 ကျပ် ပေးရ၏။ ဗလာစာအုပ်များအတွက် ကျသင့်ငွေ၏ သုံးပုံတစ်ပုံသည် ခဲတံများအတွက်ကျသင့်ငွေ၏ ကိုးပုံတစ်ပုံနှင့်ညီသော် ဗလာ စာအုပ်နှင့်ခဲတံတို့၏တန်ဖိုးအသီးသီးကို ရှာပါ။

၁၂။ ဦးဘနှင့်ဦးမြပိုင်လယ်များမှ စပါးတင်းပေါင်း 5000 ထွက်၏။ ဦးဘ၏လယ်မှ ထွက်သောစပါးတင်းရေ၏ လေးပုံသုံးပုံသည် ဦးမြ၏လယ်မှထွက်သောစပါးတင်းရေထက် 250 တင်း ပိုလျှင် သူတို့နှစ်ဦးပိုင်လယ်ကွက်အသီးသီးမှ ထွက်သော စပါးတင်းရေကို ရှာပါ။

၁၃။ လှလှရှိငွေသည် မြမြရှိငွေ၏ လေးပုံသုံးပုံ ဖြစ်၏။ လှလှက မြမြအား ငွေ 1500 ကျပ် ပေးလိုက်လျှင် မြမြရှိငွေသည် လှလှ၌ကျန်ရှိငွေ၏ 3 ဆ ဖြစ်သွား၏။ မူလက တစ်ယောက်လျှင် ငွေမည်မျှစီရှိကြသနည်း။

၁၄။ လိမ္မော်သီး 63 လုံးကို တောင်းနှစ်လုံးတွင်ထည့်ရာ ပထမတောင်းထဲရှိ လိမ္မော်သီး၏ သုံးပုံတစ်ပုံသည် ဒုတိယတောင်းထဲရှိ လိမ္မော်သီး၏ ခြောက်ပုံတစ်ပုံထက် 6 လုံးပို၏။ တောင်းတစ်လုံးစီတွင်ထည့်ရမည့် လိမ္မော်သီးအရေအတွက်ကို ရှာပါ။

၁၅။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံအခန်းတစ်ခန်း၏ အနံသည် အလျား၏ ခုနစ်ပုံလေးပုံ ဖြစ်၏။ အကယ်၍ အနံသည် 15 ပေတိုး၍ အလျားတွင် 12 ပေ လျော့သော် ထိုအခန်းသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သွားမည်။ အခန်း၏ မူလအလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

၁၆။ ရေစည်တစ်စည်တွင် ရေ၏ငါးပုံတစ်ပုံကို ထုတ်ယူပြီးနောက် ရေဂါလန် 2500 ထည့်လိုက်ရာ မူလရှိသောရေထက် ရေဂါလန် 50 လျော့သည်ကို တွေ့ရ၏။ မူလက ထိုရေစည်၌ ရေဂါလန်မည်မျှရှိသနည်း။

၁၇။ အစဉ်လိုက်ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်နှစ်လုံးရှိရာ ကိန်းငယ်၏သုံးပုံတစ်ပုံသည် ကိန်းကြီး၏လေးပုံတစ်ပုံထက် 3 ပိုသော် ထိုကိန်းနှစ်ခုကို ရှာပါ။

၁၈။ ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်းသည် 78 ဖြစ်၏။ ကိန်းကြီးသည် ကိန်းငယ်၏သုံးပုံတစ်ပုံထက် 42 ပိုလျှင် ထိုကိန်းနှစ်ခုကို ရှာပါ။

အခန်း ၇ မညီမျှချက်

ညီမျှခြင်း၏အဓိပ္ပာယ်နှင့် ညီမျှခြင်းဖြေရှင်းနည်းများကို ယခင်အတန်းများတွင်လေ့လာခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ အကြောင်းအရာအချို့ကို ညီမျှခြင်းဖြင့်ဖော်ပြချက်များရှိသကဲ့သို့ မညီမျှချက်များဖြင့် ဖော်ပြခြင်းများလည်းရှိသည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် မညီမျှချက်၏အဓိပ္ပာယ်နှင့်ဂုဏ်သတ္တိများကိုလည်းကောင်း၊ မညီမျှခြင်းများကိုလည်းကောင်း လေ့လာမည်။ ဂုဏ်သတ္တိများအသုံးပြု၍ မညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းပြီးမည်။ ဤသင်ခန်းစာကို လေ့လာသင်ယူခြင်းဖြင့် မသိကိန်းတစ်လုံးပါ တစ်ထပ်မညီမျှခြင်းဆိုင်ရာ ပုစ္ဆာများကို ဖြေရှင်းနိုင်မည်။

၇.၁ မညီမျှချက်

မညီမျှချက် (inequality) ဆိုသည်မှာ ကိန်းနှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်ရာတွင်လည်းကောင်း၊ ကိန်းတန်းနှစ်ခုကို နှိုင်းယှဉ်ရာတွင်လည်းကောင်း $<$ သို့မဟုတ် $>$ သင်္ကေတတစ်ခုခုကို အသုံးပြု၍ မညီမျှကြောင်းဆက်သွယ်ဖော်ပြသည့် ဖော်ပြချက်တစ်ခုဖြစ်သည်။ x သည် y အောက်ငယ်ခြင်းကို $x < y$ ဟုလည်းကောင်း၊ x သည် y ထက်ကြီးခြင်းကို $x > y$ ဟုလည်းကောင်း ရေးသည်။ $x < y$ သို့မဟုတ် $x = y$ ကို $x \leq y$ ဟုရေးသည်။ $x > y$ သို့မဟုတ် $x = y$ ကို $x \geq y$ ဟုရေးသည်။ $\leq$ နှင့် $\geq$ သင်္ကေတများသုံး၍ ရေးထားသော ဖော်ပြချက်များကိုလည်း မညီမျှချက်များဟုခေါ်သည်။ ကိန်းနှစ်ခုမညီမျှချက်ကို နှိုင်းယှဉ်ဖော်ပြရာတွင် အသုံးပြုသည့် သင်္ကေတများကို ဇယားတွင် ပြထားပါသည်။

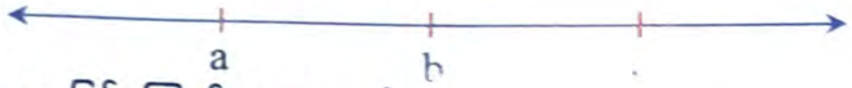
သင်္ကေတ	အဓိပ္ပာယ်
$\neq$	မညီပါ (not equal to)
$<$	အောက်ငယ်သည် (less than)
$>$	ထက်ကြီးသည် (greater than)
$\leq$	အောက်ငယ်သည် သို့မဟုတ် ညီသည် (less than or equal to)
$\geq$	ထက်ကြီးသည် သို့မဟုတ် ညီသည် (greater than or equal to)

ဥပမာအားဖြင့် ပမာဏမတူညီသော 5 နှင့် 7 ကိန်းနှစ်ခုတို့ကိုသင်္ကေတသုံး၍ နှိုင်းယှဉ်ဖော်ပြမည်။ 5 နှင့် 7 မတူညီခြင်းကို $5 \neq 7$ ဟုဖော်ပြနိုင်သည်။ ထို့ပြင် 5 သည် 7 အောက်ငယ်ခြင်းကို $5 < 7$ ဟုလည်းကောင်း၊ 7 သည် 5 ထက်ကြီးခြင်းကို $7 > 5$ ဟုလည်းကောင်းဖော်ပြသည်။

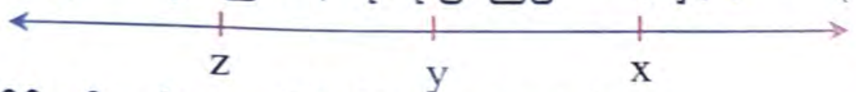
၇.၂ မညီမျှချက်၏ဂုဏ်သတ္တိများ

မညီမျှချက်များ၏ ဂုဏ်သတ္တိများကိုဖော်ထုတ်ရန် ရှေးဦးစွာဥပမာများဖြင့် ဆင်ခြင်ကြည့်ပါမည်။

ဥပမာ ၁။ a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြပြီး $a < b$ နှင့် $b < c$ ဟုထားပါ။
အောက်ပါကိန်းမျဉ်းကို ကြည့်ပါ။



$a < c$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။
x, y နှင့် z တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြပြီး $x > y$ နှင့် $y > z$ ဟုထားပါ။



ကိန်းမျဉ်းတွင် $x > z$ ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

> **ဂုဏ်သတ္တိ ၁။** a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြပြီး
> **(က)** $a < b$ နှင့် $b < c$ ဖြစ်လျှင် $a < c$ ဖြစ်သည်။
> **(ခ)** $a > b$ နှင့် $b > c$ ဖြစ်လျှင် $a > c$ ဖြစ်သည်။

မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို ကိန်းတစ်ခု ထည့်ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းအားဖြင့် ရရှိလာမည့်ရလဒ်များကို လေ့လာမည်။

ဥပမာ ၂။

$$\begin{array}{ccc} 3 & < & 8 \\ +2 & & +2 \\ \hline 5 & < & 10 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} -3 & < & 4 \\ -2 & & -2 \\ \hline -5 & < & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 8 & > & 3 \\ +2 & & +2 \\ \hline 10 & > & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 4 & > & -3 \\ -2 & & -2 \\ \hline 2 & > & -5 \end{array}$$

အထက်ပါဥပမာများအရ မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် တန်ဖိုးတူမည်သည့်ကိန်းတစ်ခုကိုမဆို ပေါင်းခြင်း၊ နုတ်ခြင်းပြုလုပ်လျှင် မညီမျှချက်၏ မူလသင်္ကေတသည် ပြောင်းလဲခြင်းမရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။

> **ဂုဏ်သတ္တိ ၂။** a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြပြီး
> **(က)** $a < b$ ဖြစ်လျှင် $a + c < b + c$ ဖြစ်သည်။
> **(ခ)** $a < b$ ဖြစ်လျှင် $a - c < b - c$ ဖြစ်သည်။
> **(ဂ)** $a > b$ ဖြစ်လျှင် $a + c > b + c$ ဖြစ်သည်။
> **(ဃ)** $a > b$ ဖြစ်လျှင် $a - c > b - c$ ဖြစ်သည်။

မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို ကိန်းတစ်ခုဖြင့်မြှောက်ခြင်း၊ စားခြင်းအားဖြင့် ရရှိလာမည့်ရလဒ်များကို လေ့လာမည်။

ဥပမာ ၃။

$$\begin{array}{c} -4 < 6 \\ \times 2 \quad \times 2 \\ \hline -8 < 12 \end{array} \qquad \begin{array}{c} -4 < 6 \\ \frac{-4}{2} \quad \frac{6}{2} \\ \hline -2 < 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 6 > -4 \\ \times 2 \quad \times 2 \\ \hline 12 > -8 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 6 > -4 \\ \frac{6}{2} \quad \frac{-4}{2} \\ \hline 3 > -2 \end{array}$$

အထက်ပါဥပမာများအရ မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အပေါင်းကိန်းတစ်ခုဖြင့် မြှောက်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ စားလျှင်သော်လည်းကောင်း မညီမျှချက်၏ မူလသင်္ကေတသည် မပြောင်းလဲကြောင်းတွေ့ရသည်။

ဂုဏ်သတ္တိ ၃။ a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြပြီး

(က) $a < b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $ac < bc$ ဖြစ်သည်။

(ခ) $a < b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ဖြစ်သည်။

(ဂ) $a > b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $ac > bc$ ဖြစ်သည်။

(ဃ) $a > b$ နှင့် $c > 0$ ဖြစ်လျှင် $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၄။

$$\begin{array}{c} -8 < 12 \\ \times(-4) \quad \times(-4) \\ \hline 32 > -48 \end{array} \qquad \begin{array}{c} -8 < 12 \\ \frac{-8}{-4} \quad \frac{12}{-4} \\ \hline 2 > -3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 12 > -8 \\ \times(-4) \quad \times(-4) \\ \hline -48 < 32 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 12 > -8 \\ \frac{12}{-4} \quad \frac{-8}{-4} \\ \hline -3 < 2 \end{array}$$

အထက်ပါဥပမာများအရ မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးကို အနုတ်ကိန်းတစ်ခုဖြင့် မြှောက်လျှင်သော်လည်းကောင်း၊ စားလျှင်သော်လည်းကောင်း မညီမျှချက်၏ မူလသင်္ကေတသည် ဆန့်ကျင်ဘက်သင်္ကေတသို့ ပြောင်းလဲသွားကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဂုဏ်သတ္တိ ၄။ a, b နှင့် c တို့သည် ကိန်းသုံးလုံးဖြစ်ကြပြီး

(က) $a < b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $ac > bc$ ဖြစ်သည်။

(ခ) $a < b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ဖြစ်သည်။

(ဂ) $a > b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $ac < bc$ ဖြစ်သည်။

(ဃ) $a > b$ နှင့် $c < 0$ ဖြစ်လျှင် $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက်။ အောက်ပါဖော်ပြချက်များကို တွက်ကြည့်ခြင်းမပြုဘဲ မှန် မမှန် ကိုအကြောင်းပြချက်ဖြင့်ဖြေဆိုပါ။

(က) $7 < 13$ ဖြစ်ပြီး $7 + 125 < 13 + 125$ ဖြစ်သည်။

(ခ) $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ ဖြစ်ပြီး $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} < \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ ဖြစ်သည်။

(ဂ) $13 > 7$ ဖြစ်ပြီး $13\,(-125) > 7\,(-125)$ ဖြစ်သည်။

(ဃ) $1.0101 < 1.101$ ဖြစ်ပြီး $\frac{1.0101}{2} < \frac{1.101}{2}$ ဖြစ်သည်။

(င) $\frac{2}{5} < \frac{5}{2}$ ဖြစ်ပြီး $-\frac{2}{5} > -\frac{5}{2}$ ဖြစ်သည်။

(က) $7 < 13$ ဖြစ်ပြီး $7 + 125 < 13 + 125$ ဖြစ်သည်။ (မှန်)

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် တန်ဖိုးတူကိန်းတစ်ခုပေါင်းခြင်းကြောင့် ဖြစ်သည်။

(ခ) $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ ဖြစ်ပြီး $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} < \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ ဖြစ်သည်။ (မမှန်)

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် တန်ဖိုးတူကိန်းတစ်ခုနုတ်လျှင် မညီမျှချက်သင်္ကေတ မပြောင်းသောကြောင့်ဖြစ်သည်။

(ဂ) $13 > 7$ ဖြစ်ပြီး $13\,(-125) > 7\,(-125)$ ဖြစ်သည်။ (မမှန်)

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အနုတ်ကိန်းဖြင့်မြှောက်လျှင် မညီမျှချက်သင်္ကေတ ပြောင်းသွားရမည်ဖြစ်သည်။

(ဃ) $1.0101 < 1.101$ ဖြစ်ပြီး $\frac{1.0101}{2} < \frac{1.101}{2}$ ဖြစ်သည်။ (မှန်)

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အပေါင်းကိန်းဖြင့် စားလျှင် မညီမျှချက်သင်္ကေတ မပြောင်းသောကြောင့်ဖြစ်သည်။

(င) $\frac{2}{5} < \frac{5}{2}$ ဖြစ်ပြီး $-\frac{2}{5} > -\frac{5}{2}$ ဖြစ်သည်။ (မှန်)

အဘယ်ကြောင့်ဆိုသော် မညီမျှချက်တစ်ခု၏ နှစ်ဖက်စလုံးတွင် အနုတ်ကိန်းဖြင့်မြှောက်လျှင် မညီမျှချက်သင်္ကေတ ပြောင်းသွားရမည်ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၁

၁။ တွက်ချက်ခြင်းမပြုဘဲ အောက်ပါ $\square$ နေရာတွင် $<$ သို့မဟုတ် $>$ သင်္ကေတတို့မှ သင့်လျော်ရာကိုဖြည့်စွက်ပါ။

(က) $12 < 18$ ဖြစ်ပြီး $12 \times \frac{1}{6} \ \square \ 18 \times \frac{1}{6}$ ဖြစ်သည်။

(ခ) $21 > 12$ ဖြစ်ပြီး $21 \times (-1) \ \square \ 12 \times (-1)$ ဖြစ်သည်။

(ဂ) $9 < 18$ ဖြစ်ပြီး $-\frac{1}{3} \times 9 \ \square -\frac{1}{3} \times 18$ ဖြစ်သည်။

(ဃ) $-3 < -2$ ဖြစ်ပြီး $-3 + (-1) \ \square \ -2 + (-1)$ ဖြစ်သည်။

(င) $-3 < -2$ ဖြစ်ပြီး $-3 \times (-1) \ \square \ -2 \times (-1)$ ဖြစ်သည်။

(စ) $5 > -3$ ဖြစ်ပြီး $5 \div \frac{1}{3} \ \square \ -3 \div \frac{1}{3}$ ဖြစ်သည်။

(ဆ) $-6 < 9$ ဖြစ်ပြီး $\frac{-6}{-3} \ \square \ \frac{9}{-3}$ ဖြစ်သည်။

၂။ အောက်ပါဖော်ပြချက်များကို တွက်ကြည့်ခြင်းမပြုဘဲ မှန် မမှန် ကို အကြောင်းပြချက်ဖြင့် ဖြေဆိုပါ။

(က) $\frac{9}{5} > -\frac{6}{7}$ ဖြစ်ပြီး $\frac{9}{5}(3) > -\frac{6}{7}(3)$ ဖြစ်သည်။

(ခ) $-5 > -\frac{11}{2}$ ဖြစ်ပြီး $-5 - 2 < -\frac{11}{2} - 2$ ဖြစ်သည်။

(ဂ) $49.823 > 49.323$ ဖြစ်ပြီး $49.823 + \frac{3}{4} > 49.323 + \frac{3}{4}$ ဖြစ်သည်။

(ဃ) $83.05 < 83.50$ ဖြစ်ပြီး $83.05\,(-0.25) < 83.50\,(-0.25)$ ဖြစ်သည်။

(င) $-\frac{5}{16} > -\frac{4}{5}$ ဖြစ်ပြီး $\frac{5}{16} < \frac{4}{5}$ ဖြစ်သည်။

၇.၃ မညီမျှခြင်း

မညီမျှခြင်း၏ အဓိပ္ပာယ်ကို ဥပမာအချို့ဖြင့် လေ့လာပါမည်။

လူတစ်ဦးသည် သွေးလှူရန် ကိုယ်အလေးချိန် ပေါင် 100 အနည်းဆုံးရှိရမည်ဟု သတ်မှတ်သည်ဆိုပါစို့။ ကိုယ်အလေးချိန်ကို x ပေါင် ဟုထားလျှင် x သည် 100 ဖြစ်နိုင်သကဲ့သို့ 100 ထက်ကြီးသောကိန်းလည်း ဖြစ်နိုင်သည်။ ထိုသတ်မှတ်ချက်ကို သင်္ချာသင်္ကေတဖြင့် $x \geq 100$ ဟု ဖော်ပြမည်။

ကလေးများ တိုက်ကျွေးရန်ဆေးတစ်မျိုးကို အသက် 5 နှစ်နှင့် 5 နှစ်အောက် ကလေးများကိုတိုက်ကျွေးနိုင်သည်ဟု သတ်မှတ်ထားသည်ဆိုပါစို့။ ကလေးတစ်ဦး၏ အသက်ကို y နှစ် ဟုထားလျှင် y သည် 5 အောက်ငယ်သည် သို့မဟုတ် 5 နှင့်ညီသည်ဟုဆိုလိုသည်။ ထိုသတ်မှတ်ချက်ကို သင်္ချာသင်္ကေတဖြင့် $y \leq 5$ ဟုရေးနိုင်သည်။

သင်တန်းတစ်ခုတက်ရောက်ရန် အသက်ကန့်သတ်ချက်မှာ 18 နှစ်နှင့်အထက်၊ 25 နှစ်အောက်ဖြစ်သည်ဟု ဆိုပါစို့။ သင်တန်းသားတစ်ဦး၏အသက်ကို z ဟုထားလျှင် z သည် 18 နှင့် 18 ထက်ကြီးပြီး 25 အောက်ငယ်သောကိန်းဖြစ်သည်။ ထိုသတ်မှတ်ချက်ကို သင်္ချာသင်္ကေတဖြင့် $18 \leq z$ နှင့် $z < 25$ ဟုရေးသည်။ ထိုမညီမျှချက်နှစ်ခုကို $18 \leq z < 25$ ဟုတစ်ပေါင်းတည်း ရေးနိုင်သည်။

မသိကိန်းတစ်ခု သို့မဟုတ် တစ်ခုထက်ပို၍ပါဝင်သော မညီမျှချက်တစ်ခုကို **မညီမျှခြင်း** (inequation) ဟုခေါ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင်မသိကိန်းတစ်ခုပါဝင်သောတစ်ထပ်မညီမျှခြင်းတို့ကိုသာ စဉ်းစားမည်။

ဥပမာအားဖြင့် $x \geq 100,\ y \leq 5,\ 18 \leq z < 25,\ 2a + 5 < 7,\ x + 1 > 3x - 2$ စသည်တို့သည် မသိကိန်းတစ်ခု ပါဝင်သော တစ်ထပ်မညီမျှခြင်းများ ဖြစ်ကြသည်။

မညီမျှခြင်းတစ်ခု၏မသိကိန်းနေရာတွင် ကိန်းတစ်ခုအစားသွင်းခြင်းဖြင့် မညီမျှခြင်းသည် မှန်နေလျှင် ထိုကိန်းသည်ပေးရင်းမညီမျှခြင်းကို ပြေလည်သည်ဟုဆို၏။ ထိုပြေလည်သောကိန်းကို ပေးရင်းမညီမျှခြင်း၏ အဖြေတစ်ခုဟုသတ်မှတ်သည်။

ဥပမာ။ မညီမျှခြင်း $3x + 2 < 6$ ကိုလေ့လာမည်။

$x = 0$ ဖြစ်သောအခါ ဝဲဘက် $= 3(0) + 2 = 2$, ယာဘက် $= 6$

ဝဲဘက် $<$ ယာဘက်

ထို့ကြောင့် $x = 0$ သည် ပေးရင်းမညီမျှခြင်းကို ပြေလည်သဖြင့် $x = 0$ သည် $3x + 2 < 6$ ၏ အဖြေတစ်ခုဖြစ်သည်။

$x = 1$ ကိုအစားသွင်းကြည့်လျှင်လည်း မညီမျှခြင်းကို ပြေလည်နေသောကြောင့် $x = 1$ သည်လည်း $3x + 2 < 6$ ၏အဖြေတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထိုနည်းတူ $x = \frac{2}{3}$, $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{3}$, $x = -1$ စသည့်ကိန်းများသည်လည်း အဖြေများဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

မသိကိန်းတစ်လုံးပါတစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများတွင် အဖြေတစ်ခုသာရှိသော်လည်း ယခုမသိကိန်းတစ်လုံးပါတစ်ထပ်မညီမျှခြင်းများတွင်မူ အဖြေတစ်ခုထက်ပို၍ရှိနေကြောင်း တွေ့ရှိရသည်။

တစ်ဖန် $x = 2$ ဖြစ်သောအခါ ဝဲဘက် $= 3(2) + 2 = 8$, ယာဘက် $= 6$ ဖြစ်နေသဖြင့်

ဝဲဘက် > ယာဘက်

ထို့ကြောင့် $x = 2$ သည် $3x + 2 < 6$ ကို မပြေလည်ပါ။ $x = 2$ သည် ပေးရင်းမညီမျှခြင်း၏ အဖြေမဟုတ်ပါ။

ထိုနည်းတူ $x = \frac{3}{2}$, $x = \frac{4}{3}$, $x = \frac{13}{9}$ စသည့်ကိန်းများသည်လည်း မညီမျှခြင်း $3x + 2 < 6$ ကို မပြေလည်ပါ။ ထိုကိန်းများသည်လည်း ပေးရင်းမညီမျှခြင်း၏ အဖြေများမဟုတ်ကြပါ။

အထက်ပါတွေ့ရှိချက်များအရ ကိန်းများအစားသွင်းပြီး မညီမျှခြင်း၏ အဖြေ ဟုတ် မဟုတ် စစ်ဆေး၍ရှာခြင်းဖြင့် အဖြေအားလုံး မရနိုင်သေးပါ။ မညီမျှချက်ဂုဏ်သတ္တိများ အသုံးပြု၍ဖြေရှင်းလျှင် မညီမျှချက်ကို ပြေလည်သောအဖြေအားလုံးကို ရရှိနိုင်သည်။

၇.၃.၁ မညီမျှခြင်းတစ်ခုကိုဖြေရှင်းခြင်း

ဥပမာ ၁။ $-2x + 3 < 9$ ကိုဖြေရှင်းမည်ဆိုပါစို့။

$$-2x + 3 < 9$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 3 နုတ်သော်

$$-2x + 3 - 3 < 9 - 3$$

$$-2x < 6$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို -2 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{-2x}{-2} > \frac{6}{-2} \quad \text{(လက္ခဏာပြောင်းသွားသည်ကို သတိပြုပါ။)}$$

$$x > -3$$

ထို့ကြောင့် -3 ထက်ကြီးသောကိန်းအားလုံးသည် ပေးရင်းမညီမျှခြင်း၏အဖြေများ ဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ ၂။ $\frac{x}{4} - \frac{1}{2} \geq 3x + 5$ ကိုရှင်းမည်ဆိုပါစို့။

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{2} \geq 3x + 5$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 4 ဖြင့်မြှောက်သော်

$$x - 2 \geq 12x + 20$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ပေါင်းသော်

$$x \geq 12x + 22$$

နှစ်ဖက်စလုံးမှ 12x နုတ်သော်

$$x - 12x \geq 12x + 22 - 12x$$

$$-11x \geq 22$$

နှစ်ဖက်စလုံးကို −11 ဖြင့်စားသော်

$$x \leq -2$$

ထို့ကြောင့် −2 နှင့် −2 အောက်ငယ်သော ကိန်းအားလုံးသည် ပေးထားသောမညီမျှခြင်း၏ အဖြေများဖြစ်ကြသည်။

ဥပမာ ၃။ ပေးထားသော မညီမျှခြင်းများမှ အဖြေများကိုရှာမည်ဆိုပါစို့။ ထို့ပြင် x ၏ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကိုလည်း ဖော်ပြမည်။

(က) $5 < x + 3 < 8$ (ခ) $10 < 2x + 3 \leq 17$

(က) $$5 < x + 3 < 8$$

မညီမျှခြင်းတစ်ခုလုံးမှ 3 နုတ်သော်

$$5 - 3 < x + 3 - 3 < 8 - 3$$

$$2 < x < 5$$

အထက်ပါအဖြေမှ x ၏ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများမှာ 3 နှင့် 4 ဖြစ်သည်။

(ခ) $$10 < 2x + 3 \leq 17$$

မညီမျှခြင်းတစ်ခုလုံးမှ 3 နုတ်သော်

$$10 - 3 < 2x + 3 - 3 \leq 17 - 3$$

$$7 < 2x \leq 14$$

မညီမျှခြင်းတစ်ခုလုံးကို 2 ဖြင့်စားသော်

$$\frac{7}{2} < x \le 7$$

$$3\frac{1}{2} < x \le 7$$

အထက်ပါအဖြေမှ x ၏ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများမှာ 4, 5, 6 နှင့် 7 တို့ဖြစ်သည်၊

ပုံစံတွက် ၁။ $\frac{4y+1}{3}+\frac{2(y+1)}{3}-y \le 6$ ကိုဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{4y+1}{3}+\frac{2(y+1)}{3}-y \le 6$$

$$4y+1+2(y+1)-3y \le 18 \quad \text{(နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)}$$

$$4y+1+2y+2-3y \le 18$$

$$3y+3 \le 18$$

$$3y \le 15 \quad \text{(နှစ်ဖက်စလုံးမှ 3 နုတ်ခြင်း)}$$

$$y \le 5 \quad \text{(နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့်စားခြင်း)}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $\frac{x-2}{4}-\frac{x-4}{6} \le \frac{2}{3}$ ကိုဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{x-2}{4}-\frac{x-4}{6} \le \frac{2}{3}$$

$$3(x-2)-2(x-4) \le 2\times 4 \quad \text{(နှစ်ဖက်စလုံးကို 12 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)}$$

$$3x-6-2x+8 \le 8$$

$$x+2 \le 8$$

$$x \le 6 \quad \text{(နှစ်ဖက်စလုံးမှ 2 နုတ်ခြင်း)}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $-10 < 7-2x \le -1$ ကိုဖြေရှင်းပါ။ x ၏ ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများကိုလည်း ဖော်ပြပါ။

$$-10 < 7-2x \le -1$$

$$-17 < -2x \le -8 \quad \text{(မညီမျှခြင်းတစ်ခုလုံးမှ 7 နုတ်ခြင်း)}$$

$$\frac{17}{2} > x \ge 4 \quad \text{(မညီမျှခြင်းတစ်ခုလုံးကို –2 ဖြင့်စားခြင်း)}$$

$$4 \le x < \frac{17}{2}$$

x ၏ကိန်းပြည့်တန်ဖိုးများမှာ 4, 5, 6, 7 နှင့် 8 တို့ဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၄။ ကျောင်းသားတစ်ယောက်သည် သင်္ချာအိုလံပစ်စာမေးပွဲ နှစ်ကြိမ်ဖြေဆိုရာတွင် 75 မှတ် နှင့် 78 မှတ် အသီးသီးရရှိခဲ့သည်။ နောက်ထပ်တစ်ကြိမ် ဖြေဆိုပြီးက သုံးကြိမ်ပေါင်း၏ ပျမ်းမျှရမှတ်သည် အနည်းဆုံး 80 မှတ် ရရှိလိုလျှင် တတိယအကြိမ်တွင် အနည်းဆုံးရမှတ် မည်မျှရအောင် ဖြေဆိုရမည်နည်း။

တတိယအကြိမ်ရမှတ် = x မှတ် ဖြစ်ပါစေ။

သုံးကြိမ်ပေါင်းပျမ်းမျှရမှတ် = $\dfrac{75+78+x}{3}$

ပုစ္ဆာအရ

$$\frac{75+78+x}{3} \geq 80$$

$75 + 78 + x \geq 240$ (နှစ်ဖက်စလုံးကို 3 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)

$153 + x \geq 240$

$x \geq 87$ (နှစ်ဖက်စလုံးမှ 153 နုတ်ခြင်း)

ထို့ကြောင့် တတိယအကြိမ်တွင်အနည်းဆုံးရမှတ် 87 မှတ်ရအောင် ဖြေဆိုရမည် ဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၂

၁။ $\frac{7}{3}a - 1 < 17 - \frac{2}{3}a$ ကိုပြေလည်သော အပေါင်းကိန်းပြည့်များကိုရှာပေးပါ။

၂။ z သည် ကိန်းပြည့်တစ်ခုဖြစ်ပြီး $-7\frac{2}{3} < z \leq 13$ ဖြစ်သည်။ ထိုကိန်းပြည့် z များမှ

(က) အငယ်ဆုံးကိန်း (ခ) အကြီးဆုံးသုဒ္ဓကိန်း

(ဂ) အကြီးဆုံးနှစ်ထပ်တိကိန်း (ဃ) အကြီးဆုံး 5 ၏ဆတိုးကိန်း တို့ကိုရှာပါ။

၃။ အောက်ပါမညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(က) $x - 1 \leq 2$ (ခ) $3 < x + 4$ (ဂ) $2y + 7 \geq 15$

(ဃ) $2 - 3y > 2y + 12$ (င) $-2x \geq -6$ (စ) $\frac{1}{3}x > \frac{1}{4}(x-1)$

(ဆ) $-2 \leq \frac{2x}{3} < 0$ (ဇ) $20 \leq 3x + 2 \leq 29$ (ဈ) $0 < \frac{4x-3}{5} < 7$

(ည) $3(x + 5) < 2(x + 2) + 8$ (ဋ) $\frac{x}{5} - \frac{x}{4} > 1$

(ဃ) $\frac{1}{2}(2-x) > \frac{1}{4}(3-x)$ (ង) $\frac{2x}{7} - \frac{x}{2} < 0$

(စ) $\frac{x-2}{4} - \frac{x-4}{6} \geq \frac{2}{5}$ (ဆ) $\frac{3x+4}{5} - \frac{x+1}{3} \leq 1 - \frac{x+5}{3}$

၄။ ညီအစ်ကိုနှစ်ယောက်တို့သည် သူတို့၏မိခင်အတွက် လက်ဆောင်တစ်ခု ဝယ်လိုသည်။ လက်ဆောင်ဖိုး ငွေပေးချေရာတွင် အစ်ကိုသည်ညီထက် 4000 ကျပ် ပိုပေးမည်ဟုဆို၏။ အကယ်၍လက်ဆောင်သည် 30000 ကျပ် ထက်ပိုမပေးရလျှင် အစ်ကိုပေးရမည့် အများဆုံး ငွေပမာဏကိုရှာပါ။

၅။ ကျောင်းသူတစ်ယောက်သည် မြန်မာစာ၌ 75 မှတ်၊ အင်္ဂလိပ်စာ၌ 70 မှတ်ရပြီး သင်္ချာရမှတ် အပါအဝင် သုံးဘာသာရမှတ်ကို ပျမ်းမျှရှာပါက အနည်းဆုံး 75 မှတ် ရရှိလိုလျှင် သင်္ချာတွင် အနည်းဆုံးအမှတ် မည်မျှရရှိရမည်နည်း။

၆။ အစဉ်လိုက်ဖြစ်သော ကိန်းပြည့်သုံးလုံး၏ပေါင်းလဒ်သည် 75 အောက်ငယ်လျှင် ကိန်းပြည့်သုံးလုံးအနက်မှ ဖြစ်နိုင်သောအကြီးဆုံးကိန်းပြည့်ကိုရှာပါ။

၇။ မောင်မောင်သည် ဇော်ဇော်အောက် 2 နှစ် ငယ်ပြီး နှစ်ဦး၏ ယခုအသက်ပေါင်းလဒ်မှာ အများဆုံး 50 နှစ် ဖြစ်လျှင် လွန်ခဲ့သောငါးနှစ်က မောင်မောင်၏ ဖြစ်နိုင်သောအကြီးဆုံး အသက်ကိုရှာပါ။

အခန်း ၈ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများ

မသိကိန်းတစ်လုံးပါ တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများနှင့်ယင်းတို့အားဖြေရှင်းပုံများကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ယခု မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်သော ညီမျှခြင်းများကိုလေ့လာကြမည်။ ဤသင်ခန်းစာကို လေ့လာသင်ယူပြီးပါက မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းတတ်မည်။

$$x - y = 2$$
$$x + y = 10$$

တဲ့သို့သောညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို **မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများ** (simultaneous linear equation) ဟုခေါ်သည်။

၈.၁ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများကိုဖြေရှင်းခြင်း

အကွာရာညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် မသိကိန်းနှစ်လုံးပါဝင်နေလျှင် ထိုညီမျှခြင်းတစ်ခုတည်းဖြင့် မသိကိန်းများ၏တန်ဖိုးများကို တိကျစွာ မရှာနိုင်။မသိကိန်းများ၏ဆက်သွယ်ပုံကို ပြသောညီမျှခြင်း နှစ်ခုရှိမှသာလျှင် ပါဝင်နေသော မသိကိန်းနှစ်လုံး၏တန်ဖိုးကို ရှာနိုင်သည်။ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းကို ဖြေရှင်းရာတွင် ကိန်းချေနည်းနှင့် ကိန်းအစားသွင်းနည်းကို လေ့လာမည်။

၈.၁.၁ ကိန်းချေနည်း (Elimination Method)

ဥပမာ ၁။ $3x + 2y = 12$

$7x - 2y = 8$ ကို ဖြေရှင်းမည် ဆိုပါစို့။

ညီမျှခြင်းနှစ်ခုစလုံးတွင် y ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများသည် +2 နှင့် −2 ဖြစ်သဖြင့် ယင်းညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ပေါင်းခြင်းဖြင့် မသိကိန်း x တစ်မျိုးသာကျန်သည်။

$$3x + 2y = 12 \quad \text{.........} (1)$$
$$7x - 2y = 8 \quad \text{.........} (2)$$

$$10x = 20 \quad \text{(ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း)}$$
$$\therefore \quad x = 2$$

y တန်ဖိုးရှာရန် ညီမျှခြင်း (1) သို့မဟုတ် ညီမျှခြင်း (2) တွင် $x = 2$ ကို အစားသွင်း၍ ရှာနိုင်သည်။

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $x = 2$ ကို အစားသွင်းသော်

$$3(2) + 2y = 12$$
$$6 + 2y = 12$$
$$2y = 6$$
$$\therefore y = 3$$
$$\therefore x = 2 \ , \ y = 3$$

ချိန်ကိုက်ခြင်း။ $3x + 2y = 3(2) + 2(3) = 6 + 6 = 12$ ဖြစ်သဖြင့် (1) မှန်သည်။
$7x - 2y = 7(2) - 2(3) = 14 - 6 = 8$ ဖြစ်သဖြင့် (2) မှန်သည်။
$\therefore$ $x = 2, y = 3$ သည် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) ကို တစ်ပြိုင်နက် ပြေလည်သော အဖြေ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၂။ $5x - 2y = 5$
$5x + y = 20$ ကို ဖြေရှင်းမည်။

ညီမျှခြင်းနှစ်ခုစလုံးတွင် x ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများသည် 5 ဖြစ်သဖြင့် ညီမျှခြင်း(1) မှ ညီမျှခြင်း (2) ကိုနုတ်ပါက မသိကိန်း y တစ်မျိုးသာကျန်သည်။

$$5x - 2y = 5 \quad \ldots\ldots (1)$$
$$5x + y = 20 \quad \ldots\ldots (2)$$

$$-3y = -15$$ (ညီမျှခြင်းနှစ်ခုနုတ်ခြင်း)
$$\therefore \quad y = 5$$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် $y = 5$ ကို အစားသွင်းသော်

$$5x + 5 = 20$$
$$5x = 15$$
$$\therefore x = 3$$
$$\therefore x = 3, \quad y = 5$$

ချိန်ကိုက်ခြင်း။ $5x - 2y = 5(3) - 2(5) = 15 - 10 = 5$ ဖြစ်သဖြင့် (1) မှန်သည်။
$5x + y = 5(3) + 5 = 15 + 5 = 20$ ဖြစ်သဖြင့် (2) မှန်သည်။
$\therefore$ $x = 3, y = 5$ သည် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် (2) ကို တစ်ပြိုင်နက် ပြေလည်သော အဖြေ ဖြစ်သည်။

အထက်ပါ ဥပမာများကဲ့သို့ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများ ဖြေရှင်းနည်းကို **ကိန်းချေနည်း** ဟုခေါ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $4x - 5y = 17$
$x - 5y = 8$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$4x - 5y = 17 \quad \ldots\ldots (1)$$
$$x - 5y = 8 \quad \ldots\ldots (2)$$

$$3x = 9$$ (ညီမျှခြင်းနှစ်ခုနုတ်ခြင်း)
$$\therefore x = 3$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $x = 3$ ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 3 - 5y &= 8 \\ -5y &= 5 \\ \therefore y &= -1 \end{aligned}$$

$\therefore x = 3, \; y = -1$

ဥပမာ ၃။ $7x - 4y = 2$

$3x + 2y = 12$ ကို ရှင်းမည်။

မသိကိန်း y ကို ချေလိုသည်ဆိုပါစို့။ y ၏မြှောက်ဖော်ကိန်းများကိုတူအောင်ပြုလုပ်မည်။

$7x - 4y = 2$ .... (1)

$6x + 4y = 24$ ....(2) (ညီမျှခြင်း (2) ၏နှစ်ဖက်စလုံးကို 2 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)

$13x = 26$ (ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း)

$\therefore x = 2$

$x = 2$ ကို ညီမျှခြင်း (2) တွင် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 3(2) + 2y &= 12 \\ 2y &= 6 \\ \therefore y &= 3 \end{aligned}$$

$\therefore x = 2, \; y = 3$

ဥပမာ ၄။ $4x - 9y = 2$

$6x - 7y = 16$ ကို ဖြေရှင်းမည်။

$4x - 9y = 2$ .... (1)

$6x - 7y = 16$ .... (2)

မသိကိန်း x ကို ချေလိုသည် ဆိုပါစို့။ ညီမျှခြင်းနှစ်ခုစလုံးတွင် x ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများတူစေရန် ညီမျှခြင်း (1) နှင့် ညီမျှခြင်း (2) တို့ကို 3 နှင့် 2 တို့ဖြင့်အသီးသီး မြှောက်မည်။ (4x နှင့် 6x တို့၏ဘုံဆတူးကိန်းသည် 12x ဖြစ်သည်။)

$12x - 27y = 6$ (ညီမျှခြင်း (1) ကို 3 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)

$12x - 14y = 32$ (ညီမျှခြင်း (2) ကို 2 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)

$-13y = -26$ (ညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို နုတ်ခြင်း)

$\therefore y = 2$

$y = 2$ ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$4x - 9(2) = 2$

$$4x - 18 = 2$$
$$4x = 20$$
$$\therefore x = 5$$
$$\therefore x = 5\ ,\ y = 2$$

ဥပမာ ၅။ $6a + 0.2b = 0.7$
$3.9a - 0.02b = 0.02$ ကိုဖြေရှင်းပါက ကိန်းအစားသွင်းတွက်ခြင်းထက် ကိန်းချေနည်းကို သုံးသင့်သည်။

$6a + 0.2b = 0.7$ .... (1)

$3.9a - 0.02b = 0.02$ .... (2)

$6a + 0.2b = 0.7$

$3.9a - 0.2b = 0.02$ (ညီမျှခြင်း (2) ကို 10 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)

$45a = 0.9$ (ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း)

$$a = \frac{0.9}{45}$$
$$\therefore a = 0.02$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $a = 0.02$ ကို အစားသွင်းသော်

$$6(0.02) + 0.2b = 0.7$$
$$0.12 + 0.2b = 0.7$$
$$0.2b = 0.7 - 0.12$$
$$0.2b = 0.58$$
$$\therefore b = 2.9$$
$$\therefore a = 0.02,\ b = 2.9$$

ဥပမာ ၆ ။ $6a - b = 5$

$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5$ ကို ဖြေရှင်းရာတွင် အပိုင်းကိန်းများကို ကိန်းပြည့် ပြောင်း၍ တွက်လျှင် ပိုမို လွယ်ကူကြောင်း တွေ့ရသည်။

$6a - b = 5$ .... (1)

$\frac{a}{2} + \frac{4b}{7} = 5$ .... (2)

ညီမျှခြင်း (2) ရှိ အပိုင်းကိန်းများ၏ ပိုင်းခြေ 2 နှင့် 7 ၏အငယ်ဆုံးဘုံဆတိုးကိန်း 14 ဖြင့်နှစ်ဖက်စလုံးကို မြှောက်မည်။

$$\begin{aligned} 48a - 8b &= 40 && \text{(ညီမျှခြင်း (1) ကို 8 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)} \\ 7a + 8b &= 70 && \text{(ညီမျှခြင်း (2) ကို 8 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)} \\ \hline 55a &= 110 && \text{(ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း)} \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $a = 2$ ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 6(2) - b &= 5 \\ 12 - b &= 5 \\ -b &= -7 \\ \therefore b &= 7 \end{aligned}$$

$\therefore \quad a = 2 \,,\ b = 7$

ပုံစံတွက် ၂။ $5x + 3y = 9$
$2x - 5y = 16$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 9 && \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 2x - 5y &= 16 && \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ 25x + 15y &= 45 && \text{(ညီမျှခြင်း (1) ကို 5 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)} \\ 6x - 15y &= 48 && \text{(ညီမျှခြင်း (2) ကို 3 ဖြင့်မြှောက်ခြင်း)} \\ \hline 31x &= 93 && \text{(ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း)} \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

$x = 3$ ကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} 5(3) + 3y &= 9 \\ 3y &= 9 - 15 \\ 3y &= -6 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

$\therefore \ x = 3 \,,\ y = -2$

မသိကိန်းနှစ်လုံးပါ တစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများကို ကိန်းချေနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းရာတွင်အောက်ပါအချက်ကို သတိပြု၍ ရှင်းပါ။

၁။ ချေလိုသောမသိကိန်း၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများကို တူအောင်ပြုလုပ်ပါ။

၂။ ချေလိုသောမသိကိန်းနှင့် ဆိုင်သောမြှောက်ဖော်ကိန်း၏ လက္ခဏာပေါ်မူတည်၍ ရရှိလာသောညီမျှခြင်းနှစ်ခုကို ပေါင်းခြင်း သို့မဟုတ် နုတ်ခြင်းဖြင့် မသိကိန်းတစ်လုံးပါညီမျှခြင်းတစ်ခုကိုရရှိမည်။

၃။ ရလာသောမသိကိန်းတစ်လုံးပါညီမျှခြင်းမှ ထိုမသိကိန်း၏တန်ဖိုးကို ရှာပါ။

၄။ ရရှိလာသည့်မသိကိန်းကို မူလညီမျှခြင်းတစ်ခုခုတွင် အစားသွင်းခြင်းဖြင့် ကျန် မသိကိန်းကို ရှာပါ။

လေ့ကျင့်ခန်း ၈.၁

အောက်ပါ တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများကို ကိန်းချေနည်းဖြင့် ဖြေရှင်းပါ။

၁။ $3a - b = 11$, $5a + b = 29$	၂။ $x - y = 3$, $4x + y = 17$	၃။ $7x + 2y = 19$, $7x + 8y = 13$
၄။ $4a - 5b = 17$, $a - 5b = 8$	၅။ $5p + 3q = 30$, $p - 3q = -12$	၆။ $x - 9y = -20$, $x + 6y = 10$
၇။ $13x + 9y = 4$, $17x - 9y = 26$	၈။ $6x + y - 19 = 0$, $4x + y - 15 = 0$	၉။ $3x - y + 14 = 0$, $2x + y + 1 = 0$
၁၀။ $6x - 5y = -3$, $x + y = 5$	၁၁။ $2x + 3y = 18$, $3x - y = 5$	၁၂။ $4x + y = 11$, $3x + 2y = 7$
၁၃။ $2x + 6y = 13$, $8x + y = 6$	၁၄။ $7x + 4y = 20$, $3x + 2y = 8$	၁၅။ $3x + 2y = 12$, $5x - 8y = -14$
၁၆။ $2x - 3y = 11$, $5x - 4y = 17$	၁၇။ $9x + 2y = 5$, $7x - 3y = 13$	၁၈။ $3x + 5y = 4$, $5x + 4y = 11$
၁၉။ $4x - 3y = -1$, $5x - 2y = 4$	၂၀။ $5x - 2y = 0$, $3x - 5y = 31$	၂၁။ $4x + 3y = -5$, $3x - 2y = 43$
၂၂။ $5x - 4y = 23$, $2x - 7y = 11$	၂၃။ $3x + 7y = 2$, $6x - 5y = 4$	၂၄။ $30x - 48y = -1$, $2x + 3y = 2$
၂၅။ $5x - 3y - 13 = 0$, $7x - 6y - 20 = 0$	၂၆။ $x - 3y + 7 = 0$, $5x - 4y - 9 = 0$	၂၇။ $7x - 5y - 31 = 0$, $16x + 15y - 15 = 0$

၈.၁.၂ ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်း (Substitution Method)

မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းနှစ်ခုအနက် ညီမျှခြင်းတစ်ခုမှ မသိကိန်း တစ်ခုကို အခြားမသိကိန်းပါသော ကိန်းတန်းတစ်ခုဖြင့်ဖော်ပြပြီး ကျန်ညီမျှခြင်းတွင်အစားသွင်း၍ ဖြေရှင်းသောနည်းကို **ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်း** ဟုခေါ်သည်။

ဥပမာ ၁။ $7x - 2y = 18$

$5x + y = 8$ ကို ဖြေရှင်းမည်။

$$7x - 2y = 18 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$5x + y = 8 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ညီမျှခြင်း (2) မှ y ကို x ပါဝင်သော ကိန်းတန်းဖြင့်ဖော်ပြသည့်အခါ $y = 8 - 5x$ ရလာပြီး ယင်းကို ညီမျှခြင်း (1) တွင်အစားသွင်းသော်

$$7x - 2(8 - 5x) = 18$$
$$7x - 16 + 10x = 18$$
$$17x = 34$$
$$\therefore \quad x = 2$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် $x = 2$ ကို $y = 8 - 5x$ အစားသွင်းသော်

$$y = 8 - 5(2)$$
$$\therefore \quad y = -2$$
$$\therefore \; x = 2, \; y = -2$$

ဥပမာ ၂။ $3(3x - y) = 5(x - 3y)$
$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6$ ကိုဖြေရှင်းရာတွင် ကွင်းများကို ဦးစွာတွက်လျှင် ပိုမို လွယ်ကူသည်။

$$3(3x - y) = 5(x - 3y) \quad \ldots\ldots. (1)$$
$$2(x - 3y) = 3(2x + y) + 6 \quad \ldots\ldots. (2)$$

ညီမျှခြင်း (1) မှ $9x - 3y = 5x - 15y$

$$9x - 5x = -15y + 3y$$
$$4x = -12y$$
$$x = -3y \quad \text{------}(3)$$

ညီမျှခြင်း (2) တွင် $x = -3y$ ကို အစားသွင်းသော်

$$2(-3y - 3y) = 3[2(-3y) + y] + 6$$
$$2(-6y) = 3[-6y + y] + 6$$
$$-12y = 3(-5y) + 6$$
$$-12y = -15y + 6$$
$$15y - 12y = 6$$
$$3y = 6$$
$$y = 2$$

ညီမျှခြင်း (3) တွင် y ၏တန်ဖိုး အစားသွင်းသော်

$$x = -3(2)$$

$$x = -6$$

$$\therefore x = -6, \; y = 2$$

ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်းဖြင့် ဖြေရှင်းရာတွင် အောက်ပါအချက်များကိုသတိပြု၍ ဖြေရှင်းသင့်ပါသည်။

၁။ သင့်လျော်သောညီမျှခြင်းတစ်ခုမှ မသိကိန်းတစ်ခုကို ကျန်မသိကိန်းပါဝင်သောကိန်းတန်းဖြင့်ဖော်ပြပါ။

၂။ ရရှိလာသော မသိကိန်းကို ကျန်ညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်း၍ရှာပါ။

၃။ ယင်းမသိကိန်းကို သင့်လျော်သောညီမျှခြင်းတွင် အစားသွင်းပြီးကျန်မသိကိန်းကိုရှာပါ။

ပုံစံတွက် ။ $\frac{a}{2} + 6b = 7$

$3a - 4b = 2$ ကို ဖြေရှင်းပါ။

$$\frac{a}{2} + 6b = 7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$3a - 4b = 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ညီမျှခြင်း (1) မှ

$$\frac{a}{2} = 7 - 6b$$

$$a = 14 - 12b$$

ယင်းကိုညီမျှခြင်း (2) တွင် အစားသွင်းသော်

$$3(14 - 12b) - 4b = 2$$

$$42 - 36b - 4b = 2$$

$$-40b = -40$$

$$\therefore b = 1$$

$b = 1$ ကို ညီမျှခြင်း (3) တွင် အစားသွင်းသော်

$$a = 14 - 12(1) = 14 - 12$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore \quad a = 2, \; b = 1$$

တစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများဖြေရှင်းရာတွင်

၁။ ညီမျှခြင်းတစ်ခုတွင် မသိကိန်းတစ်ခု၏တန်ဖိုးကို ကျန်မသိကိန်းတစ်ခုပါသောကိန်းတန်းဖြင့်အလွယ်တကူဖော်ပြနိုင်လျှင်ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်းကိုသုံးရန်သင့်လျော်သည်။

၂။ ညီမျှခြင်းနှစ်ခုလုံးတွင် မြှောက်ဖော်ကိန်းများကြီးပါက ကိန်းချေနည်းကိုသုံးလျှင် ပို၍လွယ်ကူသည်။

၃။ မသိကိန်းများ၏ မြှောက်ဖော်ကိန်းများသည် အပိုင်းကိန်းများဖြစ်ပါက ကိန်းပြည့်များဖြစ်အောင်ပြောင်း၍တွက်လျှင် ပိုမိုလွယ်ကူသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၈.၂

၁။ အောက်ပါတစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများကို ကိန်းအစားသွင်းတွက်နည်းသုံးပြီး ဖြေရှင်းပါ။

(က) $y = x + 1$, $2x + 3y = 13$

(ခ) $3x - 5y = 6$, $x + y = 10$

(ဂ) $3x - y = 0$, $2x + y = 5$

(ဃ) $5x + 2y = 3$, $x - 4y = -6$

(င) $3x + 5y = 10$, $x - 2y = 7$

(စ) $5x + 3y = 11$, $4x - y = 2$

(ဆ) $5x - y = -5$, $2y - x = 28$

(ဇ) $4y - 3x = 9$, $x + 7 = 2y$

(ဈ) $2x + 5y = 12$, $4x + 3y = -4$

၂။ အောက်ပါတစ်ပြိုင်နက်ညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းပါ။

(က) $7x + 3y = 26$, $2x + 5y = 24$

(ခ) $6x - 5y = 21$, $5x + 4y = 17\frac{1}{2}$

(ဂ) $x + \frac{1}{2} = 5y$, $2x - 6y = 3$

(ဃ) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 9$, $x - - y = 2$

(င) $7x - 2y = 10$, $2x + 3y = 10$

(စ) $8x + 7y = 8$, $7x + 8y = 22$

(ဆ) $\frac{1}{2}p + \frac{2}{5}q = 4$, $3p = 4q$

(ဇ) $0.6x + 2y = \frac{3}{2}$, $x + 0.3y = \frac{5}{2}$

(ဈ) $\frac{a}{5} + 2b = 9$, $\frac{a}{2} - \frac{b}{6} = 7$

(ည) $\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y = 5$, $\frac{3}{4}x + y = 6$

(ဋ) $\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 10$, $\frac{1}{10}x + 2.4 = \frac{3}{8}y$

(ဌ) $2(2x+3) - 5(4-3y) = 21$, $x - 3 = 2(y+4) - 8$

၈.၂ မသိကိန်းနှစ်လုံးပါတစ်ပြိုင်နက်တစ်ထပ်ညီမျှခြင်းများနှင့်သက်ဆိုင်သော ညာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများ

ဥပမာ ၁။ ပြိုင်ပွဲတစ်ခုတွင် ပါဝင်ယှဉ်ပြိုင်သူပေါင်း 50 ရှိရာမိန်းကလေးဦးရေ၏နှစ်ဆသည် ယောကျ်ားလေးဦးရေထက် 13 ယောက်ပိုသည်။ ပြိုင်ပွဲတွင် ယောကျ်ားလေးနှင့် မိန်းကလေးဦးရေမည်မျှစီရှိသနည်း။

ယောကျ်ားလေးဦးရေ = x ယောက်

မိန်းကလေးဦးရေ = y ယောက် ဖြစ်ပါစေ။

ပုစ္ဆာအရ

$$x + y = 50 \quad \text{.......(1)}$$

$$2y = x + 13 \quad \text{.......(2)}$$

$$y = \frac{x+13}{2}$$

ယင်းကို ညီမျှခြင်း (1) တွင် အစားသွင်းသော်

$$x + \frac{x+13}{2} = 50$$

$$2x + x + 13 = 100$$

$$3x = 87$$

$$x = 29$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $x = 29$ ကိုအစားသွင်းသော်

$$x + y = 50$$

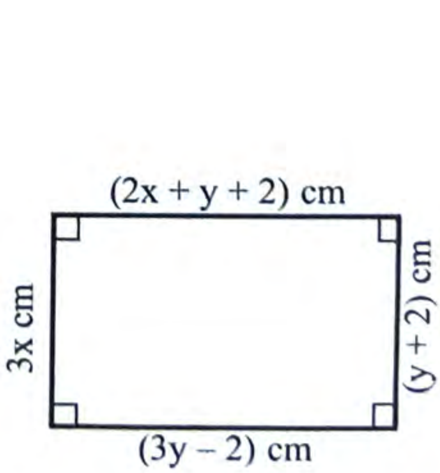
$$29 + y = 50$$

$$y = 21$$

ယောကျ်ားလေးဦးရေ = 29 ယောက်

မိန်းကလေးဦးရေ = 21 ယောက်

ဥပမာ ၂။ ပုံတွင်ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏အလျားနှင့် အနံ တို့ကို ဖော်ပြထားသည်။ ယင်းထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ပတ်လည်အနား ကိုရှာပါ။



ပုစ္ဆာတွင်ပေးထားသောထောင့်မှန်စတုဂံပုံအရ အလျားနှစ်ခုတူသဖြင့်

$$2x + y + 2 = 3y - 2$$
$$2x = 2y - 4$$
$$x = y - 2 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

အနံနှစ်ခုတူသဖြင့်

$$3x = y + 2 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

ညီမျှခြင်း (2)တွင် $x = y - 2$ ကိုအစားသွင်းသော်

$$3(y-2) = y + 2$$
$$3y - 6 = y + 2$$
$$2y = 8$$
$$y = 4$$

ညီမျှခြင်း(1)တွင် $y = 4$ ကိုအစားသွင်းသော်

$$x = 4 - 2$$
$$\therefore x = 2$$

အလျား $= 3y - 2 = 3(4) - 2 = 10$ cm
အနံ $= 3x = 3(2) = 6$ cm

ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ပတ်လည်အနား $= 2$ (အလျား + အနံ)
$= 2(10 + 6)$ cm
$= 2(16)$ cm $= 32$ cm

ဥပမာ ၃။ ဆယ်ကိန်းတစ်ခုတွင် ပါဝင်သောဂဏန်းနှစ်လုံးပေါင်းလဒ်သည် 12 ဖြစ်သည်၊ ယင်းကိန်းတွင် ပါဝင်သောဆယ်ဂဏန်းနှင့် ခုဂဏန်းကိုနေရာပြောင်းပါက ဖြစ်ပေါ်လာသည့်ကိန်းမှာ မူလကိန်းထက် 18 ကြီးသွားမည်။ မူလကိန်းကို ရှာပါ။

ဆယ်ဂဏန်း $= t$
ခုဂဏန်း $= d$ ဖြစ်ပါစေ။
မူလကိန်း $= t \times 10 + d = 10t + d$
ကိန်းဆယ်ဂဏန်းနှင့် ခုဂဏန်းကို နေရာပြောင်းပါက
ဖြစ်ပေါ်လာသောကိန်း $= d \times 10 + t = 10d + t$

ပုစ္ဆာအရ $\quad t + d = 12 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$

$$10d + t = 10t + d + 18 \;\ldots\ldots\ldots\; (2)$$
$$9t - 9d = -18$$
$$t - d = -2$$
$$t + d = 12$$
$$t - d = -2$$
$$2t = 10 \quad \text{(ညီမျှခြင်းနှစ်ခုပေါင်းခြင်း)}$$
$$t = 5$$

ညီမျှခြင်း (1) တွင် $t = 5$ ကိုအစားသွင်းသော်

$$5 + d = 12$$
$$d = 7$$
$$\therefore \text{မူလကိန်း} = t \times 10 + d = 5 \times 10 + 7 = 57$$

ဥပမာ ၄။ လွန်ခဲ့သော 4 နှစ်က ဖခင်၏အသက်သည် သမီးအသက်၏ $2\frac{1}{2}$ ဆဖြစ်ပြီး နောက် 5 နှစ် ကြာသော် ဖခင်၏အသက်သည် သမီးအသက်၏ 2 ဆဖြစ်မည်။ ဖခင်နှင့်သမီးတို့၏ ယခုအသက်များကို ရှာပါ။

ဖခင်၏ယခုအသက် = a နှစ်
သမီး၏ယခုအသက် = b နှစ်ဖြစ်ပါစေ။
လွန်ခဲ့သော 4 နှစ်ကဖခင်အသက် = $(a - 4)$ နှစ်
လွန်ခဲ့သော 4 နှစ်ကသမီးအသက် = $(b - 4)$ နှစ်
နောက် 5 နှစ်တွင်ဖခင်အသက် = $(a + 5)$နှစ်
နောက် 5 နှစ်တွင်သမီးအသက် = $(b + 5)$ နှစ်

ပုစ္ဆာအရ $a - 4 = 2\frac{1}{2}(b - 4) \;\ldots\ldots\; (1)$

$a + 5 = 2(b + 5) \;\ldots\ldots\; (2)$

ညီမျှခြင်း (1) ကိုရှင်းသော်

$$a - 4 = \frac{5}{2}(b - 4)$$
$$2a - 8 = 5b - 20$$
$$2a - 5b = -12 \;\ldots\ldots\; (3)$$

ညီမျှခြင်း (2) ကိုရှင်းသော်

$$a + 5 = 2b + 10$$
$$a - 2b = 5 \;\ldots\ldots\; (4)$$
$$2a - 4b = 10 \;\ldots\ldots\; (5)$$

သင်္ချာ-၁

$$\begin{aligned} 2a - 5b &= -12 \\ 2a - 4b &= 10 \\ \hline -b &= -22 \quad \text{(ညီမျှခြင်းနှစ်ခုနုတ်ခြင်း)} \\ \therefore b &= 22 \end{aligned}$$

ညီမျှခြင်း (4)တွင် $b = 22$ ကို အစားသွင်းသော်

$$\begin{aligned} a - 2(22) &= 5 \\ a - 44 &= 5 \\ \therefore a &= 49 \end{aligned}$$

ဖခင်၏ယခုအသက် = 49 နှစ်

သမီး၏ယခုအသက် = 22 နှစ်

လေ့ကျင့်ခန်း ၈.၃

၁။ ပထမကိန်းကို ဒုတိယကိန်း၏ 3 ဆဖြင့်ပေါင်းသော် 1 ရ၏။ ပထမကိန်းမှ ဒုတိယကိန်း၏ 3 ဆကို နုတ်သော် 19 ရသည်။ ယင်းကိန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။

၂။ ကိန်းနှစ်ခုပေါင်းလဒ်၏ 2 ဆသည် 50 ဖြစ်၍ ယင်းတို့ခြားနားခြင်း၏ 5 ဆသည် 15 ဖြစ်လျှင် ထိုကိန်းများကိုရှာပါ။

၃။ ကိန်းနှစ်ခုရှိရာပထမကိန်း၏ 2 ဆ နှင့် ဒုတိယကိန်း၏ 3 ဆတို့ပေါင်းလဒ်သည် 22 ဖြစ်သည်။ ပထမကိန်း၏ 3 ဆ နှင့် ဒုတိယကိန်း၏ 4 ဆပေါင်းလျှင် 30 ရ၏။ မူလကိန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။

၄။ ပထမကိန်းတွင် 12 ပေါင်းလျှင် ဒုတိယကိန်း၏ 4 ဆရ၏။ ဒုတိယကိန်းတွင် 11 ပေါင်းလျှင် ပထမကိန်း၏ 2 ဆရ၏။ ယင်းကိန်းနှစ်ခုကိုရှာပါ။

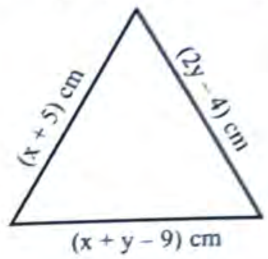
၅။ ပစ္စည်းများထည့်ထားသောသံသေတ္တာနှင့် သစ်သားသေတ္တာနှစ်လုံးတွင် သံသေတ္တာသည် သစ်သားသေတ္တာ၏ 2 ဆလေးသည်။ သစ်သားသေတ္တာတွင်ပေါင် 20 လေးသော ပစ္စည်းများကိုထပ်ထည့်ပြီး သံသေတ္တာတွင် ပေါင် 20 လေးသော ပစ္စည်းများကို လျှော့လိုက်ပါက သေတ္တာနှစ်လုံးအလေးချိန်တူညီမည်။ သေတ္တာနှစ်လုံး၏မူလအလေးချိန်အသီးသီးကိုရှာပါ။

၆။ လူတစ်ယောက်သည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာ 4 နာရီ စက်ဘီးစီးပြီး 3 နာရီဆိုင်ကယ်စီးရာ စုစုပေါင်း 74 km ရောက်သည်။ အကယ်၍သူသည် 2 နာရီစက်ဘီးစီးပြီး 4 နာရီ ဆိုင်ကယ်စီးခဲ့ပါလျှင်စုစုပေါင်း 82 km ရောက်မည်ဖြစ်သည်။ သူ၏တစ်နာရီ စက်ဘီးစီးနှုန်းနှင့် ဆိုင်ကယ်စီးနှုန်းတို့ကိုရှာပါ။

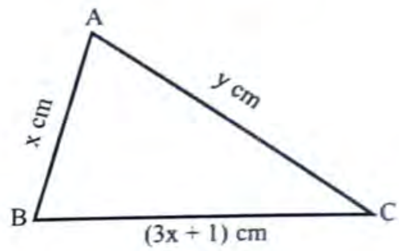
၇။ လွန်ခဲ့သော 5 နှစ်က မောင်မောင်၏အသက်သည် မမအသက်၏ $\frac{2}{3}$ အဆဖြစ်၏။ နောင် 10 နှစ် ကြာသောအခါမောင်မောင်၏အသက်သည် မမအသက်၏ $\frac{5}{6}$ အဆဖြစ်မည်။ မောင်မောင်နှင့်မမတို့၏ ယခု အသက်များကို ရှာပါ။

၈။ ထောင့်နှစ်ထောင့်ပေါင်းလဒ်၏ 5 ပုံ 1 ပုံသည် 24° ဖြစ်သည်။ ယင်းထောင့်နှစ်ထောင့် ခြားနားခြင်း၏တစ်ဝက်သည် 14° ဖြစ်သော် ယင်းထောင့်တို့၏ ဒီဂရီတန်ဖိုးများကိုရှာပါ။

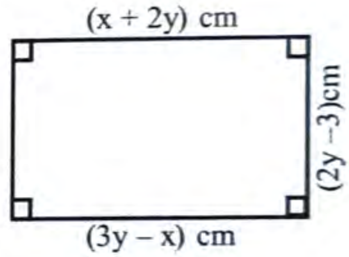
၉။ သုံးနားညီတြိဂံတစ်ခုကို ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်းဖော်ပြထားသည်။ ယင်းတြိဂံ၏ အနားတစ်ဖက် အလျားကို ရှာပါ။



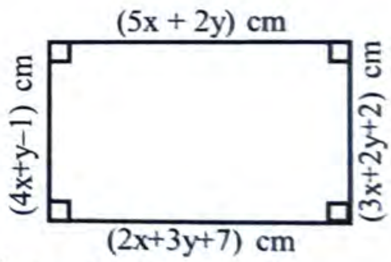
၁၀။ ပုံတွင် ΔABC ၏အနားများ၏ အလျားတို့ကို ဖော်ပြထားသည်။ AC သည် AB အလျား၏ တစ်ဝက်ထက် 1 cm ပိုပြီး BC သည် AB အလျား၏ နှစ်ဆအောက် 1 cm လျော့သည်။အနားများ၏ အလျားတို့ကိုရှာပါ။



၁၁။ ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏အလျားနှင့်အနံတို့ကိုပုံတွင် ဖော်ပြထားသည်။ ပေးထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ပတ်လည်အနားသည် 120 cm ရှိသော် ယင်းထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။



၁၂။ ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD ၏ အလျားနှင့်အနံတို့ကို ပုံတွင်ဖော်ပြထားသည်။ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC အလျားကိုရှာပါ။



၁၃။ မွေးမြူရေးခြံတစ်ခြံတွင်ဆိတ်များနှင့်ကြက်များကိုသာမွေးထား၏။ ဆိတ်နှင့်ကြက်အားလုံး၏ ခေါင်းများကိုရေတွက်ရာ ခေါင်း 50 ရှိပြီး ခြေထောက်များကိုရေတွက်ရာ 140 ချောင်း ရှိသည်။ ကြက်သည် ဆိတ်ထက်ကောင်ရေ မည်မျှပိုသနည်း။ ဆိတ်သည် တစ်ခြံလုံး၏ ရာခိုင်နှုန်း မည်မျှ ရှိသနည်း။

အခန်း ၉ အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါညီမျှခြင်းများ

မသိကိန်းတစ်လုံးပါအက္ခရာညီမျှခြင်းများနှင့် ယင်းတို့၏ဖြေရှင်းပုံများကို လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု ဆက်လက်၍ အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါညီမျှခြင်းများအကြောင်းကိုလေ့လာကြမည်။

ဤသင်ခန်းစာကို သင်ယူပြီးပါက အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါ ညီမျှခြင်းများနှင့် ယင်းတို့နှင့်သက်ဆိုင်သောပုစ္ဆာများကို အလွယ်တကူ ဖြေရှင်းတတ်မည်။

$4x + 5 = 9$ ညီမျှခြင်းတွင် ပါဝင်သော 4, 5, 9 စသည့်ဂဏန်းများအစား a, b နှင့် c ဟူသော အက္ခရာကိန်းများအစားသွင်းလျှင် $ax + b = c$ ဟူသောညီမျှခြင်းကို ရရှိမည်ဖြစ်သည်။

ဤကဲ့သို့ ဂဏန်းများအစား အက္ခရာကိန်းများထည့်သွင်းဖော်ပြထားသော ညီမျှခြင်းများကို **အက္ခရာမြှောက်ဖော်ကိန်းပါညီမျှခြင်းများ** ဟုခေါ်သည်။ ယင်းညီမျှခြင်းများကို ဖြေရှင်းလျှင် ရှာလိုသောအက္ခရာကို ရရှိမည်။ ရရှိလာသောအက္ခရာတွင် ညီမျှခြင်း၌ပါဝင်သော အခြားအက္ခရာများ ပါဝင်သည်။

၉.၁ ညီမျှခြင်းတစ်ခုမှရှာလိုသောအက္ခရာကိုအခြားအက္ခရာများဖြင့်ဖော်ပြခြင်း

အောက်ပါပုံစံတွက်များဖြင့် လေ့လာကြမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ $3x + 4a = 5a$ ညီမျှခြင်းမှ x ကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned} 3x + 4a &= 5a \\ 3x &= 5a - 4a \\ 3x &= a \\ \therefore\ x &= \frac{a}{3} \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၂။ $ax - 2b^2 = -b(b + x)$ ညီမျှခြင်းမှ x ကို ရှာပါ။

$$\begin{aligned} ax - 2b^2 &= -b(b + x) \\ ax - 2b^2 &= -b^2 - bx \\ ax + bx &= 2b^2 - b^2 \\ (a + b)x &= b^2 \\ \therefore\ x &= \frac{b^2}{a + b} \end{aligned}$$

ပုံစံတွက် ၃။ $\dfrac{z}{a}+\dfrac{z}{b}=\dfrac{c}{d}$ ညီမျှခြင်းမှ z ကို ရှာပါ။

$$\frac{z}{a}+\frac{z}{b} = \frac{c}{d}$$

$$z\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) = \frac{c}{d}$$

$$z\left(\frac{b+a}{ab}\right) = \frac{c}{d}$$

$$\therefore\ z = \frac{abc}{bd+ad}$$

ပုံစံတွက် ၄။ $\dfrac{y-p}{q}-\dfrac{y-p}{t}=1$ ညီမျှခြင်းမှ y ကို ရှာပါ။

$$\frac{y-p}{q}-\frac{y-p}{t} = 1$$

$$\frac{t(y-p)}{tq}-\frac{q(y-p)}{qt} = 1$$

$$\frac{ty-pt}{qt}-\frac{qy-pq}{qt} = 1$$

$$\frac{ty-pt-qy+pq}{qt} = 1$$

$$ty-pt-qy+pq = qt$$

$$ty-qy = qt+pt-pq$$

$$y(t-q) = qt+pt-pq$$

$$\therefore\ y = \frac{qt+pt-pq}{t-q}$$

ပုံစံတွက် ၅။ $\dfrac{a}{w}+b-d=c$ ညီမျှခြင်းမှ w ကို ရှာပါ။

$$\frac{a}{w}+b-d = c$$

$$\frac{a}{w}+\frac{bw}{w}-\frac{dw}{w} = c$$

$$\frac{a + bw - dw}{w} = c$$
$$a + bw - dw = cw$$
$$a = cw - bw + dw$$
$$a = w(c - b + d)$$
$$w(c - b + d) = a$$
$$\therefore w = \frac{a}{c - b + d}$$

ပုံစံတွက် ၆။ $a = \dfrac{fe}{d(g + x)}$ ညီမျှခြင်းမှ x ကို ရှာပါ။

$$a = \frac{fe}{d(g + x)}$$
$$ad(g + x) = fe$$
$$adg + adx = fe$$
$$adx = fe - adg$$
$$\therefore x = \frac{fe - adg}{ad}$$

ပုံစံတွက် ၇။ $\dfrac{b + p}{b - q} = \dfrac{b - r}{b + s}$ ညီမျှခြင်းမှ b ကို ရှာပါ။

$$\frac{b + p}{b - q} = \frac{b - r}{b + s}$$
$$(b + p)(b + s) = (b - r)(b - q)$$
$$b^2 + pb + bs + ps = b^2 - rb - bq + rq$$
$$b^2 + bp + bs - b^2 + br + bq = qr - ps$$
$$bp + bs + br + bq = qr - ps$$
$$b(p + s + r + q) = qr - ps$$
$$b(p + q + r + s) = qr - ps$$
$$\therefore b = \frac{qr - ps}{p + q + r + s}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၉.၁

အောက်ပါညီမျှခြင်းတို့မှ x ကို ရှာပါ။

၁။ $7x + 8a = 3b$

၂။ $5cd - 6a = 9x - 3cd$

၃။ $\frac{x}{y} - \frac{x}{z} = \frac{a}{b}$

၄။ $\frac{1}{x} - ab = \frac{c}{d}$

၅။ $\frac{x+a}{b} + \frac{x-a}{c} = 1$

၆။ $\frac{x-g}{f} - \frac{x+f}{h} = 1$

၇။ $gx - h = hx + g$

၈။ $px + 3q^2 = q(2q - x)$

၉။ $y = \frac{z(x+a)}{cd}$

၁၀။ $z = \frac{ab}{x(c-d)}$

၁၁။ $\frac{x-g}{g+f} = \frac{x+f}{g-f}$

၁၂။ $\frac{x+c}{a+b} = \frac{x-d}{a-b}$

၁၃။ $\frac{c}{x+b-c} = \frac{b}{x}$

၁၄။ $\frac{x}{x+p} = \frac{q}{p}$

၉.၂ စာသားများဖြင့်ဖော်ပြသောပုစ္ဆာများဖြေရှင်းခြင်း

ပုံစံတွက် ၁။ ကိန်းတစ်ခုကို p % တိုးသောအခါ q နှင့်ညီမျှ၏။ မူလကိန်းကို ရှာပါ။

မူလကိန်း $=$ a ဖြစ်ပါစေ။

$$a \text{ ၏ } p\,\% = a \times \frac{p}{100} = \frac{pa}{100}$$

p % တိုးပြီးသောအခါရလာမည့်ကိန်း $= a + \frac{pa}{100}$

ပုစ္ဆာအရ
$$a + \frac{pa}{100} = q$$
$$\frac{100a + pa}{100} = q$$
$$\frac{(100+p)a}{100} = q$$
$$a(100+p) = 100q$$
$$a = \frac{100q}{100+p}$$
$$\therefore \text{ မူလကိန်း } = \frac{100q}{100+p}$$

ပုံစံတွက် ၂။ မုန့်ဆိုင်တစ်ဆိုင်သည် တစ်နေ့လျှင် ကိတ်မုန့်အရေအတွက် n ကို ရောင်းချရာ k ကျပ် ရ၏။ ကိတ်မုန့်အချို့မှာ တစ်လုံးလျှင် a ကျပ်တန်ဖြစ်၍ အချို့မှာ b ကျပ်တန်ဖြစ်သော် ထိုမုန့်ဆိုင်တွင် a ကျပ်တန်ကိတ်မုန့်မည်မျှရောင်းရသနည်း။

a ကျပ်တန်ကိတ်မုန့်အရေအတွက် = m ဖြစ်ပါစေ။

b ကျပ်တန်ကိတ်မုန့်အရေအတွက် = $(n-m)$ ဖြစ်၏။

a ကျပ်တန်ကိတ်မုန့် m အရေအတွက်၏တန်ဖိုး = ma ကျပ်

b ကျပ်တန်ကိတ်မုန့် $(n-m)$ အရေအတွက်၏တန်ဖိုး = $(n-m)b$ ကျပ်

စုစုပေါင်းရောင်းရငွေ = $(n-m)b+ma$

ပုစ္ဆာအရ

$$(n-m)b+ma = k$$
$$nb-mb+ma = k$$
$$m(a-b) = k-nb$$
$$m = \frac{k-nb}{a-b}$$

$\therefore$ a ကျပ်တန်ကိတ်မုန့်အရေအတွက် = $\dfrac{k-nb}{a-b}$

ပုံစံတွက် ၃။ ဦးဘသည် နောင်နောင်နှင့် အောင်အောင်တို့အား စုစုပေါင်းငွေ b ကျပ်ကို ဝေပေးရာ အောင်အောင်ရသောငွေသည် နောင်နောင်ရသောငွေ၏ d အဆ ဖြစ်သော် တစ်ဦးလျှင် ငွေမည်မျှရသနည်း။

နောင်နောင်ရသောငွေ = x ကျပ်ဖြစ်ပါစေ။

အောင်အောင်ရသောငွေ = dx ကျပ်ဖြစ်၏။

နှစ်ဦးပေါင်းရငွေ = $dx+x = x(d+1)$ ကျပ် ဖြစ်၏။

ပုစ္ဆာအရ

$$x(d+1) = b$$
$$x = \frac{b}{d+1}$$

$\therefore$ နောင်နောင်ရသောငွေ = $\dfrac{b}{d+1}$ ကျပ်

$\therefore$ အောင်အောင်ရသောငွေ = $d\left(\dfrac{b}{d+1}\right) = \dfrac{bd}{d+1}$ ကျပ်

လေ့ကျင့်ခန်း ၉.၂

၁။ ကိန်းတစ်ခုကို a % လျှော့လိုက်သောအခါ b နှင့်ညီ၏။ မူလကိန်းကို ရှာပါ။

၂။ လူတစ်ယောက်သည် သူ၏သားထက် n နှစ်ပိုကြီး၏။ လွန်ခဲ့သော m နှစ်က သူ၏ အသက်သည် သားအသက်၏ p အဆဖြစ်လျှင် သူတို့၏ ယခုအသက်အသီးသီးကို ရှာပါ။

၃။ မြမြသည် ကျောင်းသို့တစ်နာရီလျှင် g မိုင်နှုန်းဖြင့် စက်ဘီးစီးသွားရလျှင် တစ်နာရီ h မိုင်နှုန်းဖြင့် လမ်းလျှောက်သည်ထက် f မိနစ်စော၍ရောက်နိုင်၏။ ကျောင်းနှင့်အိမ် မိုင်မည်မျှဝေးသနည်း။

၄။ အိမ်ထောင်စုတစ်ခုတွင် သားအဖနှစ်ယောက် အလုပ်လုပ်ကြရာ အဖ၏ဝင်ငွေသည် သားဝင်ငွေ၏ a အဆဖြစ်၍နှစ်ဦးပေါင်းဝင်ငွေသည် b ကျပ်ဖြစ်၏။ သူတို့၏ ဝင်ငွေအသီးသီးကို ရှာပါ။

၅။ ဇာခြင်ထောင်တစ်လုံးချုပ်ရန်အတွက် ဒေါ်လှသည် ဇာ 18 ကိုက်နှင့် ပိတ် 10 ကိုက်ဝယ်ရာ စုစုပေါင်း k ကျပ်ပေးရ၏။ ဇာတစ်ကိုက်၏တန်ဖိုးသည် ပိတ်တစ်ကိုက်၏တန်ဖိုးထက် a ကျပ် ပိုလျှင် ပိတ်တစ်ကိုက်နှင့် ဇာတစ်ကိုက်တို့၏တန်ဖိုးအသီးသီးကို ရှာပါ။

၆။ သင်္ဘောတစ်စင်းသည် ခရီးတစ်ခုကိုသွားရာရေဆန်ဖြစ်၍ တစ်နာရီလျှင် p မိုင်နှုန်းသာသွားနိုင်၏။ အပြန်ရေစုန်ခရီးတွင်မူ တစ်နာရီလျှင် q မိုင်နှုန်း သွားနိုင်သဖြင့် အသွားအပြန်အချိန်နှစ်ရပ်ပေါင်း t နာရီဖြစ်သော် သွားခဲ့သောခရီးမိုင်ပေါင်းကို ရှာပါ။

၇။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံရှိ အခန်းတစ်ခု၏အလျားသည် အနံထက် b ပေပို၏။ ပတ်လည်အနားမှာ p ပေ ဖြစ်လျှင် အလျားနှင့်အနံကို ရှာပါ။

အခန်း ၁၀ ပုံသေနည်းများကိုတည်ဆောက်ခြင်း၊အသုံးပြုခြင်းနှင့် ပဓာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်း

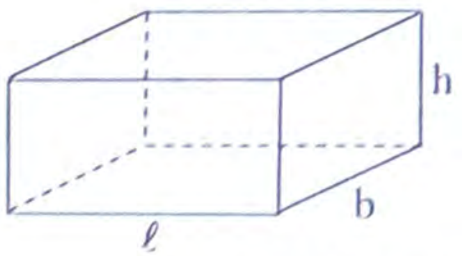
ပုံသေနည်းဆိုသည်မှာ တိကျသောအဓိပ္ပာယ်သတ်မှတ်ချက်ရှိသည့် အက္ခရာများဖြင့် တည်ဆောက်ထားသော ညီမျှခြင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့် ယေဘုယျပြဖော်ပြထားသော ဥပဒေသတစ်ခု ဖြစ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် $A = \frac{1}{2}bh$ သည် တြိဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာကိုရှာသော ပုံသေနည်းဖြစ်သည်။ A သည် တြိဂံ၏ဧရိယာ၊ b သည် အနားတစ်ဖက်အလျား၊ h သည် ထိုအနားပေါ်သို့ဆွဲသော အမြင့်မျဉ်း၏အလျားဟူသောအဓိပ္ပာယ်ရှိသည်။ လက်ဝဲဘက်တွင်ရှိသောအက္ခရာသည် ပုံသေနည်း၏ အဓိကအက္ခရာဖြစ်သည်။

အက္ခရာသင်္ချာဘာသာရပ်တွင် ပုံသေနည်းများတည်ဆောက်ခြင်းနှင့် ယင်းတို့ကိုအသုံးပြု၍ အကြောင်းအရာ အချက်အလက်များကို ရှာဖွေတွက်ချက်ခြင်းသည် လူမှုရေး၊ စီးပွားရေး နယ်ပယ်တွင်သာမက အခြားသော သိပ္ပံပညာရပ်များတွင်လည်း အရေးပါသော အခန်းကဏ္ဍမှ ပါဝင်နေသည်။ ဤသင်ခန်းစာ၏ အဓိကရည်ရွယ်ချက်မှာ ပုံသေနည်းများကို စနစ်တကျ တည်ဆောက်တတ်ရန်နှင့် အသုံးပြုတတ်စေရန်ဖြစ်သည်။

၁၀.၁ ပုံသေနည်းတည်ဆောက်ခြင်းနှင့်အသုံးပြုခြင်း

ဉာဏ်စမ်းပုစ္ဆာများဖြေရှင်းရာတွင် သက်ဆိုင်ရာပုံသေနည်းများကိုတည်ဆောက်အသုံးပြုခြင်းဖြင့် ပုစ္ဆာပါရှာလိုသောအချက်များကို အလွယ်တကူရရှိနိုင်သည်။ ပုံသေနည်းတည်ဆောက်ခြင်းနှင့် အသုံးပြုခြင်းတို့ကို ဥပမာများအသုံးပြု၍လေ့လာကြမည်။

ဥပမာ ၁။ အလျား ℓ ၊ အနံ b နှင့် အမြင့် h ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခု၏ ထုထည် V ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို တည်ဆောက်မည်ဆိုပါစို့။



ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျား $= \ell$
ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အနံ $= b$
ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အမြင့် $= h$ ဖြစ်၍

ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည် V ရှာရန် ပုံသေနည်းမှာ
ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့် အရ
$V = \ell b h$ ဖြစ်သည်။

ဤဥပမာသည် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည်ရှာသည့်ပုံသေနည်းကို တည်ဆောက်ခြင်းဖြစ်ပြီး ယင်းပုံသေနည်းမှ ℓ, b နှင့် h တို့၏ တန်ဖိုးများကိုသိလျှင် ထိုပုံသေနည်းကို အသုံးပြု၍ V ကိုရှာနိုင်မည်။

ဥပမာအားဖြင့် $\ell = 5$ cm၊ $b = 4$ cm နှင့် $h = 3$ cm ဖြစ်လျှင် ထုထည် V cm^3 ကို အောက်ပါအတိုင်းရှာနိုင်သည်။

$$V = \ell b h \text{ အရ}$$
$$V = 5 \times 4 \times 3$$
$$\therefore V = 60 \text{ cm}^3$$

ဥပမာ ၂။ တစ်နာရီလျှင် x မိုင်နှုန်းဖြင့်သွားနေသော ကားတစ်စီး၏ y နာရီအကြာတွင် ရောက်ရှိမည့် ခရီးအကွာအဝေး z မိုင်ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကိုရှာမည်ဆိုပါစို့။

တစ်နာရီသွားနှုန်း = x မိုင်

ကြာချိန် = y နာရီ

ရောက်ရှိမည့် ခရီးအကွာအဝေး = z မိုင်

ဤဥပမာတွင် သွားနှုန်းနှင့် ကြာချိန်ကိုပေးထားသည်။ ရောက်ရှိမည့်ခရီးအကွာအဝေးကိုဖော်ပြမည့် ပုံသေနည်းကိုရှာရန်ဖြစ်သည်။ သွားနှုန်းဆိုသည်မှာ စုစုပေါင်းခရီးအကွာအဝေးကို ကြာမြင့်သောအချိန်ဖြင့် စားထားသည့်တန်ဖိုးဖြစ်သည်။ ထို့ကြောင့် ကြာချိန်တစ်ခုတွင် ရောက်ရှိမည့်ခရီးအကွာအဝေးသည် တစ်နာရီသွားနှုန်းနှင့် ကြာချိန်တို့၏ မြှောက်ခြင်းနှင့် ညီသည်။

ရောက်ရှိမည့်ခရီးအကွာအဝေး = တစ်နာရီသွားနှုန်း × ကြာချိန် ဖြစ်သည်။

$$\therefore z = x y$$

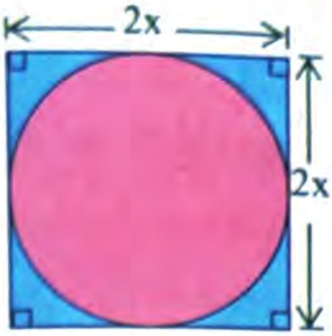
ဟူသော ခရီးအကွာအဝေးကို ရှာသည့် ပုံသေနည်းကို ရရှိသည်။

ထိုပုံသေနည်းသုံး၍ တစ်နာရီလျှင် 25 မိုင်နှုန်းဖြင့်သွားနေသော ကားတစ်စီး၏ 4 နာရီအကြာတွင် ရောက်ရှိမည့်အကွာအဝေးကို ရှာမည်ဆိုပါစို့။ ထိုအခါ $x = 25$ နှင့် $y = 4$ ကို $z = xy$ တွင်အစားသွင်းသော်

$$z = 25 \times 4$$
$$= 100 \text{ မိုင်}$$

ထို့ကြောင့် 4 နာရီအကြာတွင် ကားရောက်ရှိနေမည့်အကွာအဝေးသည် မူလနေရာမှ မိုင် 100 အကွာတွင်ရောက်ရှိနေမည်ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၃။ အနားတစ်ဖက်လျှင် 2x ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ အတွင်းတွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုကို ပုံပါအတိုင်းဆွဲထားသည်။ ပေးထားသောပုံမှ အပြာရောင်ခြယ်ထားသောဧရိယာကိုရှာရန်အတွက် ပုံသေနည်းရေးမည် ဆိုပါစို့။ ဦးစွာ စတုရန်း၏ဧရိယာကိုရှာပြီး ယင်းဧရိယာမှ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာကိုဖယ်ထုတ်လိုက်လျှင် လိုအပ်သည့် အပြာရောင်ခြယ်ထားသော ဧရိယာကို ရရှိမည်။



$$
\begin{aligned}
\text{စတုရန်း၏အနားတစ်ဖက်} &= 2x \quad \text{ဖြစ်၍} \\
\text{စက်ဝိုင်း၏အချင်း} &= 2x \quad \text{ဖြစ်သည်။} \\
\therefore \text{ စက်ဝိုင်း၏ အချင်းဝက်} &= x \\
\therefore \text{ စက်ဝိုင်း၏ ဧရိယာ} &= \pi x^2 \\
\text{စတုရန်း၏ ဧရိယာ} &= \text{အနား} \times \text{အနား} = 2x \times 2x = 4x^2 \\
\text{အပြာရောင်ခြယ်ထားသော ဧရိယာ} &= \text{စတုရန်း၏ဧရိယာ} - \text{စက်ဝိုင်း၏ဧရိယာ} \\
&= 4x^2 - \pi x^2 \\
&= (4-\pi)\, x^2
\end{aligned}
$$

အပြာရောင်ခြယ်ထားသော ဧရိယာ = A ဖြစ်လျှင် အရောင်ခြယ်ထားသောဧရိယာကိုရှာမည့် ပုံသေနည်းမှာ $A = (4-\pi)\, x^2$ ဖြစ်သည်။

ဖော်ပြပါဥပမာများကို လေ့လာကြည့်ခြင်းဖြင့် ပုံသေနည်းများကိုတည်ဆောက်အသုံးပြုခြင်းသည် လက်တွေ့ပြဿနာများကိုဖြေရှင်းနိုင်ရန်အတွက် အရေးပါသည်ကိုတွေ့ရမည်။

ပုံစံတွက်။ လိမ္မော်သီး d ဒါဇင်ကို ငွေ k ကျပ်ပေးရပြီး သယ်ယူစရိတ်အတွက် s ကျပ်ကုန်ကျ၏။ လိမ္မော်သီးတစ်လုံး၏ ကျသင့်ငွေ T ကျပ်ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကိုရေးပါ။

$$
\begin{aligned}
\text{လိမ္မော်သီး } d \text{ ဒါဇင်} &= d \times 12 = 12d \text{ လုံး} \\
\text{လိမ္မော်သီး } 12d \text{ လုံးအတွက် ကျသင့်ငွေ} &= k \text{ ကျပ်} \\
\text{လိမ္မော်သီး } 12d \text{ လုံးအတွက် သယ်ယူစရိတ်} &= s \text{ ကျပ်} \\
\text{စုစုပေါင်းကျသင့်ငွေ} &= (k+s) \text{ ကျပ်} \\
\text{ထို့ကြောင့် လိမ္မော်သီးတစ်လုံး၏ ကျသင့်ငွေ} &= \frac{k+s}{12d} \text{ ကျပ်}
\end{aligned}
$$

ပုစ္ဆာအရ

$$T = \frac{k+s}{12d} \quad \text{ဖြစ်သည်။}$$

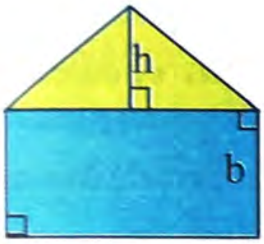
လေ့ကျင့်ခန်း ၁၀.၁

၁။ အဖုံးပါသေတ္တာတစ်လုံး၏ အလျားသည် 2a cm၊ အနံသည် a cm နှင့် အမြင့်သည် b cm ဖြစ်သည်။ သေတ္တာ၏ထုထည် V နှင့် မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်း ဧရိယာ A ကိုရှာရန် ပုံသေနည်း ရေးပါ။

၂။ လယ်ထွန်စက်တစ်စီးသည် 2 နာရီတွင် လယ်မြေ m ဧက ကို ထွန်နိုင်ပြီး အခြားလယ်ထွန်စက်တစ်စီးသည် 3 နာရီတွင် လယ်မြေ n ဧက ကိုထွန်နိုင်သည်။ ထိုလယ်ထွန်စက်နှစ်စီးပေါင်း၏ 1 နာရီလျှင် ထွန်နိုင်မည့်ပျမ်းမျှလယ် P ဧက ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

၃။ သင်္ချာအစားပုစ္ဆာတစ်ပုဒ်တွင် စားကိန်း d၊ စားလဒ် q နှင့် အကြွင်း r ဖြစ်သော တည်ကိန်း D ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

၄။ လျှပ်စစ်မီတာ g ယူနစ်၏ကျသင့်ငွေမှာ h ကျပ် ဖြစ်လျှင် လျှပ်စစ်မီတာ k ယူနစ်၏ ကျသင့်ငွေ t ကျပ်ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

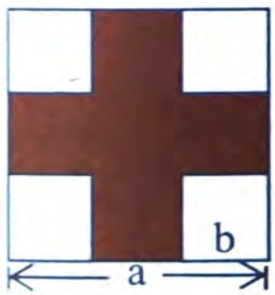
၅။ 

ဖော်ပြပါပုံမှ ဆေးခြယ်ထားသော ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် တြိဂံတို့၏ ဧရိယာနှစ်ခုပေါင်းသည် A ဖြစ်လျှင်

(က) ဧရိယာ A ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

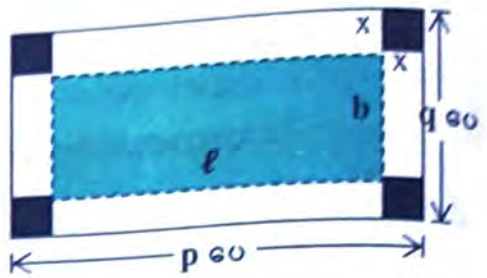
(ခ) $\ell = 8$ cm၊ $b = 6$ cm နှင့် $h = 3$ cm ဖြစ်လျှင် A ကိုရှာပါ။

၆။ ပေးထားသောပုံ၏ ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။ အစိမ်းရောင်ခြယ်ထားသောပုံတစ်ခုစီသည် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ လေးပုံတစ်ပုံဖြစ်သည်။

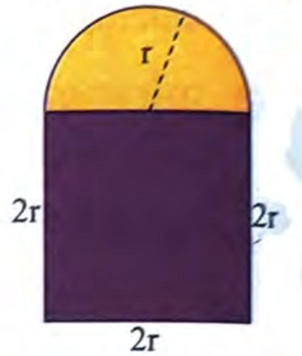
၇။ 

အနားတစ်ဖက်လျှင် a ပေ ရှိသော စတုရန်းပုံမြေကွက်ထောင့်စွန်းအသီးသီးမှအနားတစ်ဖက်လျှင် b ပေ ရှိသောစတုရန်းပုံကွက်လပ်များချန်၍လမ်းခင်းလိုသော် ခင်းရမည့်လမ်း၏ စုစုပေါင်းဧရိယာ A စတုရန်းပေကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

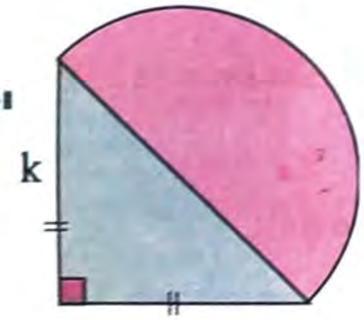
၈။ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း အလျား p ပေ၊ အနံ q ပေ ရှိသောထောင့်မှန်စတုဂံပုံ သံပြားတစ်ချပ် ထောင့်စွန်းများတွင်အနားတစ်ဖက်လျှင် x ပေရှိသော စတုရန်းကွက်ငယ်လေးများ ဖြတ်ထုတ်ပြီး အဖုံးမပါသောသေတ္တာတစ်လုံးပြုလုပ်သော် ထိုသေတ္တာအခြေ၏အလျား ℓ ပေကိုရှာရန် ပုံသေနည်း၊ အနံ b ပေ ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းနှင့်သေတ္တာ၏ထုထည် V ကုဗပေကိုရှာရန် ပုံသေနည်းတို့ကိုရေးပါ။



၉။ ပေးထားသော ပုံ၏ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။



၁၀။ ပေးထားသောပုံသည် နှစ်နားညီထောင့်မှန်တြိဂံ၏ထောင့်မှန်ခံအနားတွင် စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုကို ဆွဲထား၏။ စုစုပေါင်းဧရိယာ A ကို k နှင့် π တို့ဖြင့်ပြပါ။



၁၁။ လူတစ်ယောက်သည် A မှ B သို့ တစ်နာရီ r မိုင်နှုန်းဖြင့် လမ်းလျှောက်သွားရာ t နာရီကြာသော် A နှင့် B အကွာအဝေးမိုင်ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(က) $r = 5$၊ $t = 3$ ဖြစ်ပါက A နှင့် B အကွာအဝေးမိုင်ကိုရှာပါ။

(ခ) $r = 4$ ဖြစ်၍ A နှင့် B သည် 20 မိုင်ဝေးပါက မည်မျှကြာအောင် လျှောက်ရမည်နည်း။

၁၂။ လူတစ်ယောက် A မှ B သို့ တစ်နာရီ r မိုင်နှုန်းဖြင့် လမ်းလျှောက်သွားရာ t နာရီကြာ၏။ တစ်ဖန် B မှ C သို့ s မိုင်နှုန်းဖြင့် စက်ဘီးစီးသွားရာ n နာရီကြာ၏။ A မှ C သို့ ခရီးအကွာအဝေးမိုင်ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(က) $r = 5$၊ $t = 4$၊ $s = 10$၊ $n = 2$ ဖြစ်လျှင် A နှင့် C အကွာအဝေးမိုင်ကို ရှာပါ။

(ခ) အကယ်၍ A မှ C သို့ရောက်ရန် 10 နာရီကြာပြီး စက်ဘီးစီးသွားသောနှုန်းမှာ တစ်နာရီ 15 မိုင်ဖြစ်ပြီး လမ်းလျှောက်သောနှုန်းမှာ တစ်နာရီ 3 မိုင်ဖြစ်၏။ လမ်းလျှောက်သောအချိန်မှာ 6 နာရီကြာလျှင် A မှ C အကွာအဝေးမိုင်ကိုရှာပါ။

၁၀.၂ ပစာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်း (Change of Variable)

$V = \ell b h$ ဟူသော ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခု၏ ထုထည်ကိုရှာသော ပုံသေနည်းတွင် V သည် ထုထည်၊ ℓ သည် အလျား၊ b သည် အနံ၊ h သည် အမြင့် ဖြစ်သည်။ အလျား၊ အနံနှင့် အမြင့်တို့ကိုသိလျှင် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏ ထုထည်ကိုရှာဖွေနိုင်မည်။ ထို့ကြောင့် ထုထည်နှင့် အလျား၊ အနံ၊ အမြင့်တို့သည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခု ဆက်သွယ်လျက် ရှိသည်။ ဤဆက်သွယ်ချက် $V = \ell b h$ သည် ထုထည် V ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းဖြစ်၍ ညီမျှခြင်း၏ လက်ဝဲဘက်ရှိ V ကို ထိုပုံသေနည်း၏ ပစာနကိန်း ဟုခေါ်သည်။

$$V = \ell b h \text{ မှ}$$

$$\ell b h = V$$

$$\ell = \frac{V}{b h}$$

ထို့ကြောင့် အလျား ℓ ကိုရှာသည့်ပုံသေနည်းအသစ်ကိုရရှိသည်။ ထိုအခါ ℓ သည် ပစာနကိန်း ဖြစ်လာသည်။ ဤကဲ့သို့ ပုံသေနည်းတစ်ခုကိုလိုအပ်သလို ပြုပြင်ပြောင်းလဲပြီး ပုံသေနည်းပါအက္ခရာတစ်ခုအား ကျန်အက္ခရာများဖြင့်ဖော်ပြခြင်းကို ပစာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်းဟုခေါ်သည်။ ပစာနကိန်းပြောင်းလဲခြင်းဖြင့် မိမိရှာဖွေလိုသောအကြောင်းအရာကို တိုက်ရိုက်ရှာဖွေလာနိုင်မည်။

ပုံစံတွက်။ $A = \frac{1}{2}(a+b)h$ ပုံသေနည်းကို ပစာနကိန်း h ဖြစ်သော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။ ထိုမှတစ်ဆင့် $A = 64, a = 7, b = 9$ ဖြစ်လျှင် h ကိုရှာပါ။

$$A = \frac{1}{2}(a+b)h$$

$$2A = (a+b)h$$

$$\therefore h = \frac{2A}{a+b}$$

$A = 64, a = 7, b = 9$ ကို $h = \frac{2A}{a+b}$ တွင် အစားသွင်းသော်

$$h = \frac{2 \times 64}{16}$$

$$\therefore h = 8$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၁၀.၂

၁။ $A = \frac{1}{2}(a-b)$ ပုံသေနည်းမှ a ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။

၂။ $A = b(b+a)$ ပုံသေနည်းမှ a ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။

၃။ $d = \frac{180(n-2)}{n}$ ပုံသေနည်းမှ n ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။

၄။ $V = \pi r^2 h$ ပုံသေနည်းမှ r ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။

၅။ $A = 2a(\ell + b + 2a)$ ပုံသေနည်းမှ b ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းနှင့် ℓ ကိုရှာရန် ပုံသေနည်း ရေးပါ။

၆။ တြိဂံတစ်ခု၏ဧရိယာ A ကိုရှာရန် ၎င်း၏အမြင့် h နှင့် အခြေအနား b တို့ဖြင့် ဖော်ပြသော ပုံသေနည်းမှာ $A = \frac{1}{2}bh$ ဖြစ်သည်။ ဤပုံသေနည်းမှ h ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းနှင့် b ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

၇။ $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ ပုံသေနည်းကို ပဓာနကိန်း y ဖြစ်သောပုံသေနည်းနှင့် ပဓာန ကိန်း x ဖြစ်သော ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းလဲဖော်ပြပါ။

၈။ $\ell = a + (n-1)d$ ပုံသေနည်းမှ ပဓာနကိန်း d ဖြစ်သောပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။
$\ell = 200$, $a = 50$ နှင့် $n = 26$ ဖြစ်လျှင် d ကိုရှာပါ။

၉။ $s = u + ft$ ပုံသေနည်းကို ပဓာနကိန်း f ဖြစ်သောပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းပါ။
$s = 80$, $u = 16$ နှင့် $t = 8$ ဖြစ်လျှင် f ကိုရှာပါ။

၁၀။ $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ပုံသေနည်းကို ပဓာနကိန်း v ဖြစ်သောပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။ $u = 4.2$ နှင့် $f = 3.5$ ဖြစ်လျှင် v ကိုရှာပါ။

၁၁။ $\frac{a^2 - b^2}{c^2 - b^2} = \frac{p}{q}$ ပုံသေနည်းကို ပဓာနကိန်း q ဖြစ်သော ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။
$a = 2$, $b = 3$, $c = 4$, $p = 5$ ဖြစ်လျှင် q ကိုရှာပါ။

၁၂။ အပူချိန်တိုင်းရာတွင် ဒီဂရီဖာရင်ဟိုက် F နှင့် ဒီဂရီစင်တီဂရိတ် C နှစ်ခုကိုအသုံးပြုသည်။ ဒီဂရီဖာရင်ဟိုက် F မှ ဒီဂရီစင်တီဂရိတ် C ကိုပြောင်းရန်ပုံသေနည်းမှာ $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ ဖြစ်သည်။

(က) ဒီဂရီစင်တီဂရိတ် C မှ ဒီဂရီဖာရင်ဟိုက် F သို့ပြောင်းရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(ခ) $F = 124$ ဖြစ်လျှင် C မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

(ဂ) $C = 72$ ဖြစ်လျှင် F မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

၁၃။ $H = \dfrac{V^2 t}{RJ}$ ပုံသေနည်းမှ R ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းသို့ ပြောင်းလဲပါ။ ထို့နောက် $H = 3$, $V = 9$, $J = 2$ နှင့် $t = 4$ ဖြစ်လျှင် R ကိုရှာပါ။

၁၄။ ထောင့်မှန်တြိဂံတစ်ခုတွင် ထောင့်မှန်ခံအနား a၊ ကျန်အနားနှစ်ဖက် b နှင့် c အသီးသီးရှိလျှင် ထောင့်မှန်ခံအနား a ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းကိုရေးပါ။ ထို့နောက် ပုံသေနည်းကို ပဓာနကိန်း c ဖြစ်သော ပုံသေနည်းသို့ပြောင်းပါ။ $a = 10$, $b = 8$ ဖြစ်လျှင် c ကိုရှာပါ။

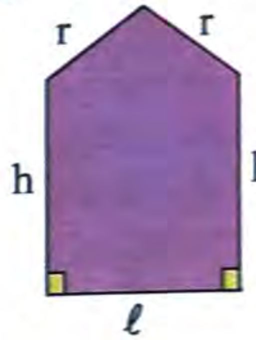
၁၅။ အနားအရေအတွက် n ရှိသော ဗဟုဂံတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်များပေါင်းလျှင် ထောင့်မှန် r ခုနှင့် ညီမျှသော် r ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းမှာ $r = 2n - 4$ ဖြစ်သည်။

(က) n ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(ခ) $n = 10$ ဖြစ်လျှင် r မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

(ဂ) $r = 20$ ဖြစ်လျှင် n မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

၁၆။ ပုံတွင်ပြထားသော ဗဟုဂံပုံ၏ ပတ်လည်အနား p ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

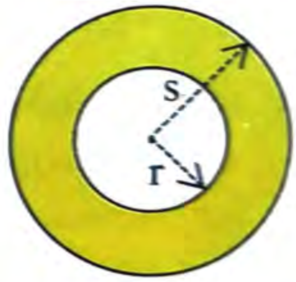


(က) $r = 35$, $h = 15$ နှင့် $\ell = 12$ ဖြစ်လျှင် p ကိုရှာပါ။

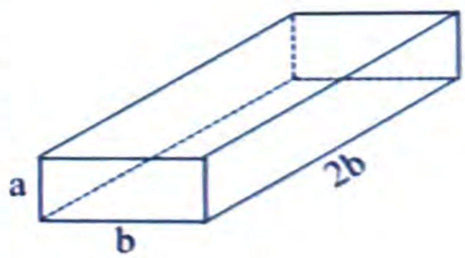
(ခ) $p = 64$, $r = 12$ နှင့် $h = 10$ ဖြစ်လျှင် ℓ ကိုရှာပါ။

(ဂ) $p = 36$, $h = 5$ နှင့် $\ell = 12$ ဖြစ်လျှင် r ကိုရှာပါ။

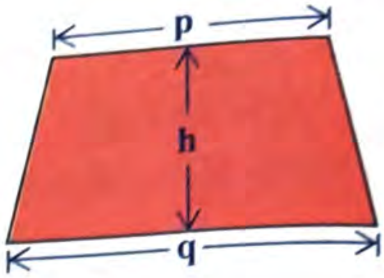
၁၇။ ပုံတွင် အပြင်စက်ဝိုင်း၏အချင်းဝက် s နှင့် အတွင်းစက်ဝိုင်း၏အချင်းဝက် r ကိုပြထားသည်။ ပုံရိပ်ပြထားသော အပိုင်း၏ ဧရိယာ A ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။ ထိုပုံသေနည်းမှ s ကို ရှာရန်ပုံသေနည်းနှင့် r ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းများ ရေးပါ။



၁၈။ ပုံတွင်ပြထားသောထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၏အနားစုစုပေါင်း အရှည် S ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကိုရေးပါ။ ထိုပုံသေနည်းမှ a ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းနှင့် b ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ရေးပါ။ $a = 15$, $b = 20$ ဖြစ်လျှင် အနားအားလုံးပေါင်း အရှည် မည်မျှရှိမည်နည်း။



၁၉။ ပေးထားသောပုံမှာ တြာပီဇီယမ်ပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ပြိုင်လျက်ရှိသောအနားများသည် p စင်တီမီတာနှင့် q စင်တီမီတာ အသီးသီးဖြစ်ကြပြီး ထိုအနားနှစ်ခု၏အကွာအဝေးသည် h စင်တီမီတာဖြစ်လျှင် ယင်းတြာပီဇီယမ်၏ဧရိယာ A စတုရန်းစင်တီမီတာကို ရှာရန် ပုံသေနည်းမှာ



$A = \dfrac{h(p+q)}{2}$ ဖြစ်သည်။

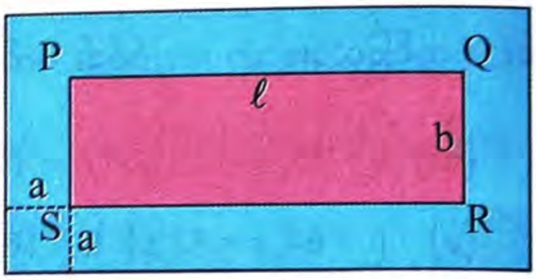
(က) ယင်းပုံသေနည်းမှ p ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းနှင့် h ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းရေးပါ။

(ခ) $p = 3, q = 5.5, h = 2$ ဖြစ်လျှင် A ကိုရှာပါ။

(ဂ) $p = 1.5, q = 2.5, A = 2$ ဖြစ်လျှင် h ကိုရှာပါ။

(ဃ) $A = 5, h = 2, q = 3$ ဖြစ်လျှင် p ကိုရှာပါ။

၂၀။ PQRS သည် အလျား ℓ မီတာ၊ အနံ b မီတာ ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံကစားကွင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ ယင်းကစားကွင်း၏ ပြင်ပပတ်လည်အကျယ် a မီတာ ရှိသောနေရာကိုချန်၍ ဝင်းကာထားလျှင် ကစားကွင်းနှင့်ဝင်းခြံ အကြားရှိနေရာ၏ဧရိယာ A စတုရန်းမီတာကို ရှာရန် ပုံသေနည်း ရေးပါ။



ထိုပုံသေနည်းမှ ℓ ကိုရှာသောပုံသေနည်းနှင့် b ကိုရှာသော ပုံသေနည်းကိုရေးပါ။

$\ell = 150, b = 120, a = 10$ ဖြစ်လျှင် A ကိုရှာပါ။

၂၁။ ဆန့်ထွက်တတ်သော သားရေကြိုးတစ်ခု၏ မူလအလျားသည် ℓ မီတာ ဖြစ်သည်။ ထိုသားရေကြိုးတွင် အလေးချိန် 1 ပေါင် ဆွဲလျှင် s မီတာ ပို၍ရှည်လာသည်။

(က) အလေးချိန် w ပေါင် ဆွဲသောအခါ ဖြစ်ပေါ်လာမည့် ကြိုးအလျား x မီတာကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(ခ) ထိုပုံသေနည်းမှ s ကိုရှာရန် ပုံသေနည်းရေးပါ။

(ဂ) $\ell = 2, s = 13, w = 5$ ဖြစ်လျှင် x ကိုရှာပါ။

(ဃ) $x = 1.2, \ell = 1, w = 5$ ဖြစ်လျှင် s ကိုရှာပါ။

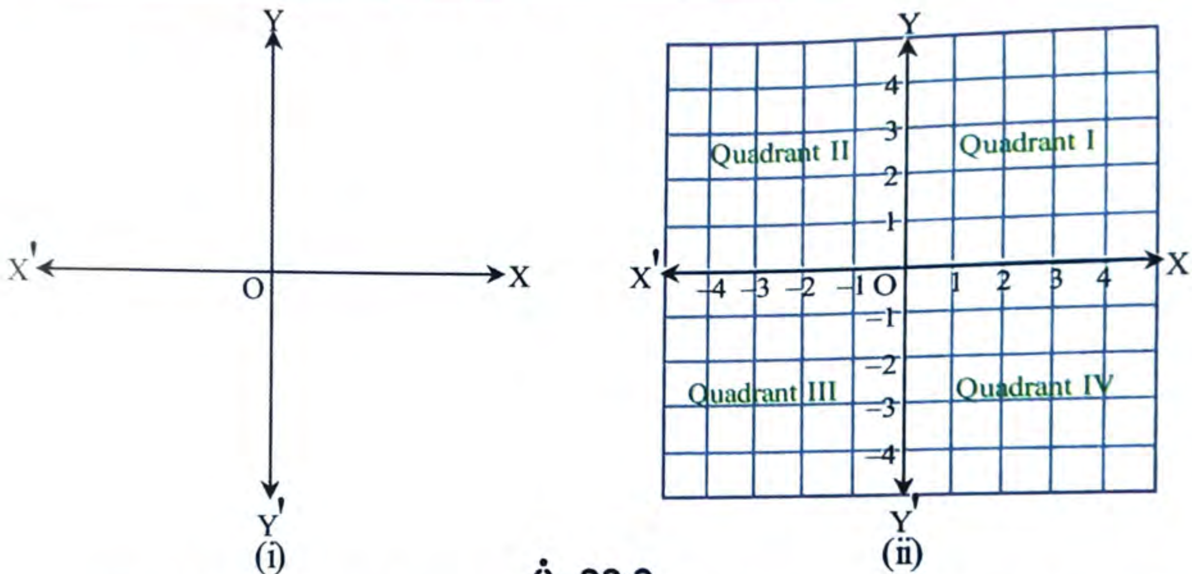
၂၂။ တစ်ပေါင်လျှင် k ကျပ်တန်သော ဓာတ်မြေဩဇာ n ပေါင်နှင့် တစ်ပေါင်လျှင် ℓ ကျပ် တန်သောဓာတ်မြေဩဇာ m ပေါင် ရောပြီးလျှင် ရောပြီးဓာတ်မြေဩဇာတစ်ပေါင်၏ ပျမ်းမျှတန်ဖိုး p ကျပ်ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းရေးပါ။ ထိုပုံသေနည်းမှ k ကိုရှာရန်ပုံသေနည်းနှင့် ℓ ကို ရှာရန် ပုံသေနည်းကိုရေးပါ။

အခန်း ၁၁
ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင်အမှတ်များနေရာချထားခြင်း

ကိန်းမျဉ်းပေါ်တွင်အမှတ်တစ်ခုမှဝဲဘက်သို့လည်းကောင်း၊ ယာဘက်သို့လည်းကောင်း တိုင်းတာနည်းကို ယခင်က လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု အမှတ်တစ်ခုမှ ဝဲဘက်၊ ယာဘက်သို့ သာမက အထက်ဘက်သို့လည်းကောင်း၊ အောက်ဘက်သို့လည်းကောင်း တိုင်းတာနိုင်သည့် ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်ဟုခေါ်သော စနစ်တစ်ခုကို တည်ဆောက်ပြီးလေ့လာမည်။

ဤသင်ခန်းစာတွင် ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်ကိုအသုံးပြုပြီး ပြင်ညီပေါ်ရှိအမှတ်များကို နေရာချထားနည်း နှင့် အမှတ်နှစ်ခုကြားရှိ အကွာအဝေး ရှာနည်းတို့ကို ပါဖော်ပြမည်။

၁၁.၁ ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီ



ပုံ ၁၁.၁

ပြင်ညီတစ်ခုပေါ်တွင် တစ်ခုကိုတစ်ခုထောင့်မတ်ကျပြီး အမှတ် O ၌အချင်းချင်းဖြတ်သော $X'OX$ နှင့် $Y'OY$ ကိန်းမျဉ်းနှစ်ကြောင်းကိုဆွဲပါ။ ကိန်းမျဉ်း $X'OX$ ကို ရေညီအတိုင်းဆွဲပြီး ကိန်းမျဉ်း $Y'OY$ ကို မတ်ရပ်အတိုင်းဆွဲမည်။ ရေညီမျဉ်း $X'OX$ ကို **X–ဝင်ရိုး** (X-axis)၊ မတ်ရပ်မျဉ်း $Y'OY$ ကို **Y–ဝင်ရိုး** (Y-axis) ဟုခေါ်မည်။ ဝင်ရိုးနှစ်ခု ထောင့်မတ်ကျ တွေ့ဆုံသောအမှတ်ကို **မူလမှတ်** (origin) ဟု ခေါ်ပြီး O ဖြင့် သင်္ကေတပြသည်။ ပုံ ၁၁. ၁(i) ကိုကြည့်ပါ။

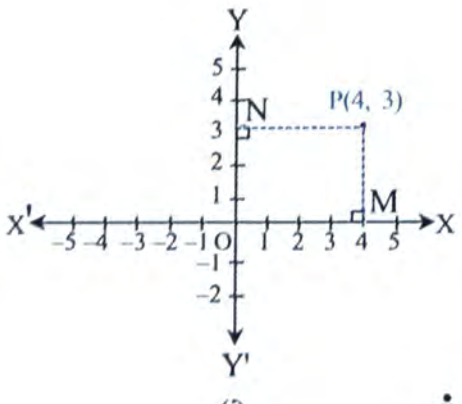
X-ဝင်ရိုးပေါ်တွင် မူလမှတ်၏လက်ယာဘက်ရှိကိန်းများသည် အပေါင်းကိန်းများ၊ မူလမှတ်၏လက်ဝဲဘက်ရှိကိန်းများသည် အနုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုသည်။ Y-ဝင်ရိုးပေါ်တွင် မူလမှတ်၏ အထက်ဘက်ရှိကိန်းများသည် အပေါင်းကိန်းများ၊ မူလမှတ်၏ အောက်ဘက်ရှိကိန်းများ သည် အနုတ်ကိန်းများကို ကိုယ်စားပြုသည်။ ထောင့်မတ်ကျနေသောဝင်ရိုးနှစ်ခုဖြင့် ဖွဲ့စည်းထား

သောပြင်ညီကို **ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီ** (rectangular coordinate plane) ဟုခေါ်သည်။ ထောင့်မတ်ကျနေသော ဝင်ရိုးနှစ်ခုဖြင့် ဖွဲ့စည်းထားသော ဤစနစ်ကို **ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်** (rectangular coordinate system) သို့မဟုတ် **ကာတီစီယမ်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်** (Cartesian coordinate system) ဟုခေါ်သည်။ ဝင်ရိုးနှစ်ခုကိုမူ **ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုး**(coordinate axis)များ ဟုခေါ်သည်။

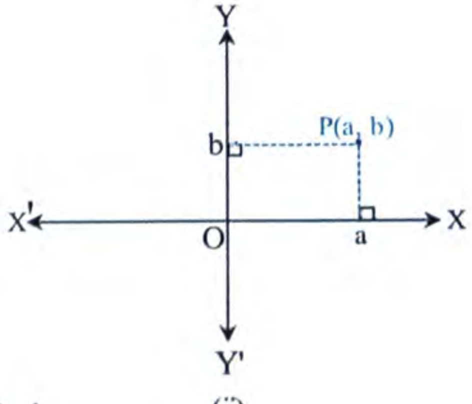
ကိုဩဒိနိတ်ဝင်ရိုးနှစ်ခုသည် ပြင်ညီကို လေးပိုင်းပိုင်းထားကြောင်း တွေ့ရသည်။ တစ်ပိုင်းစီကို **လေးပိုင်းစိတ်** (quadrant)ဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၁၁. ၁(ii) တွင် ရောမဂဏန်း I, II, III, IV တို့ဖြင့်ပြထားသောအပိုင်းများကို အစဉ်လိုက် **ပထမလေးပိုင်းစိတ်** (first quadrant)၊ **ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်** (second quadrant)၊ **တတိယလေးပိုင်းစိတ်** (third quadrant)၊ **စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်** (fourth quadrant) ဟု အသီးသီး ခေါ်ဆိုသည်။

၁၁.၂ အမှတ်တစ်ခု၏တည်နေရာကိုဖော်ပြခြင်း

P သည် ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ P ၏တည်နေရာကိုသိရှိရန် P မှ X-ဝင်ရိုးပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်း PM ကိုဆွဲပါ။ M သည် X-ဝင်ရိုးပေါ်တွင် 4 ကို ကိုယ်စားပြုသည်ဆိုပါစို့။ ထို့အတူ P မှ Y-ဝင်ရိုးပေါ်သို့မျဉ်းမတ် PN ကိုဆွဲပါ။ N သည် Y-ဝင်ရိုးပေါ်တွင် 3 ကို ကိုယ်စားပြုသည် ဆိုပါစို့။ ပုံ ၁၁. ၂(i) ကို ကြည့်ပါ။ 4 ကိုအမှတ် P ၏ **x-ကိုဩဒိနိတ်** (x-coordinate) သို့မဟုတ် **အက်ဘစစ္စာ** (abscissa) ဟုလည်းကောင်း၊ 3 ကို အမှတ် P ၏ **y-ကိုဩဒိနိတ်** (y-coordinate) သို့မဟုတ် **ဩဒိနိတ်** (ordinate) ဟုလည်းကောင်း ခေါ်သည်။ ထို့ကြောင့် P မှ X-ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသော မျဉ်းမတ်၏အခြေမှတ်ကိုကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် P ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်၊ P မှ Y-ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသော မျဉ်းမတ်၏အခြေမှတ်ကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် P ၏ y-ကိုဩဒိနိတ်ဖြစ်၏။ ထိုကိန်းနှစ်ခုကို အမှတ် P ၏ **ကိုဩဒိနိတ်များ** (coordinates)ဟု ခေါ်သည်။



(i)



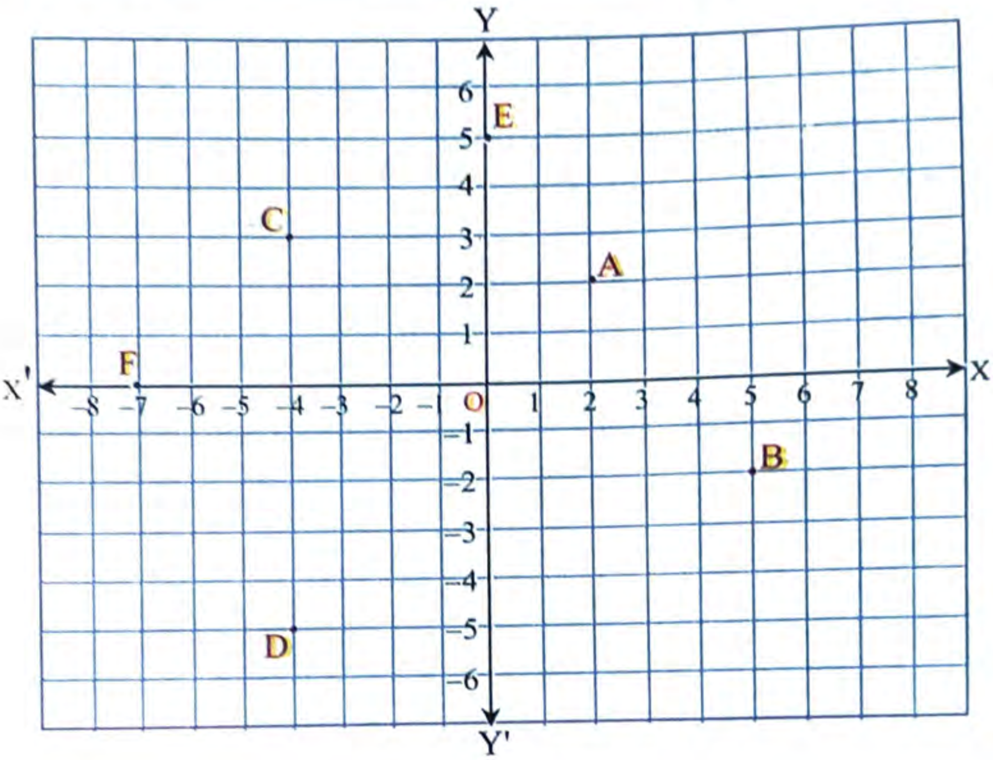
(ii)

ပုံ ၁၁.၂

အမှတ်တစ်ခု၏ကိုဩဒိနိတ်များကို သင်္ကေတအားဖြင့် ကိန်းစုံတွဲတစ်ခုဖြင့် ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။ x-ကိုဩဒိနိတ်ကို ကိန်းတွဲ၏ပထမနေရာ၌လည်းကောင်း၊ y- ကိုဩဒိနိတ်ကို ကိန်းတွဲ၏ ဒုတိယနေရာ၌လည်းကောင်း ထားပြီး (,) ကိန်းတွဲပုံစံဖြင့်ရေးသည်။ ထို့ကြောင့် အမှတ် P ၏ ကိုဩဒိနိတ်များကို (4, 3) ဟုလည်းကောင်း၊ P(4, 3) ဟုလည်းကောင်း ရေးလေ့ရှိသည်။

မူလမှတ်၏ x-ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ်တို့နှစ်ခုစလုံး သုညဖြစ်၍ မူလမှတ် O ၏ ကိုဩဒိနိတ်များမှာ (0, 0) ဖြစ်သည်။ ယေဘုယျအားဖြင့် ကိန်းတွဲ (a, b) တိုင်းသည် အမှတ်တစ်ခုကို ကိုယ်စားပြုပြီး၊ အမှတ်တိုင်းကိုလည်း ကိန်းတွဲ (a, b) ဖြင့်ဖော်ပြနိုင်သည်။ (ပုံ ၁၁.၂ (ii) တွင်ကြည့်ပါ)။

ဥပမာ ၁။ ပုံတွင်ဖော်ပြထားသောအမှတ်တို့၏ ကိုဩဒိနိတ်များကိုရှာပေးပါ။

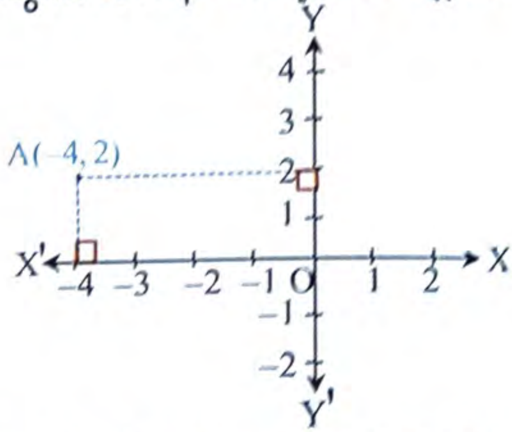


A ၏ x-ကိုဩဒိနိတ် = 2 , y-ကိုဩဒိနိတ် = 2 , A(2, 2)
B ၏ x-ကိုဩဒိနိတ် = 5 , y-ကိုဩဒိနိတ် = –2 , B(5, –2)
C ၏ x-ကိုဩဒိနိတ် = – 4 , y-ကိုဩဒိနိတ် = 3 , C(– 4, 3)
D ၏ x-ကိုဩဒိနိတ် = – 4 , y-ကိုဩဒိနိတ် = –5 , D(– 4, – 5)
E ၏ x-ကိုဩဒိနိတ် = 0 , y-ကိုဩဒိနိတ် = 5 , E(0, 5)
F ၏ x-ကိုဩဒိနိတ် = –7 , y-ကိုဩဒိနိတ် = 0 , F(–7, 0)

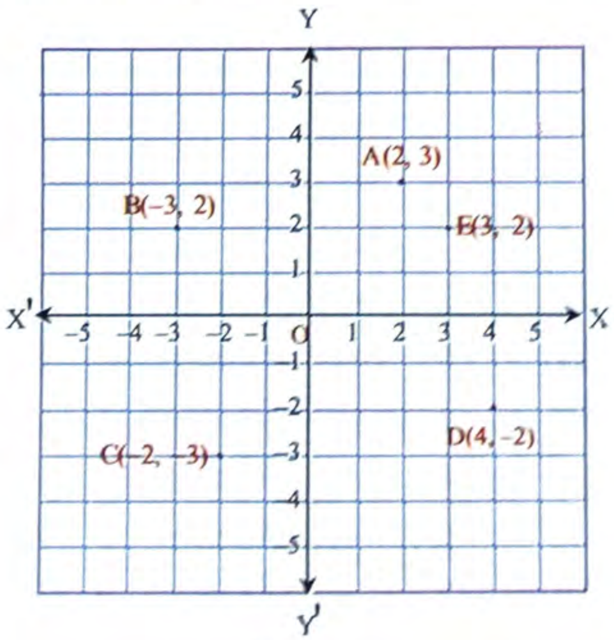
၁၁.၃　အမှတ်တစ်ခုကိုနေရာချခြင်း

ပြင်ညီပေါ်ရှိအမှတ်တစ်ခု၏နေရာကို သိလျှင် ထိုအမှတ်၏တည်နေရာကို ကိုဩဒိနိတ်များဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း ၁၁. ၂ တွင် တွေ့ခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။ ယခု အပြန်အလှန်အားဖြင့် အမှတ်တစ်ခု၏ကိုဩဒိနိတ်များကိုသိလျှင် ထိုအမှတ်ကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် နေရာချပြနိုင်ကြောင်း တွေ့ရသည်။

ဥပမာအားဖြင့် A(–4, 2) အမှတ်ကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် နေရာချလိုသည်ဆိုပါစို့။ X-ဝင်ရိုးတစ်လျှောက် မူလမှတ်မှ ဝဲဘက် 4 ယူနစ်အကွာတွင်ရှိသော –4 ကို ကိုယ်စားပြုသည့်နေရာမှ X-ဝင်ရိုးကို ထောင့်မတ်ကျသည့် မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ တစ်ဖန် Y-ဝင်ရိုး တစ်လျှောက် မူလမှတ်မှအထက်ဘက် 2 ယူနစ် အကွာတွင်ရှိသော 2 ကိုကိုယ်စားပြုသည့်နေရာမှY-ဝင်ရိုးကိုထောင့်မတ်ကျသည့်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲပါ။ ထောင့်မတ်ကျမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဆုံရာအမှတ်သည် A(–4, 2) ဖြစ်သည်။ A(–4, 2) အမှတ်သည် ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိကြောင်း တွေ့ရသည်။



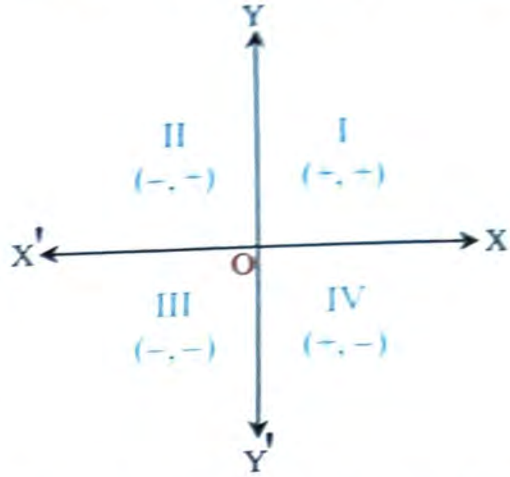
ဥပမာ ၂။　အမှတ် A(2, 3), B(–3, 2), C(–2, –3), D(4, –2) နှင့် E(3, 2) တို့ကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် နေရာချပေးပါ။



ပုံ ၁၁.၃

ပုံ ၁၁. ၃ မှ အောက်ပါအချက်များကိုတွေ့ရှိရသည်။

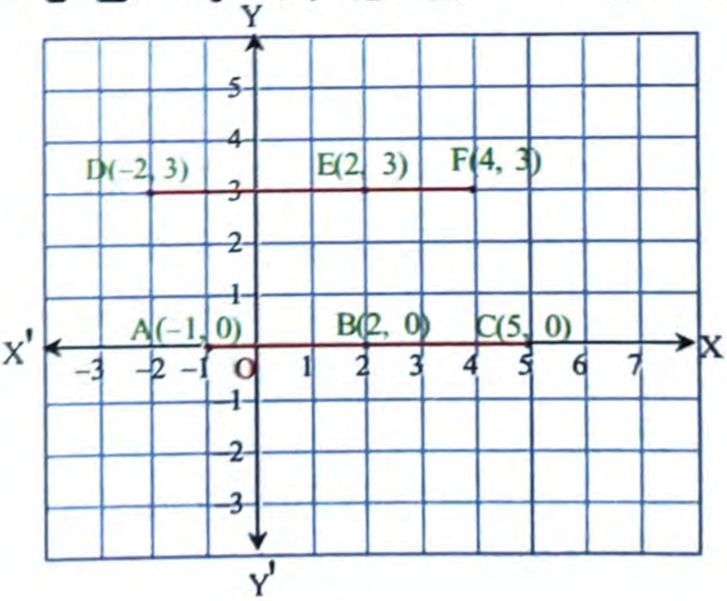
A ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ် နှစ်ခုစလုံးသည် အပေါင်းကိန်းများဖြစ်ကြပြီး A သည် ပထမလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိသည်။ B ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်း နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်ပြီး B သည် ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိသည်။ C ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံး အနုတ်ကိန်းများဖြစ်ကြပြီး C သည် တတိယလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိသည်။ D ၏ x-ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်း နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်ပြီး D သည် စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိသည်။



အမှတ်တစ်ခုသည်

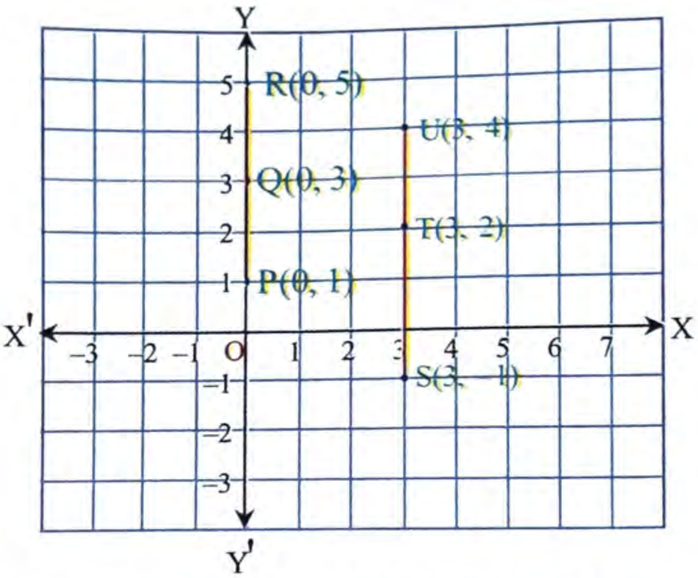
- ပထမလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိလျှင် အမှတ်၏ x-ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် အပေါင်းကိန်းများ ဖြစ်ကြသည်။
- ဒုတိယလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိလျှင် အမှတ်၏x-ကိုဩဒိနိတ်သည်အနုတ်ကိန်းနှင့် y-ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းဖြစ်သည်။
- တတိယလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိလျှင် အမှတ်၏ x-ကိုဩဒိနိတ်နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ်နှစ်ခုစလုံးသည် အနုတ်ကိန်း များဖြစ်ကြသည်။
- စတုတ္ထလေးပိုင်းစိတ်တွင်ရှိလျှင် အမှတ်၏ x-ကိုဩဒိနိတ်သည် အပေါင်းကိန်းနှင့် y- ကိုဩဒိနိတ်သည် အနုတ်ကိန်းဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၃။ အမှတ် A(−1, 0), B(2, 0), C(5, 0), D(−2, 3), E(2, 3) နှင့် F(4, 3)တို့ကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင်နေရာချပြီး ရရှိလာသောပုံမှတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။



ပုံမှ A, B, C အမှတ်သုံးခု၏ y-ကိုဩဒိနိတ်များသည် သုည ဖြစ်သဖြင့် နေရာချသော အခါ အမှတ်သုံးခုစလုံး X-ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်ကိုလည်းကောင်း D, E, F အမှတ်သုံးခု၏ y-ကိုဩဒိနိတ်များသည် တူညီနေကြပြီး ထိုအမှတ်သုံးခုသည် X-ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ ရှိနေကြသည်ကိုလည်းကောင်း တွေ့ရှိရသည်။

ဥပမာ ၄။ အမှတ် P(0, 1), Q(0, 3), R(0, 5), S(3, −1), T(3, 2) နှင့် U(3, 4) တို့ကို ပြင်ညီပေါ်တွင်နေရာချပြီး ရရှိလာသောပုံမှတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။



ပုံမှ P, Q, R အမှတ်သုံးခု၏ x-ကိုဩဒိနိတ်များသည် သုည ဖြစ်သဖြင့် နေရာချသောအခါ အမှတ်သုံးခုစလုံး Y-ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်ကိုလည်းကောင်း S, T, U အမှတ်သုံးခု၏ x-ကိုဩဒိနိတ်များသည် တူညီနေကြပြီး ထိုအမှတ်သုံးခုစလုံးသည် Y-ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သောမျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်၌ရှိနေကြသည်ကိုလည်းကောင်းတွေ့ရှိရသည်။

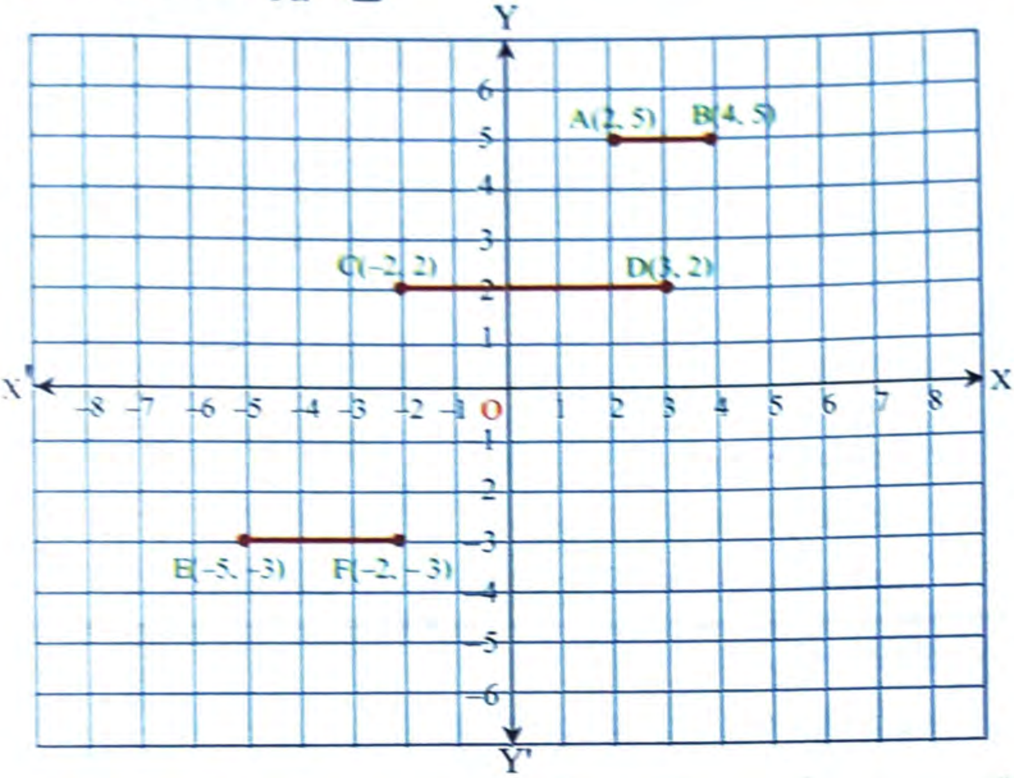
အထက်ပါ ဥပမာများမှ အောက်ပါ ယေဘုယျကောက်ချက်ကို ရရှိသည်။

- y-ကိုဩဒိနိတ် သုညဖြစ်သောအမှတ်များသည် X-ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်။
- x-ကိုဩဒိနိတ် သုညဖြစ်သောအမှတ်များသည် Y-ဝင်ရိုးပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်။
- y-ကိုဩဒိနိတ် တူသောအမှတ်များသည် X-ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်။
- x-ကိုဩဒိနိတ် တူသောအမှတ်များသည် Y-ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းပေါ်တွင်ရှိနေကြသည်။

၁၁.၄ အမှတ်နှစ်ခုကြားအကွာအဝေး

ယခု အမှတ်ခုကြားရှိ အကွာအဝေးရှာခြင်းကို ဥပမာများဖြင့်လေ့လာမည်။

ဥပမာ ၅။ A(2, 5) နှင့် B(4, 5) ၊ C(–2, 2) နှင့် D(3, 2) ၊ E(–5, –3) နှင့် F(–2, –3) အမှတ်များကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် နေရာချမည်။ ပုံမှ အမှတ်များကြားရှိအကွာအဝေးအသီးသီးကိုရှာမည်။



A နှင့် B ကြားအကွာအဝေး = 2 ယူနစ် ($|4 - 2| = |2| = 2$)

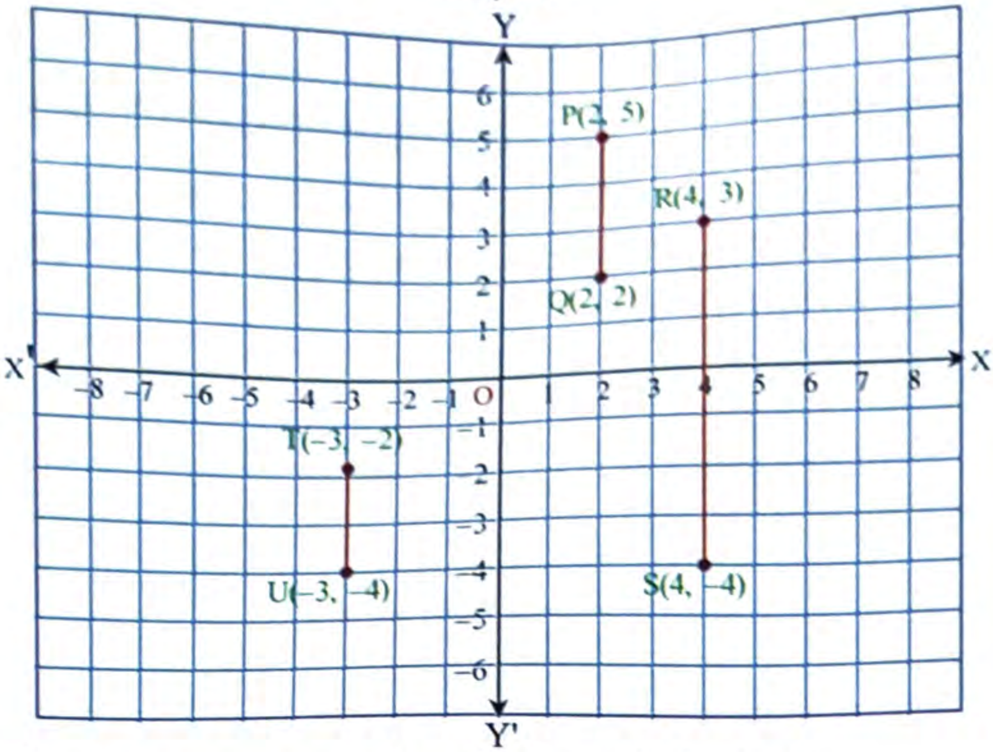
C နှင့် D ကြားအကွာအဝေး = 5 ယူနစ် ($|3 - (-2)| = |5| = 5$)

E နှင့် F ကြားအကွာအဝေး = 3 ယူနစ် ($|-5 - (-2)| = |-3| = 3$)

y-ကိုဩဒိနိတ်များတူလျှင်
$A(x_1, y)$ နှင့် $B(x_2, y)$ ကြားအကွာအဝေး = $|x_1 - x_2| = |x_2 - x_1|$ ဖြစ်သည်။

၆။ P(2, 5) နှင့် Q(2, 2) ၊ R(4, 3) နှင့် S(4, –4) ၊ T(–3, –2) နှင့် U(–3, –4) အမှတ်များကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် နေရာချမည်။ ပုံမှ အမှတ်များကြားရှိ အကွာအဝေးအသီးသီးကို ရှာမည်။

သချာ-၁



P နှင့် Q ကြားအကွာအဝေး = 3 ယူနစ် $(|5-2|=|3|=3)$

R နှင့် S ကြားအကွာအဝေး = 7 ယူနစ် $(|3-(-4)|=|7|=7)$

T နှင့် U ကြားအကွာအဝေး = 2 ယူနစ် $(|-4-(-2)|=|-2|=2)$

x-ကိုဩဒိနိတ်များတူလျှင်-
$A(x, y_1)$ နှင့် $B(x, y_2)$ ကြားအကွာအဝေး $=|y_1-y_2|=|y_2-y_1|$ ဖြစ်သည်။

ဥပမာ ၇။ A(3, 5) နှင့် B(−1, 2) တို့ကိုဆက်သော မျဉ်း၏အလျားကို ရှာမည်။

A(3, 5) , B(−1, 2)

$\therefore$ AC = 3 ယူနစ်

BC = 4 ယူနစ်

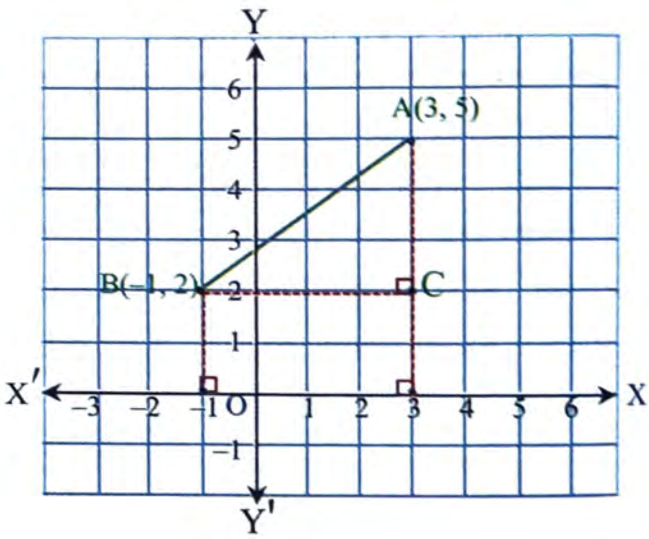
ပိုက်သာဂိုရပ် သီအိုရမ်အရ

ထောင့်မှန်တြိဂံ ACB တွင်

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= 3^2 + 4^2 = 25$

$\therefore$ AB = 5 ယူနစ်



လေ့ကျင့်ခန်း ၁၁.၁

၁။ အောက်ပါတွက်လပ်တို့ကိုဖြည့်ပါ။

(က) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်စနစ်တွင် X-ဝင်ရိုးနှင့် Y-ဝင်ရိုးတို့သည်အချင်းချင်း --------- နေကြသည်။

(ခ) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်ရှိ ပေးထားသောအမှတ်တစ်ခုမှ X-ဝင်ရိုးပေါ်သို့ ဆွဲသောမျဉ်းမတ်၏အခြေကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် ထိုအမှတ်၏ ---------- ဖြစ်သည်။

(ဂ) ထောင့်မှန်ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်ရှိ ပေးထားသောအမှတ်တစ်ခုမှY-ဝင်ရိုးပေါ်သို့ဆွဲသော မျဉ်းမတ်၏အခြေကို ကိုယ်စားပြုသောကိန်းသည် ထိုအမှတ်၏ ---------- ဖြစ်သည်။

(ဃ) အမှတ်တစ်ခု၏ x-ကိုဩဒိနိတ် နှင့် y-ကိုဩဒိနိတ် နှစ်ခုလုံးသည် အနုတ်ကိန်းများ ဖြစ်ကြလျှင် အမှတ်သည် --------- လေးပိုင်းစိတ်ထဲတွင်ရှိသည်။

(င) အမှတ်တစ်ခု၏ x-ကိုဩဒိနိတ်သည် သုညဖြစ်လျှင် အမှတ်သည် --------- ပေါ်တွင် ရှိသည်။

(စ) အမှတ်တစ်ခု၏ y-ကိုဩဒိနိတ်သည် သုညဖြစ်လျှင် အမှတ်သည် ---------- ပေါ်တွင် ရှိသည်။

(ဆ) မူလမှတ်၏ ကိုဩဒိနိတ်များသည် -------- ဖြစ်သည်။

(ဇ) x-ကိုဩဒိနိတ်တူသောအမှတ်များသည် -------- ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သောမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိသည်။

(ဈ) y-ကိုဩဒိနိတ်တူသောအမှတ်များသည် -------- ဝင်ရိုးနှင့်ပြိုင်သောမျဉ်းပေါ်တွင်ရှိသည်။

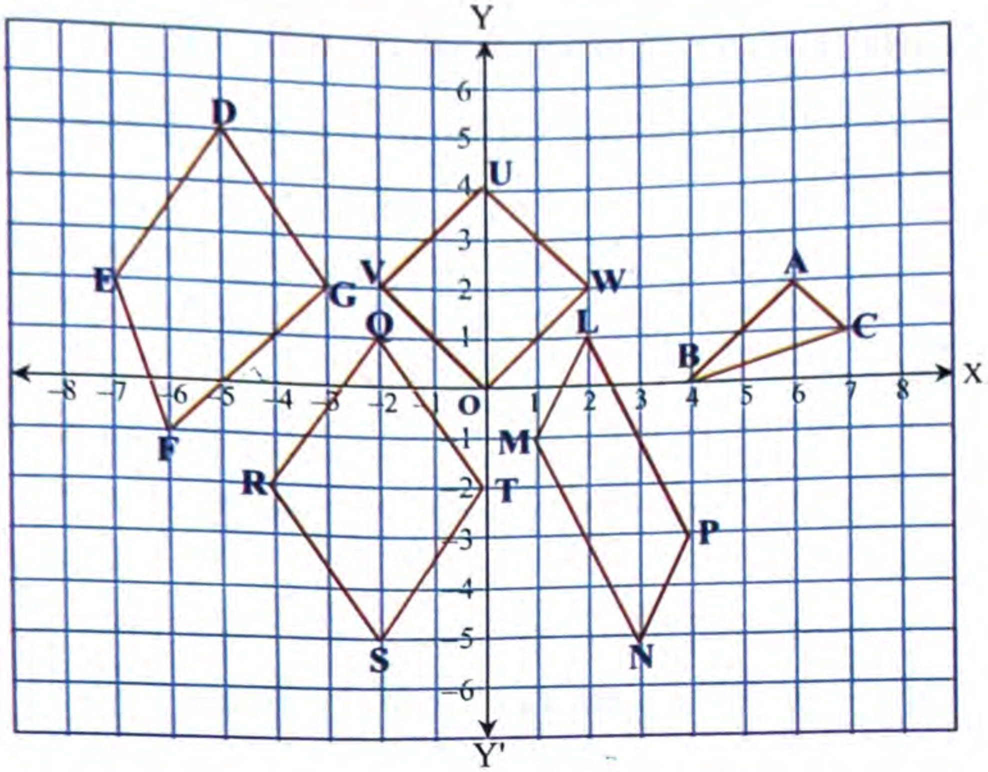
၂။ အောက်ပါပေးထားသော အမှတ်အသီးသီးတည်ရှိနေမည့်လေးပိုင်းစိတ်ကိုဖော်ပြပါ။

$A(-3, 2)$, $B(\frac{1}{2}, -6)$, $C(-1, -1)$, $D(7, -3)$, $E(5, 5)$

၃။ အောက်ပါအမှတ်များကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် နေရာချပါ။

$(0,0)$, $(0, -3)$, $(\frac{1}{5}, \frac{1}{4})$, $(-6, -1)$, $(2, -2)$, $(-2, 2)$, $(-2, -2)$, $(-1, 0)$

၄။ အောက်တွင်ပြထားသောပုံများမှ ထောင့်စွန်းမှတ်အသီးသီး၏ ကိုသြဒိနိတ်များကိုရေးပါ။



၅။ y-ကိုသြဒိနိတ်တူသော အမှတ် သုံးခုကိုရေးပါ။ ထိုအမှတ်သုံးခုကို ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် နေရာချပါ။ဆက်ခြင်းဖြင့် ရလာသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။

၆။ x-ကိုသြဒိနိတ်တူသော အမှတ်သုံးခုကို ရေးပါ။ ထိုအမှတ်သုံးခုကို ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီတွင် နေရာချပါ။ဆက်ခြင်းဖြင့် ရလာသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ ။

၇။ P(6, 4), Q(6, –4), R(–6, 4), S(–6, –4) အမှတ်များကို ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီ တစ်ခုတည်းပေါ်တွင် နေရာချပါ။ ထို့နောက် P နှင့် Q၊ Q နှင့် R၊ R နှင့် S၊ S နှင့် P တို့ကို ဆက်ပါ။ ရရှိသောပုံသည် မည်သည့်ပုံမျိုးဖြစ်သနည်း။

၈။ P(5,4), Q(–3,6) နှင့် R(4,–6) တို့ကိုနေရာချပါ။ PQ, QR နှင့် RP တို့ကိုဆက်ခြင်းဖြင့် P, Q, R တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းပေါ် ရှိ မရှိ ဆုံးဖြတ်ပါ။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းပေါ်မရှိလျှင် ရရှိလာသောပုံသည် မည်သည့်ပုံမျိုး ဖြစ်သနည်း။

၉။ ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် x-ကိုသြဒိနိတ် 2 ရှိသောအမှတ် 5 ခုကို နေရာချပါ။

၁၀။ ကိုသြဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် x-ကိုသြဒိနိတ်သည် y-ကိုသြဒိနိတ်၏ တစ်ဝက်ရှိသောအမှတ်သုံးခုကို နေရာချပါ။ အမှတ်တစ်စုံစီကို အသီးသီး ဆက်ပါ။ ထိုအမှတ်သုံးခုသည် မူလမှတ်ကို ဖြတ်သွားသော မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းပေါ်တွင် တည်ရှိနိုင်ပါသလား။

၁၁။ ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီပေါ်တွင် y-ကိုဩဒိနိတ်သည် x-ကိုဩဒိနိတ်အောက် တစ်ယူနစ်လျော့သောအမှတ်နှစ်ခုကို နေရာချပါ။ ထိုအမှတ်နှစ်ခုကိုဆက်သောမျဉ်းသည် မူလမှတ်ကို ဖြတ်သွားနိုင်ပါသလား။

၁၂။ အမှတ် $(-3, 0), (4, 0), (5, 0)$ တို့ကို နေရာချပါ။ ထို့နောက်ဆွဲထားသော ပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကို ဖော်ပြပါ။

၁၃။ အမှတ် $(0, 2), (0, 5), (0, -2)$ တို့ကို နေရာချပါ။ ထို့နောက် ဆွဲထားသောပုံမှ လေ့လာတွေ့ရှိချက်ကိုဖော်ပြပါ။

၁၄။ အောက်ပါအမှတ်များကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် နေရာချပါ။ အမှတ်များကို မျဉ်းဖြောင့်များဖြင့် အက္ခရာအစဉ်လိုက်ဆက်ပါ။ ABCD သည် မည်သည့်ပုံမျိုးဖြစ်သနည်း။

(က) $A(2, 3)$, $B(-2, 0)$, $C(1, -2)$, $D(5. 1)$

(ခ) $A(1, 1)$, $B(5, -3)$, $C(5, 3)$

(ဂ) $A(-4, 2)$, $B(-2, -2)$, $C(1, -2)$, $D(4, 2)$

၁၅။ $A(4, 5)$, $B(4, -2)$, $C(-2, -2)$, $D(-2, 5)$ တို့ကို ကိုဩဒိနိတ်ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်တွင် နေရာချပါ။ အမှတ်များကို အစဉ်လိုက်ဆက်ခြင်းဖြင့် ရရှိလာသော ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD ၏ ပတ်လည်အနားနှင့် ဧရိယာတို့ကို ရှာပါ။

၁၆။ ပေးထားသော အမှတ်များကိုဆက်သော မျဉ်း၏အလျားကိုရှာပါ။

(က) $A(7, 0)$ နှင့် $B(1, 8)$ (ခ) $P(-3, 2)$ နှင့် $Q(9, 7)$